Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого

Институт металлургии, машиностроения и транспорта

Кафедра «ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ И СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ»

Отчет по лабораторной работе №2

«Статистическое моделирование металлургических процессов»

Выполнил:

студент гр.43314/1  <подпись> Сидоров Н.А.

Проверил:

доцент, к.т.н. <подпись> Ганин С.В.

Санкт-Петербург

2017

**Цель работы:**

Знакомство со стадиями построения статистической модели и разработка такой модели на основе экспериментальных данных.

**Теоретическая часть:**

Эффективность отсеивающих экспериментов заметно увеличи­вается, если они ведутся с помощью метода случайного баланса, позволяющего отсеивать небольшое число значимых эффектов на шумовом поле.

Основан метод случайного баланса на том, что если все эф­фекты, ответственные за объект исследования, расположить в по­рядке убывания вносимого ими вклада в дисперсию параметра оптимизации, то получится ранжированный ряд с убыванием экспо­ненциального типа. При приближенном воспроизведении с по­мощью небольшого числа опытов этого ранжированного ряда обычно можно выделить незначимые эффекты, которые относятся к шумовому полю, и несколько существенных эффектов, которые отсеивают, а затем учитывают в дальнейшей работе.

Предполагая, что модель объекта исследований является линей­ной, а часть эффектов относится к шумовому полю, получают рас­щепление модели в следующем виде:

*y* = *b*0 + *b*1*x*1 + *b*2*x*2 + ∙ ∙ ∙ + *bk*–*l* *xk*–*l* + *a*,

*a* = *b*′1*z*1+ *b*′2*z*2 + ∙ ∙ ∙ + *b*′*lzl* + *h*,

где *k* – общее число эффектов; *l* – число эффектов, отнесенных к шумовому полю;*k*–*l*– число значимых эффектов; *h* – ошибка опыта.

Далее с помощью методов регрессионного анализа можно оце­нить значимые эффекты на шумовом поле, созданном *l* эффектами по их вкладу в дисперсию *s*2{*a*}.

При отсеивающих экспериментах с помощью метода случай­ного баланса работа осуществляется в две стадии: сначала по матрице случайного баланса ведут эксперимент с небольшим чис­лом опытов и по диаграмме рассеяния узнают образ экспоненциаль­ной кривой (характеризующей степень влияния факторов на пара­метр оптимизации), а затем эффекты, отобранныена шумовом поле с помощью диаграмм рассеяния визуально, уточняют посредством вычислений, известных из обычного дисперсионного анализа.

Построению матрицы случайного баланса предшествуют коди­рование факторов и выбор уровней их варьирования с учетам центра эксперимента. Осуществляют все это по правилам, принятым во всех методах планирования эксперимента. В данном случае чаще всего факторы варьируют на двух уровнях (+1 ∙ –1); возможно и большее число уровней.

Для построения матрицы случайного баланса используют слу­чайный механизм (отсюда и название, метода). Число опытов в матрице выбирают с расчетом, чтобы оно было кратным 2 и пре­вышало число *k*+ 1,где *k—*число факторов. Это упрощает работу и позволяет оценивать линейные эффекты во всех случаях.

Матрицу, предписывающую условия проведения отдельных опытов, можно строить двумя путями: случайное распределение уровней по столбцам с помощью известных таблиц случайных чисел (чистый случайный баланс); случайное смешивание регулярных дробных реплик факторного эксперимента. Второй путь построения матрицы наиболее распро­странен. Чистый случайный баланс считается менее эффективным, его рекомендуется применять только в случаях не столь ответ­ственных, когда ближайшая степень 2 значительно больше желае­мого числа опытов, или при варьировании факторов на разном числе уровней.

При смешивании дробных реплик можно применять полуреп­лики. Для одной половины факторов полуреплика используется непосредственно, а для других факторов уровни распределяются случайным выбором строк (по таблице случайных чисел) из той же полуреплики. Факторы распределяются по столбцам таким обра­зом, чтобы в первой части матрицы были факторы, которые со­гласно априорной информации являются наиболее существенными. В некоторых ситуациях это может сократить последующий экспе­римент, поскольку позволяет сразу после анализа результатов переходить к движению по поверхности отклика.

Когда матрица случайного баланса построена, ее пригодность проверяется специальными приемами. Матрица пригодна, если в ней нет полностью закоррелированных столбцов (знаки в столб­цах двух различных эффектов не должны полностью совпадать или не совпадать). Кроме того, в матрице не должно быть столб­цов, скалярное произведение которых на любой другой столбец дает столбцы с одинаковыми знаками.

После проведения эксперимента полученные данные обрабаты­вают вручную или на ЭВМ.

При обработке данных вручную их анализируют с помощью диаграмм рассеяния результатов наблюдений по отдельным эффектам (примерные диаграммы показаны на рис.1). Для каждого эффекта на диаграмму наносят все точки, подразделяя их на группы, соответствующие уровням, где находился фактор в том или ином опыте. Каждый эффект рассматривается независимо от других, число исходных диаграмм рассеяния обычно соответствует числу факторов. Степень влияния факторов оценивается визуально по разнице между некоторыми средними значениями для их уров­ней (в качестве средней обычно берется медиана (медиана - значение признака, которое делит всю статистическую совокупность величин на две равные по числу вариантов части)) и по числу так называемых выделяющихся точек в верхней и нижней частях диаграмм рассеяния для каждого уровня факторов. Наличие срав­нительно большого числа выделяющихся точек является достаточным основанием для выделения соответствующего фактора как значимого даже в тех случаях, когда разность медиан не­велика.

Эффекты, выделенные визуально, оцениваются количественнос помощью вспомогательных таблиц с несколькими входами (т.е. используются приемы, известные из дисперсионного анализа). Обычно строят диаграммы с двумя или тремя входами, так как все необходимые для этого комбинации знаков обычно имеются в матрице случайного баланса. При построении вспомогательных таблиц в них выписывают из матрицы по клеткам значения пара­метра оптимизации, соответству­ющие опытам с Рис. 1. Диаграммы рассеяния

по исходным данным

различной комбинацией уровней (знаков) для соответствующих факторов, а затем определяют в каждой клетке средние значения параметра оп­тимизации.

Разность между средней из средних по клеткам для верхнего уровня фактора и средней из средних по клеткам для нижнего уровня того же фактора является количественной оценкой соответствующих эффектов. Делением полученных результатов на 2 можно приближенно оценить величину коэффициентов регрессии (*bi*) для рассматриваемых факторов.

Значимость выделенных эффектов проверяется с помощью *t*-критерия с учетом 95%-ной доверительной вероятности.

После выделения первых 2—3 эффектов результаты наблюде­ния корректируют, как бы снимая выделенные эффекты. Для этого ко всем значениям параметра оптимизации, которые соответствуют верхнему уровню выделенного эффекта, прибавляют его значения с обратным знаком (это соответствует исчезновению различия медиан для уровней рассматриваемого фактора).

После снятия значимых эффектов получают новый набор зна­чений параметров оптимизации и опять строят диаграммы рассеяния для выделения следующих эффектов, учитывая также и эф­фекты взаимодействия. Исследуют взаимодействия только тех факторов, которые имеют выделяющиеся точки на одинаковых и разных уровнях. Коэффициент *bij*значим, если эффект *xixj* имеет выделяющиеся точки на верхнем и нижнем уровнях. Выделяю­щиеся точки для *xixj* могут быть на верхнем уровне, если факторы *xi*и *xj*имеют такие точки на уровнях с одинаковыми знаками, и на нижнем, если на уровнях с разными знаками.

Момент прекращения отсеивания эффектов оценивается с по­мощью критерия Фишера:

*F* = *s*2ср/*s*2{*y*},

где *s*2ср – дисперсия результатов опыта относительно среднего арифметического этих результатов; *s*2{*y*} – дисперсия, подсчитанная по результатам нескольких параллельных опытов в центре эксперимента. (Критерий Фишера, или *F*-критерий, равный отношению двух дисперсий — большей к меньшей — определяют для некоторой до­верительной вероятности при двух значениях чисел свободы, соот­ветствующих рассматриваемым дисперсиям.)

Величину *s*2ср определяют после каждой корректировки результатов, вычисляя соответствующее значение критерия Фишера, ко­торое сравнивают с табличными значениями для выбранного уровня значимости. Отсеивание эффектов прекращается, если установлено, что оставшийся разброс точек существенно не отличается от рас­сеяния, связанного с ошибкой эксперимента.

**Экспериментальная часть:**

Вариант 7.

1. Отсеивание факторов по методу случайного баланса:

Отбор некоторого количества влияющих факторов производится путем построения диаграммы ранжирования факторов (см. Приложение 2), т.е. расстановки всех изучаемых факторов в порядке убывания силы их влияния на выходной параметр. Количество проводимых опытов обычно выбирают кратным 8, чтобы число опытов превосходило число факторов более чем на единицу. В нашем случае количество опытов равно 16. Матрицу планирования отсеивающих экспериментов формируют с помощью таблицы или генератора случайных чисел, поэтому каждый фактор принимает max (x=+1) и min (x=-1).

Обработка диаграммы:

1)Для каждого фактора определяется положение медиан на нижнем и верхнем уровнях каждого уровня.

2)Рассчитываем разницу медиан.

3)Определяем общую область расположения точек нижнего и верхнего уровня каждого фактора (заштрихованная область в Приложении 2)

4)Подсчет точек, выпадающих за пределы.

5)Расчет величины ранга для каждого фактора.

Таблица №1. Результаты ранжирования факторов x1-x10.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | M' | M'' | ∆M | ∆N | R |
| x1 | 3,4875 | 9,5875 | 6,1 | 2 | 12,2 |
| x2 | 11,7125 | 1,3625 | 10,35 | 4 | 41,4 |
| x3 | 0,675 | 12,4 | 11,725 | 2 | 23,45 |
| x4 | 10,7125 | 2,3625 | 8,35 | 2 | 16,7 |
| x5 | 9,225 | 3,85 | 5,375 | 3 | 16,125 |
| x6 | 10,7125 | 2,3625 | 8,35 | 2 | 16,7 |
| x7 | 7,925 | 5,15 | 2,775 | 2 | 5,55 |
| x8 | 0,425 | 12,4 | 11,975 | 2 | 23,95 |
| x9 | 11,7125 | 1,3625 | 10,35 | 4 | 41,4 |
| x10 | 9,225 | 3,85 | 5,375 | 3 | 16,125 |

По результатам Таблицы 1 строим диаграмму ранжирования факторов:



На графике видно, что практический интерес представляют факторы x2, x9, x8 и x3, а факторы x4, x5, x6, x7, x10 и x1 могут быть исключены вследствие малого влияния. Таким образом, у нас остаются 4 фактора.

Линейная модель будет выглядеть следующим образом:

y = b0 + b1x1 + b2x2 +b3x3 + b4x4

2. Построение матрицы ортогонального планирования:

Необходимо построить матрицу планирования экспериментов ДФЭ 24-1 с генерирующим соотношением x4=x1x3. Матрица планирования приведена в таблице 2.

Таблица №2. Матрица планирования ДФЭ 24-1 (x4=x1x3)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x2 | x3 | x8 | x9 | y | (y-yср)^2 |
| 1 | + | + | - | - | 15,7 | 23,40141 |
| 2 | + | - | + | + | 17,3 | 10,48141 |
| 3 | - | + | + | - | 23,5 | 8,776406 |
| 4 | - | - | + | - | 21,4 | 0,743906 |
| 5 | + | + | + | + | 32,6 | 145,5039 |
| 6 | + | - | - | - | 14 | 42,73891 |
| 7 | - | + | - | + | 15,8 | 22,44391 |
| 8 | - | - | - | + | 24 | 11,98891 |
|  |  |  |  | yср | 20,5375 | 266,0788 |

Определяем среднеквадратичную ошибку опытов по формуле:

 $s\_{y}=\sqrt{\frac{1}{8-1}×266.08}=\pm 6.17$

3. Рассчитаем коэффициенты регрессии.

b=$\frac{\sum\_{}^{}y}{N}$

b0=20,54

|  |  |
| --- | --- |
| b2 | -0,6375 |
| b3 | 1,3625 |
| b8 | 3,1625 |
| b9 | 1,8875 |
| среднее | 1,44375 |

Найдем погрешность:

Sb=±(Sy/$\sqrt{N}$)=6,17/2,82=2.19

Для оценки значимости коэффициентов регрессии оценивают неравенство:

bi≥ Δbi=t(α,f)Sb

где t(α,f)- табличное значение критерия Стьюдента(обычно α=0,05; f=p-1=8-1=7) => t(α,f)=2,36

Проверим соотношение для каждого коэффициента:

b1=0,6375<2,36\*2,19=5,17

b2=1.3625<2,36\*2,19=5,17

b3=3.1625<2,36\*2,19=5,17

b9=1.8875<2,36\*2,19=5,17

Сравнивая рассчитанные коэффициенты bi и их вероятную погрешность, можно сделать вывод о том, что все коэффициенты являются не значимыми.

Линейная модель:

y=20.54-0.6375x1+1.3625x2+3.1625x3+1.8875x4±6.17

4.Проверка адекватности модели

Рассчитаем значение F-критерия Фишера F=S2ад/ S2y

f=N-(k+1), где N-кол-во факторов, k-число факторов

f1=8-(4+1)=3

Расчетные значения:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|   | yср | (y-yср)^2 |
| 1 | 16,2125 | 0,262656 |
| 2 | 23,5875 | 39,53266 |
| 3 | 23,8125 | 0,097656 |
| 4 | 21,0875 | 0,097656 |
| 5 | 26,3125 | 39,53266 |
| 6 | 13,4875 | 0,262656 |
| 7 | 21,2625 | 29,83891 |
| 8 | 18,5375 | 29,83891 |

Дисперсия адекватности:

S2ад=139,46/3=46,49

F=46,49/38,07=1,22

Табличное значение критерия Фишера при f1=3, f2=7:

Fтабл=4,35

F< Fтабл=> построение линейной модели можно считать адекватной.

5. Оценка эффекта смешивания парных взаимодействий факторов.

x4=x1\*x3

Путем умножения на x4:

1=x1x3x4

Эффекты смешивания для линейных членов:

x1: x1=x3x4 b1 → β1+ β34

x3: x3=x1x4 b3 → β3+ β14

x4: x4=x1x3 b4 → β4+ β13

Эффекты смешивания парных взаимодействий:

x1x3: x1x3=x4 b13→ β13+ β4

x1x4: x1x4=x3 b14→ β14+ β3

В данном случае возможно построение только линейной модели.

Вывод:

В ходе лабораторной работы мы определили, что практический интерес представляют факторы x2, x3, x8 и x9. Если все коэффициенты в уравнение регрессии не значимы, то уравнение регрессии не значимо. Так как выполняется условие F< Fтабл, следовательно, построение линейной модели можно считать адекватной.