

Министерство образования и науки РФ  
ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет  
имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

Н.А. Спирин, В.В. Лавров, В.Ю. Рыболовлев,  
Л.Ю. Гилева, А.В. Краснобаев, В.С. Швыдкий,  
О.П. Онорин, К.А. Щипанов, А.А. Бурыкин

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В АСУ ТП

Под редакцией профессора,  
доктора технических наук  
Н.А. Спирина

*Рекомендовано учебно-методическим объединением  
по образованию в области металлургии  
в качестве учебного пособия для студентов высших  
учебных заведений, обучающихся по программам  
бакалавриата и магистратуры направления  
150400 «Металлургия»*

Екатеринбург  
2014

УДК 669.02/09.001.575(075.8)

ББК 34.32-5-05я73

М 34

Рецензенты:

кафедра «Информационные технологии в металлургии» ФГБОУ ВПО «Сибирский государственный индустриальный университет»; заслуженный деятель науки РФ, профессор, доктор технических наук **В.П. Цымбал**

профессор кафедры «Автоматика» института радиоэлектроники и информационных технологий – РтФ ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», заслуженный деятель науки и техники РФ, профессор, доктор технических наук, **В.Г. Лисиенко**

профессор, доктор технических наук, главный научный сотрудник Института металлургии УрО РАН **А.Н. Дмитриев**

**М 34 Математическое моделирование металлургических процессов в АСУ ТП / Н.А. Спирин, В.В. Лавров, В.Ю. Рыболовлев, Л.Ю. Гилева, А.В. Краснобаев, В.С. Швыдкий, О.П. Онорин, К.А. Щипанов, А.А. Бурькин; под ред. Н.А. Спирина.** – Екатеринбург: ООО «УИПЦ», 2014. – 558 с.

ISBN 978-5-4430-0069-5

Основная цель данного учебного пособия состоит в том, чтобы сформировать у студента определённое целостное мировоззрение об информационно-моделирующих системах технологических процессов в металлургии, познакомить студентов с методологией системного анализа и процедурой его использования применительно к математическому моделированию теплофизических процессов в металлургии SCADA- и MES-уровней. Книга написана совместно с преподавателями ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина» и сотрудниками ОАО «Магнитогорский металлургический комбинат», разрабатывающих и эксплуатирующих современные информационно-моделирующие системы.

Учебное пособие рекомендовано для студентов высших учебных заведений, обучающихся по программам бакалавриата и магистратуры направления 150400 «Металлургия». Книга может быть полезна для научных и инженерно-технических специалистов, занимающихся вопросами исследования, разработки и практической реализации информационно-моделирующих систем для управления сложными энергоёмкими, распределёнными объектами и их комплексами в металлургии.

Библиогр.: 70 назв. Табл. 35. Рис. 177.

**Учебное пособие подготовлено к печати и издано на средства Грантового конкурса Стипендиальной программы Владимира Потанина 2013/14 учебного года.**

УДК 669.02/09.001.575(075.8)

ББК 34.32-5-05я73

ISBN 978-5-4430-0069-5

© ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», 2014

© Спирин Н.А., Лавров В.В., Рыболовлев В.Ю., Гилева Л.Ю., Краснобаев А.В., Швыдкий В.С., Онорин О.П., Щипанов К.А., Бурькин А.А., 2014

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ПРЕДИСЛОВИЕ</b> .....	6
<b>Глава 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА АСУ</b> .....	11
1.1. Понятие автоматизированной информационной системы .....	11
1.2. Уровни автоматизированной информационной системы .....	15
1.3. Принципы построения АСУ ТП .....	24
<b>Глава 2. АРХИТЕКТУРА СОВРЕМЕННЫХ АСУ ТП</b> .....	33
2.1. Обобщённая схема автоматизированной системы управления технологическим процессом .....	35
2.2. Компьютерные интеллектуальные системы поддержки принятия решений .....	64
2.3. Общая характеристика промышленных сетей .....	76
2.4. Особенности программного обеспечения технологических процессов в АСУ ТП .....	80
<b>Глава 3. МЕТОДОЛОГИЯ СИСТЕМНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ</b> .....	84
3.1. Основные этапы разработки систем .....	84
3.2. Определение границ системы, входных и выходных параметров .....	94
3.3. Моделирование систем .....	98
3.4. Верификация и идентификация математических моделей .....	131
3.5. Вычислительный эксперимент при моделировании систем .....	134
<b>Глава 4. ОБОБЩЁННЫЙ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ ПОДХОД ПРИ ПОСТРОЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ</b> .....	145
4.1. Общий вид законов сохранения .....	145
4.2. Характеристическая макроскопическая скорость и диффузионный поток .....	149
4.3. Баланс массы .....	152
4.4. Закон сохранения количества движения .....	155
4.5. Баланс энергии .....	161
4.6. Баланс энтропии .....	165
4.7. Феноменологические законы .....	168
4.8. Обобщённые уравнения тепло- и массопереноса в технологических агрегатах .....	175
4.9. Пример использования термодинамического подхода для разработки полных моделей систем с распределёнными параметрами .....	179
<b>Глава 5. ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ</b> .....	186
5.1. Линеаризация моделей систем .....	186

5.2. Идентификация математических моделей.....	204
5.3. Постановка задачи идентификации параметров модели внешнего теплообмена в нагревательной печи .....	215
5.4. Анализ решения некоторых задач параметрической идентификации ..	220
<b>Глава 6. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРИИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ....</b>	<b>224</b>
6.1. Основные понятия.....	224
6.2. Планирование первого порядка .....	238
6.3. Дробный факторный эксперимент.....	246
6.4. Разработка математической модели гидравлического режима методической печи.....	250
6.5. Планы второго порядка.....	255
6.6. Исследование причин образования расслоений в горячекатаных листах ...	264
<b>Глава 7. ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В МЕТАЛЛУРГИИ.....</b>	<b>271</b>
7.1. Постановка задачи.....	271
7.2. Линейное математическое программирование как метод оптимизации технологических процессов .....	284
7.3. Модельная система оптимального управления топливно-энергетическими ресурсами доменного цеха.....	290
7.4. Использование метода множителей Лагранжа для оптимального распределения потоков сырья, топлива между параллельно работающими агрегатами .....	303
7.5. Динамическое программирование как метод оптимизации систем .....	311
7.6. Использование принципа максимума для управления технологическими процессами .....	335
<b>Глава 8. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И РЕАЛИЗАЦИИ ПАКЕТОВ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ В АСУ ТП .....</b>	<b>353</b>
8.1. Особенности программного обеспечения.....	353
8.2. Принципы проектирования и разработки программного обеспечения...	359
8.3. Технология и средства разработки информационно-моделирующих систем для решения технологических задач в металлургии .....	363
<b>Глава 9. СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ И РЕАЛИЗАЦИЯ СОВРЕМЕННОЙ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ИНФОРМАЦИОННО-МОДЕЛИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДОМЕННОЙ ПЛАВКОЙ.....</b>	<b>370</b>
9.1. Интеграция систем АСУ ТП в корпоративную информационную систему металлургического предприятия .....	370
9.2. Структура современной автоматизированной системы управления доменной плавкой .....	372
9.3. Реализации АСУ ТП доменной плавкой на ОАО «ММК» .....	385

<b>Глава 10. МОДЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ</b> .....	395
10.1. Построение концептуальной модели.....	395
10.2. Подсистема теплового состояния доменной печи .....	397
10.3. Подсистема дутьевого и газодинамического режимов доменной плавки .....	417
10.4. Подсистема шлакового режима .....	431
10.5. Интегрированный пакет прикладных программ «Автоматизированное рабочее место инженерно-технического персонала доменной печи» .....	439
<b>Глава 11. РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ ИНТЕГРИРОВАННОГО ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА «АНАЛИЗ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИТУАЦИЙ ДОМЕННОГО ЦЕХА»</b> .....	458
11.1. Общая системная структура программного комплекса .....	458
11.2. Функциональное моделирование системы .....	475
11.3. Инфологическое моделирование базы данных.....	487
11.4. Функциональные возможности программного комплекса .....	501
11.5. Интеграция отчётной информации в корпоративную сеть предприятия.	540
<b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК</b> .....	553

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Главная задача развития металлургического комплекса страны состоит в сохранении и расширении рынков металлопродукции на базе повышения конкурентоспособности продукции. Решение этой задачи обеспечит достижение стратегической цели развития металлургии – преобразование ее в динамично развивающуюся, высокотехнологичную, эффективную и конкурентоспособную отрасль, интегрированную в мировую металлургию в рамках международного разделения труда. Конкурентоспособность предприятий, при прочих равных условиях (высокие технологии, богатое сырье, ресурсосбережение и экология), будет определяться соответствием качества и объема промышленной информации рациональным технологическим процессом.

Сегодня на передовых металлургических предприятиях России функционируют мощные распределенные базы и банки данных. Это позволяет практически полностью решать проблемы хранения, контроля, защиты, ввода, редактирования и извлечения информации, а также формирования необходимых отчетных данных. В то же время отечественный и зарубежный опыт убедительно доказывает, что развитие предприятий металлургического комплекса, решение проблем энергосбережения, повышения качества и конкурентоспособности продукции на мировом рынке требуют усовершенствования систем использования информации, применяемых как для управления технологическими процессами, так и управления производством в целом. Информация сама по себе как таковая зачастую мало что дает для анализа и прогноза, для принятия решений и контроля за их исполнением. Необходимы надежные способы переработки информационного «сырья» в готовый продукт.

Одним из условий подъема отечественных предприятий металлургической отрасли является коренное перевооружение их информационной базы в целях повышения оперативности, обоснованности и результативности принимаемых решений по управлению производством. Сегодня передовые информационные технологии, внедряемые на отечественных и зарубежных промышленных предприятиях, требуют подготовки специалистов-металлургов, обладающих знаниями о принципах построения, возможностях современных информационно-моделирующих систем, владеющих навыками их использования для решения задач управления технологическими процессами.

Современная тенденция развития науки и техники характеризуется развитием, внедрением и широким использованием компьютерных систем поддержки принятия решений в АСУП и АСУ ТП,

в основу которых положены методы математического моделирования. Одним из важнейших условий создания эффективных АСУ таких объектов является разработка математических моделей, которые позволяют получить расчетным путем новую обширную информацию о процессах, происходящих в промышленных агрегатах, осуществлять оптимизацию их режимных параметров, разрабатывать и совершенствовать алгоритмы управления технологическими и техническими системами. Интеллектуальным ядром такой переработки информации является математическое моделирование.

В настоящее время все более очевидной становится роль алгоритмов и компьютерных программ для решения комплекса технологических задач в области металлургии SCADA-уровня (Supervisory Control and Data Acquisition – буквально, сбор данных и диспетчерское управление) и MES-уровня (Manufacturing Execution Systems – системы управления технологией, производственными процессами) автоматизированных информационных систем металлургических предприятий России. Это определило потребность в разработке специализированного программного обеспечения информационно-моделирующих систем, в основу которого положен комплекс математических моделей, учитывающих как теорию тепло- и массообмена, законы сохранения энергии, физико-химию процесса, так и особенности влияния технологических и стандартных характеристик сырья на показатели производственного процесса.

Авторы данного учебного пособия придерживаются мнения, что для успешного решения задач в области создания информационных систем различных процессов, в том числе и в металлургии, наличие современных компьютеров и умение использовать их непрерывно расширяющие возможности, хотя и важное, необходимое условие, но далеко не единственное. Одним из важнейших условий создания эффективных информационных систем в металлургии является разработка содержательных математических моделей, которые должны строиться на основе понимания существа происходящих процессов, физики явлений, имеющих место в том или ином процессе, и следовательно, основополагающим является «естественный интеллект» исследователя в данной конкретной области знаний. Именно такого рода модели привлекают к себе исследователей и производителей. Поскольку позволяют получить расчетным путем новую и обширную информацию о различных процессах, происходящих в металлургических агрегатах.

В последние годы сложилась парадоксальная ситуация, когда обилие, и даже избыточность, издаваемых книг, в том числе и учебников по информатике, отдельным программным средствам,

не идет ни в какое сравнение с количеством книг по современным информационно-моделирующим системам, используемым в промышленности. Практически отсутствуют учебники, отражающие современные достижения в областях проектирования и эксплуатации современных информационно-моделирующих систем в металлургии, химии, промышленности строительных материалов и многих других областях. В то же время в области информатизации в последнее время наметилась определенная тенденция, заключающаяся в том, что наряду с развитием информационных систем управления предприятием существенно повышается интерес в первую очередь к автоматизированным системам управления технологическими процессами и их комплексами, индустриальной автоматизации и Internet-решениями для предприятий.

Принципиальное отличие информационных технологий и систем от других технических дисциплин заключается в том, что их предметная область изменяется весьма и весьма динамично. При этом современные информационные технологии основаны на применении программных продуктов, как правило, обладающих широкими функциональными возможностями и развитым пользовательским интерфейсом. Это зачастую порождает иллюзию необязательности серьезной подготовки в области информационных систем. Однако практика показывает, что сегодня наиболее ценны те специалисты, которые обладают и успешно совмещают на практике знания в области информатики, математического моделирования с пониманием физики, существа явлений, свойственным металлургическим технологиям.

Основная цель данного учебного пособия состоит в том, чтобы сформировать у студента определенное целостное мировоззрение об информационно-моделирующих системах технологических процессов в металлургии, познакомить студентов с методологией системного анализа и процедурой его использования применительно к математическому моделированию теплофизических процессов в металлургии SCADA- и MES-уровней.

При подготовке учебного пособия широко использовались материалы книг, посвященных математическому моделированию сложных систем в металлургии. В книге в значительной степени отражен и собственный опыт разработки, внедрения и эксплуатации современных информационно-моделирующих систем и технологий на ОАО «Магнитогорский металлургический комбинат». Авторы сочли при этом нецелесообразным иллюстрировать примеры современных информационных технологий и систем различных металлургических переделов вследствие большого разнообразия и слож-



ности таких систем и технологий, каждая из которых имеет свои особенности. Процедура компьютерных систем поддержки принятия решений проиллюстрирована в заключительных главах книги, в основном, на примере доменного производства. Последнее обусловлено тем, что это производство является основным, наиболее сложным, энерго- и ресурсоемким явлением в современной черной металлургии, при этом на отечественных доменных печах созданы и успешно эксплуатируются современные информационные системы, включающие интегрированные компьютерные системы поддержки принятия решений.

Книга написана совместно преподавателями ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина» и сотрудниками ОАО «Магнитогорский металлургический комбинат», разрабатывающих и эксплуатирующих современные информационно-моделирующие системы. Она может быть рекомендована студентам высших учебных заведений, обучающимся по направлению 150400 «Металлургия». В ней найдут новый материал бакалавры и магистры, аспиранты и ученые. Она может быть полезна инженерам-технологам и специалистам в области информационных систем.

Авторы выражают глубокую признательность и искреннюю благодарность коллегам, которые своими советами и вниманием к нашей работе над учебным пособием не только содействовали его написанию, но и способствовали улучшению содержания и качества представления учебного материала. Авторы признательны также коллективу кафедры «Информационных технологий в металлургии» (ФГБОУ ВПО «Сибирский государственный индустриальный университет», СиБГИУ), заслуженному деятелю науки РФ, доктору технических наук, профессору В.П. Цымбалу (ФГБОУ ВПО СиБГИУ); заслуженному деятелю науки и техники РФ, доктору технических наук, профессору В.Г. Лисиенко (ФГАОУ ВПО УрФУ); доктору технических наук, профессору, главному научному сотруднику А.Н. Дмитриеву (Институт металлургии УрО РАН) за ценные замечания, сделанные при рецензировании учебного пособия. Учет этих замечаний, несомненно, способствовал улучшению содержания представленного материала.

Авторы благодарны всем тем, кто участвовал в обсуждении материалов рукописи. Особую признательность заслуженному деятелю науки и техники РФ, доктору технических наук, профессору Ярошенко Ю.Г. (ФГАОУ ВПО УрФУ).

Авторы осознают, что ряд важных вопросов, относящихся к математическому моделированию металлургических процессов,

в силу ограниченности объема книги не могли быть рассмотрены достаточно глубоко и полагают, что с выходом учебного пособия в свет работа над созданием новых учебников в области информационных систем и технологий в металлургии продолжится.

Авторы просят читателей свои отзывы направлять по адресу: 620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19, ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», по электронной почте: [n.a.spirgin@urfu.ru](mailto:n.a.spirgin@urfu.ru).

Мы будем рады узнать ваше мнение!

# ГЛАВА 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА АСУ

## 1.1. Понятие автоматизированной информационной системы

Сегодня для поиска путей кардинального энергетического совершенствования современных и перспективных технологических процессов в металлургии, в том числе и с учётом экологических факторов, требуется перейти на новые идейные и концептуальные основы. Наступило время рассмотрения технических и природных систем в неразрывной динамической взаимосвязи, когда протекающие в них технологические и экологические процессы оказывают непосредственное динамическое влияние друг на друга. Такой фундаментальной направляющей концепцией является концепция управляемого взаимодействия энергии, вещества и информации. Почему именно информационно-управляющий подход позволяет эффективно решать проблему ресурсосбережения с минимальным технологическим риском для окружающей природной среды?

Действительно, хотя в настоящее время в технологическом обороте находится ранее небывалый объем вещественно-энергетических ресурсов, однако в сформулированной здесь концепции на первое место все же выдвигается информационно-управляющие процессы. Суть дела состоит в том, что именно информация и управление позволяют эффективно овладеть этими ресурсами, рационально извлечь их из природной среды, а затем оптимально использовать в соответствующих технологических процессах.

Выдвигаемый в настоящее время приоритет информационно-управляющей компоненты в фундаментальной триаде «вещество – энергия – информация» наиболее проявляется в принципиальной первостепенности науки об управлении технологическими процессами и объектами различной физической природы.

Современные сложные технологические процессы в металлургии состоят из ряда отдельных агрегатов, рабочие процессы которых взаимно влияют друг на друга. Существенное влияние и взаимосвязь технологических процессов как в отдельных агрегатах, так и в группе объектов, приводит к необходимости рассмотрения их как единого целого, как некоторой единой динамической системы со своими показателями и характеристиками.

Разрозненное рассмотрение и даже локальная оптимизация процессов отдельных агрегатов того или иного объекта может не только не дать общего эффекта, но даже привести к ухудшению показателей работы всей системы. Между тем рассмотрение процессов в составных частях современных сложных объектах продолжается

оставаться достаточно распространённым при их исследовании и проектировании. Следовательно, важнейшей особенностью современных сложных объектов является взаимосвязанность протекающих в них технологических процессов.

Сотрудник отдела снабжения и сбыта, подтверждающий получение заказа, технический директор, определяющий техническую политику предприятия, любой металлургический агрегат, «выдающий продукцию», – все это является источником информации.

Последствия поведения или функционирования каждого из них в соответствующей сфере деятельности (заказ, принятие решения о техническом перевооружении, состав получаемого материала и т.п.) порождают то, что принято называть **событием** в самом широком смысле этого слова.

События по-разному отражаются на функционировании предприятия: одни остаются без внимания, другие представляются на усмотрение профессионально компетентных лиц, которые располагают большой свободой действий для локального управляющего воздействия в соответствии с полученной информацией; информация о третьей разновидности событий используется в соответствии с установленными правилами, что в определённый момент времени вызывает *управляющее воздействие* на уровне основных ресурсов, участвующих в рассматриваемом процессе.

Подобно термину «событие», выражение «управляющее воздействие» здесь понимается в самом широком смысле: оно может означать поставку сырья, изъятие изделия из каталога выпускаемой продукции, составление отчёта, перестановку оборудования, ремонт металлургического агрегата, управление технологическим режимом данного конкретного металлургического агрегата и т.п. Таким образом, в общем случае *под управлением понимается совокупность воздействий на систему, переводящих её в требуемое целевое состояние.*

Эти управляющие воздействия влияют на ход событий и сами в соответствующие моменты времени проявляются через другие события, так что цикл замыкается.

Таким образом, мы имеем здесь дело с тем, что принято называть **системой информации**. Из этой системы мы рассмотрим лишь установившийся информационный цикл (рис. 1.1). Событие генерирует информацию, которая затем используется с промежуточной обработкой или без неё, это использование вызывает управляющее воздействие.

С этим процессом мы встречаемся во всех системах управления. Система информации представляет собой информационную

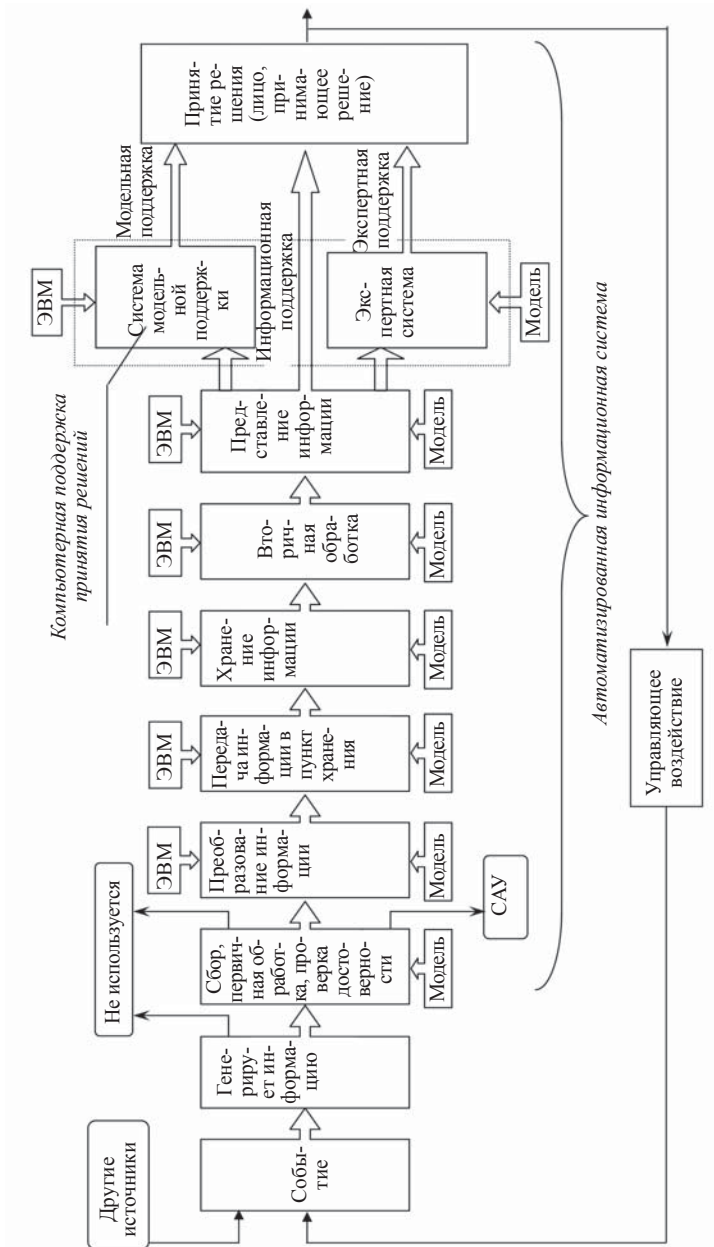


Рис. 1.1. Структура информационной системы

среду, которая позволяет определить: где, когда, при каких обстоятельствах произошло событие? Каким образом его воспринять, уловить, зафиксировать? Где, когда и как следует применить управляющее воздействие?

Использование информации подразумевает ряд воздействий, выполняемых искусственно созданной **автоматизированной информационной системой**. Следовательно, автоматизированная информационная система создаётся человеком искусственным путём. В дальнейшем уточним это понятие.

Рассмотрим основные процессы в информационной системе.

Автоматизированная информационная система в общем случае осуществляет следующие операции (см. рис. 1.1):

- 1) сбор, первичная обработка и оценка достоверности информации;
- 2) преобразование информации, т.е. возможное преобразование информации (перекодирование, перезапись), когда способ представления информации или её носитель не совместимы с блоком её использования;
- 3) передача информации в пункт хранения;
- 4) хранение информации;
- 5) возможная вторичная обработка, когда полученную информацию нельзя использовать непосредственно, т.е. когда она в том виде, в каком есть, не может вызвать требуемого управляющего воздействия;
- 6) передача информации и выдача информации пользователю (представление информации);
- 7) компьютерная поддержка принятия решений;
- 8) использование информации лицом, принимающим решение, для осуществления задач управления.

Следует отметить особую роль моделей разного класса и вида на всех этапах. Известный русский академик А.Н. Крылов в 1937 г. ещё в период зарождения вычислительной техники и информатики предупреждал, «что если в вычислительное устройство загрузить информационный мусор, то на выходе вычислителя получим также мусор». Последующий опыт показывает, что только использование адекватных моделей разного класса (математических моделей технологических процессов, моделей знаний, моделей данных и т.п.) может обеспечить успешность и эффективность функционирования информационных систем.

Итак, использование математических моделей объектов не только на стадии априорного проектирования систем, но и в процессе их функционирования, является основной из характерных черт современной теории управления. Центральной частью современной тео-

рии автоматического управления является собственно теория оптимального управления, т.е. она должна на каждом этапе функционирования системы указывать алгоритм оптимального достижения цели.

Особо отметим, что на всех этапах, указанных на рис. 1.1, современные информационные системы предусматривают широкое использование компьютерной техники.

Конкретизируем понятие автоматизированной информационной системы.

*Автоматизированная информационная система – это искусственно созданная человеком взаимосвязанная совокупность средств (в том числе и компьютерных), методов и персонала, используемых для получения, хранения, обработки, манипулирования и выдачи информации в интересах достижения поставленной цели.*

Иными словами, информационная система – это человеко-компьютерная система для поддержки принятия решений и производства информационных продуктов, использующая компьютерную информационную технологию.

Главная цель информационных систем в металлургии – это создание эффективной и надёжной информационной структуры анализа сквозной технологии, пригодной к промышленному использованию. Под сквозной технологией в чёрной металлургии для предприятий с полным металлургическим циклом обычно понимают комплекс технологических операций в системе «подготовка руд к плавке – доменный передел – сталь – металлопрокат».

## **1.2. Уровни автоматизированной информационной системы**

Деятельность любого промышленного предприятия, в том числе и металлургического, можно условно разделить на две части: первая – это непосредственно производственный процесс, вторая – финансово-экономическая деятельность предприятия. Требования к информационным системам по финансово-экономической деятельности не имеют, пожалуй, особой специфики для различных областей, но производственная деятельность крупного металлургического производства, включающего множество технологических циклов и потребляющего разное сырьё (как исходное, так и промежуточное), всегда ставит задачу контроля технологических цепочек на всех этапах. В металлургии сбои в технологическом цикле могут иметь как тяжёлые финансовые последствия, так и приводить к крупным авариям. Соответственно контроль дол-

жен осуществляться в реальном времени и непрерывно, что выдвигает требования к производительности информационных систем, гарантии качества услуг и их надёжности. Впрочем, надёжность и защищённость систем не в меньшей степени требуются и для финансово-экономической деятельности, так как объем входящих и исходящих финансовых потоков, а также циркулирующих внутри предприятия весьма велик.

Любое более-менее серьёзное предприятие металлургической отрасли нередко представляет собой конгломерат нескольких, в известной степени независимых друг от друга, но связанных производств. В зависимости от размеров предприятия и области металлургии, в которой оно специализируется, количество этих производств может варьироваться. Относительная автономность всех производств, тем не менее подразумевает их слаженную работу и сопряжённость технологических циклов. В связи с этим необходимо создание ряда независимых друг от друга информационных систем и обеспечение их интеграционного взаимодействия друг с другом.

В мировой практике принято рассматривать комплексные системы автоматизации предприятий в виде 5-уровневой пирамиды. Структуру информационной системы крупного промышленного предприятия обычно представляют в виде пирамиды (рис. 1.2).

Исторически процесс информатизации проникал на производство с двух сторон – «сверху» и «снизу». «Сверху» (самый верхний, пятый уровень) в офисах создаются информационные структуры, отвечающие за работу предприятий в целом. Это автоматизация бухгалтерского учёта, управления финансами и материально-техническим снабжением, организацией документооборота, анализом и прогнозированием и др. Этот уровень называется *планирование ресурсов производства, т.е. материальных ресурсов (MRP, Manufacturing Resource Planning)*, или *управление всеми ресурсами предприятия (ERP, Enterprise Resource Planning)*. Задачи, решаемые на этом уровне, в аспекте требований, предъявляемым к компьютерам, отличаются главным образом повышенными требованиями к ресурсам серверов.

Требуется, как правило, ведение единой интегрированной – централизованной или распределённой, однородной или неоднородной базы данных, планирования и диспетчеризация на уровне предприятия в целом, автоматизации обработки информации в основных и вспомогательных административно-хозяйственных подразделениях предприятия: бухгалтерский учёт, материально-техническое снабжение и т.п. Для решения этих задач выбирают универсальные компьютеры, а также многопроцессорные системы повышенной производительности.



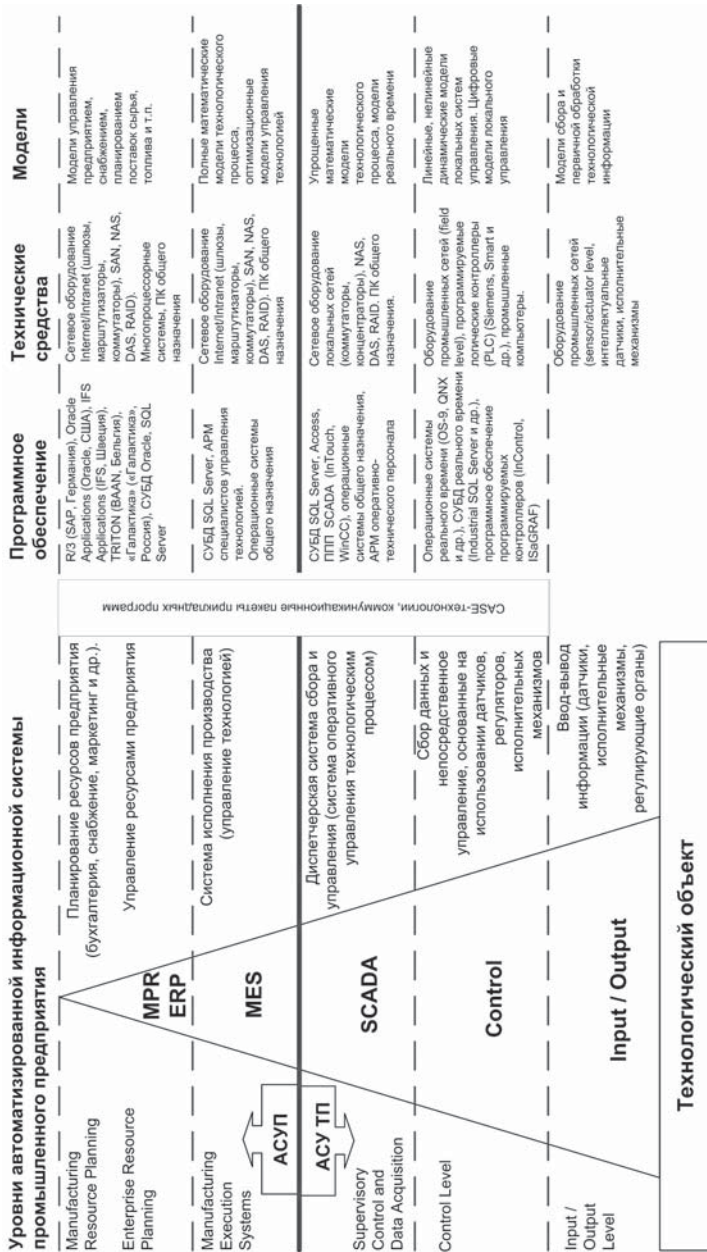


Рис. 1.2. Уровни автоматизированной информационной системы промышленного предприятия

Самый нижний, первый уровень представляет собой набор датчиков, исполнительных механизмов и других устройств, предназначенных для сбора первичной информации и реализации управляющих воздействий. Этот уровень называется *I/O (Input/Output, ввод/вывод)*.

Следующий, второй уровень предназначен для *непосредственного управления производственным процессом с помощью различных устройств связи с объектом (УСО), программируемых логических контроллеров (ПЛК, PLC – Programmable Logic Controller) или (и) промышленных (индустриальных) компьютеров (PC, ПК)*. Это уровень (*Control Level – простое управление*), на котором замыкаются самые «короткие» контуры управления производством.

Уровень управления Control характеризуется следующими показателями:

- предельно высокой реактивностью режимов реального времени;
- предельной надёжностью (на уровне надёжности основного оборудования);
- функциональной полнотой взаимодействия с уровнем Input/Output;
- возможностью автономной работы при отказах комплексов управления верхних уровней;
- возможностью функционирования в сложных цеховых условиях.

Третий уровень называется *SCADA (Supervisory Control and Data Acquisition – буквально, сбор данных и диспетчерское управление)*. На уровне (SCADA Level) осуществляется диспетчеризация систем сбора данных и оперативное управление технологическим процессом, принимаются тактические решения, прежде всего направленные на достижение стабильности процесса. Данный уровень управления должен обеспечивать:

- диспетчерское наблюдение за технологическим процессом по его графическому отображению на экране в реальном масштабе времени;
- расчёт и выбор законов управления, настроек и уставок, соответствующих заданным показателям качества управления и текущим (или прогнозным) параметрам объекта управления;
- хранение и дистанционную загрузку управляющих программ в PLC;
- оперативное сопровождение моделей объектов управления типа «агрегат», «технологический процесс», корректировку

моделей по результатам обработки информации от первого уровня;

- ведение единой базы данных технологического процесса (реальное время);
- контроль работоспособности оборудования первого уровня, реконфигурацию комплекса для выбранного режима работы;
- связь с вышестоящим уровнем.

Компьютеры третьего уровня должны объединяться в локальную сеть с выходом на следующий уровень управления.

В соответствии с современной идеологией основные задачи управления параметрами процесса решаются на нижних уровнях системы, что позволяет повысить реактивность системы и разгрузить компьютерную сеть от передачи излишней информации. Значительное усиление аппаратного обеспечения (контроллеров) на нижних уровнях системы ведёт к тому, что границы между SCADA, Control и Input/Output начинают стираться. На верхние уровни управления возлагаются только те задачи, для выполнения которых технические и программные средствами нижних уровней не приспособлены.

Очевидно, что первичная информация с третьего уровня должна «добираться» до пятого, верхнего уровня, уровня принятия стратегических решений. Очевидно также, что поток сырых данных, без надлежащей обработки, послужит скорее «информационным шумом» для менеджеров и экономистов. ***Необходимым связующим звеном выступает новый класс средств управления производством – MES (Manufacturing Execution Systems – или системы исполнения производства)***. Этот уровень выполняет упорядоченную обработку информации о ходе производства продукции в различных цехах, обеспечивает управление качеством, а также является источником необходимой информации в реальном времени для самого верхнего уровня управления. Данный уровень характеризуется необходимостью решения задач оперативной упорядоченности первичной информации из цеха (группы цехов) и передачи этой информации на верхний уровень планирования ресурсов всего предприятия. Решение этих задач на данном уровне управления обеспечивает оптимизацию управления ресурсами цеха (группы цехов) как единого организационно-технологического комплекса по заданиям, поступающим с верхнего уровня, и выполняется при оперативном учёте текущих параметров, определяющих состояние объекта управления.

Заметим, что на каждом из указанных уровней промышленной информационной системы в мировой практике очень широко используются различные технические средства, программное обеспечение и модели.

Анализ задач, решаемых на нижнем уровне пирамиды информационной системы (уровень Control, см. рис. 1.2) показывает, что здесь имеется определённая взаимосвязь задач, решаемых информационными системами, с задачами автоматизированных систем управления (АСУ). Особенностью создания «цифровой нервной системы» промышленного предприятия является необходимость тесной интеграции автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУТП) и автоматизированными системами управления предприятием (АСУП). В связи с этим конкретизируем эти понятия.

Автоматизированная система управления (АСУ) – это человеко-машинная система, обеспечивающая автоматизированный сбор и обработку информации, необходимой для оптимизации управления в различных сферах человеческой деятельности. Обычно среди АСУ выделяют автоматизированные системы управления производством (АСУП) и автоматизированные системы управления технологическими процессами (АСУ ТП). АСУП предназначена для основных задач управления производственно-хозяйственной деятельностью предприятия в целом и (или) его самостоятельных частей на основе применения экономико-математических методов и средств вычислительной техники. АСУ ТП используются для выработки и реализации управляющих воздействий на технологический объект управления в соответствии с принятым критерием управления. Назначение АСУ ТП – целенаправленное ведение технологического процесса и обеспечение вышестоящих и смежных систем управления необходимой информацией.

АСУ ТП имеет следующие существенные признаки:

- содержит средства вычислительной техники;
- способствует обеспечению протекания технологического процесса;
- в выработке и реализации решений по управлению ТП участвуют средства вычислительной техники и человек-оператор.

В наиболее общем случае АСУ ТП представляет собой замкнутую систему, обеспечивающую автоматизированный сбор и обработку информации, необходимой для оптимизации управления технологическим объектом в соответствии с принятым критерием, и реализацию управляющих воздействий на технологический объект управления.

Технологический объект управления (ТОУ) – это совокупность технологического оборудования и реализованного на нем технологического процесса. Совместно функционирующие ТОУ и АСУ ТП образуют автоматизированный технологический комплекс (АТК).

Идеология систем управления предприятиями в настоящее время строится по принципам:

- интеграции всех систем управления, и в первую очередь АСУП и АСУ ТП, в единую систему;
- структурированной и модульной организации входящих в её состав компонентов.

Функции АСУ ТП подразделяются на информационные, управляющие и вспомогательные.

*Информационные функции АСУ ТП* – это функции системы, содержанием которых является сбор, обработка и представление информации для последующей обработки. К информационным функциям АСУ ТП относят централизованный контроль и измерение технологических параметров, вычисление параметров процесса, формирование и выдачу текущих и обобщающих технологических и экономических показателей оперативному персоналу АСУ ТП, подготовку и передачу информации в смежные системы управления. Таким образом, основу информационных функций составляют такие, результатом выполнения которых являются представление оператору или какому-либо внешнему получателю информации о ходе процесса в технологическом объекте управления.

*Управляющие функции АСУ ТП* включают в себя действия по выработке и реализации управляющих воздействий на технологический объект управления. К управляющим функциям АСУ ТП относят регулирование (стабилизацию) отдельных технологических переменных, логическое управление операциями или аппаратами, программное логическое управление оборудованием, оптимальное управление установившимися или переходными режимами или отдельными стадиями процесса, адаптивное управление объектов в целом и др.

*Вспомогательные функции* состоят в обеспечении контроля за состоянием функционирования технических и программных средств системы.

Как правило, только информационные и вспомогательные функции и являются областью интересов информационных систем, в то время как управляющие функции не рассматриваются в информационных системах, а являются прерогативой теории управления, кибернетики и т.д.

В зарубежной практике типовая архитектура АСУ ТП, как правило, включает в себя следующие уровни (см. рис. 1.2):

- уровень Input/Output, т.е. непосредственного взаимодействия с технологическим объектом, на котором осуществляется сбор данных от датчиков и воздействие на технологических

процесс с помощью исполнительных механизмов и регулирующих органов;

- уровень Control, на котором осуществляется непосредственное управление технологическими параметрами. На этом уровне, как мы уже отмечали, часто используются программируемые логические контроллеры – ПЛК (PLC – Programmable Logic Controllers) с открытой архитектурой или свободным программным обеспечением (СПО) различных отечественных и зарубежных фирм;
- уровень SCADA – автоматизированного рабочего места (АРМ) оператора, включающий диспетчерскую систему сбора и управления технологическим процессом (собственно SCADA-система), компьютерные системы поддержки принятия решений. Это верхний уровень управления в системе АСУ ТП, на котором собирается необходимая информация от многих источников низшего уровня и который включает контуры управления и принятия решения не только на основе вычислительных средств, но и человека (оператора). На этом же уровне предусматривается решение задач оптимизации, прогнозирования технологического процесса. Здесь предусматривается использование мощных вычислительных ресурсов в экспертных и моделирующих системах реального времени.

Интеллектуальным ядром такой переработки информации являются математические модели технологических процессов.

Классификация моделей, соответствующая различным автоматизированным информационным системам, приведена на рис. 1.1. На нижних трёх уровнях (Input/Output, Control, SCADA) находятся относительно простые инженерные модели реального времени. На уровне MES – полные и упрощенные математические модели, при этом в основу положен аналитический подход, основанный на использовании фундаментальных физических, физико-химических законов. Отметим, что именно такого класса моделей применительно к доменному производству и будет уделено основное внимание в последующих главах. На самом верхнем уровне располагаются экономико-математические модели предприятия. Такое разделение моделей, конечно же, условно и обусловлено во многом современным состоянием теории математического моделирования, имеющих тех технических и программных средств, что и проиллюстрировано на рис. 1.2.

Итак, использование математических моделей объектов в процессе их функционирования, является основной из характерных черт современной теории управления. Заметим, что математиче-

ское содержание проблемы управления в трудах крупных математиков получило существенное развитие. В то же время академик РАН А.А. Красовский совершенно справедливо отмечал, что «...в развитии современной теории управления с точки зрения практики далеко не все обстоит благополучно. Классическую теорию автоматического управления в основном создавали инженеры для инженеров. Современную теорию управления создают в основном математики для инженеров и во все большей мере математики для математиков». Последнее с точки зрения практики вызывает определённое беспокойство. Главное негативное влияние на практическое внедрение методов современной теории управления оказывает масса оторванных от практических потребностей и возможностей работ, интересных в математическом отношении, но пока бесплодных в отношении современных приложений. Нельзя отрицать право на существование математической современной теории управления как раздела математики, развивающегося по собственным законам и находящего применение по мере возникновения соответствующих потребностей. Однако такая математическая сторона современной теории управления должна быть достаточно чётко выделена по отношению к прикладной её стороне. Главная проблема заключается в принципиальном игнорировании многими математиками такого фундаментального понятия, как физическая сущность и индивидуальные особенности управляемого объекта. Если на начальном этапе развития классической теории автоматического управления, а в последующем в математической теории оптимального управления, такое абстрагирование от физического содержания несомненно было полезным с точки зрения разработки основ теории, то сегодня развитие теории управления требует возврата и учёта основополагающих свойств объекта управления, но уже на новом качественном уровне развития современной прикладной теории управления. В современной теории управления математическое содержание во многом подавляет физическое начало. Формальный вычислительный подход не может быть перспективным направлением в развитии прикладной теории управления, несмотря на мощь современной вычислительной техники. Следует особо подчеркнуть, что начавшаяся ещё в конце 1960-х годов «компьютерная эйфория», сводящая сложную проблему математического моделирования технологических процессов и синтеза систем управления только лишь к вычислительной мощности ЭВМ, полностью себя исчерпала. Этим, вообще говоря, во многом и завершается формально-математический этап развития теории моделирования и управления в XX веке и начинается этап развития физической теории моделирования и управления.

Несмотря на информатизацию, развитие вычислительной математики и алгоритмов идентификации, банки сертифицированных (верифицированных) математических моделей остаются слабо заполненными. Это связано с большими интеллектуальными и временными затратами для создания адекватных математических моделей сложных процессов и систем. Для новых процессов и систем высокой сложности это создаёт большие трудности, так как эти процессы и системы, как правило, не могут функционировать без управления, а математическая модель часто не может быть идентифицирована и сертифицирована без реально функционирующей системы. Методологической основой создания моделей технологических процессов является общая теория систем и системный анализ. При использовании этой методологии модель технологических процессов состоит не только из математических моделей отдельных элементов, но и математических моделей взаимодействия между элементами и внешней средой, описываемых оператором взаимодействия (взаимосвязи). Каждый элемент математической модели может иметь различную степень детализации математического описания. Важно лишь, чтобы входные и выходные параметры всех элементов модели находились во взаимном соответствии, что обеспечит получение замкнутой системы уравнений математической модели процесса в целом. В идеале математическое описание каждого элемента должно включать уравнения, параметрами которых являются только физико-химические свойства веществ. Однако получить такое фундаментальное описание свойств всех элементов, их взаимосвязей при существующем уровне знаний и исследований некоторых явлений металлургических процессов в настоящее время не всегда представляется возможным. Это связано ещё и с чрезвычайным усложнением математического описания свойств элементов, оно само по себе приводит к резкому усложнению математической модели процесса в целом и, кроме того, вызывает существенные вычислительные трудности при её реализации. В связи с этим при практическом использовании описанного алгоритма на том или ином уровне детализации приходится применять и эмпирические соотношения.

### **1.3. Принципы построения АСУ ТП**

Современная АСУ ТП (автоматизированная система управления технологическим процессом) представляет собой многоуровневую человеко-машинную систему управления. Создание АСУ сложными технологическими процессами осуществляется с использованием автоматических информационных систем сбора данных и вычис-



лительных комплексов, которые постоянно совершенствуются по мере эволюции технических средств и программного обеспечения.

Непрерывную во времени картину развития АСУ ТП можно разделить на три этапа, обусловленных появлением качественно новых научных идей и технических средств. В ходе истории меняется характер объектов и методов управления, средств автоматизации и других компонентов, составляющих содержание современной системы управления.

- Первый этап отражает внедрение систем автоматического регулирования (САР). Объектами управления на этом этапе являются отдельные параметры, установки, агрегаты; решение задач стабилизации, программного управления, слежения переходит от человека к САР. У человека появляются функции расчёта задания и параметров настройки регуляторов.
- Второй этап – автоматизация технологических процессов. Объектом управления становится рассредоточенная в пространстве система; с помощью систем автоматического управления (САУ) реализуются всё более сложные законы управления, решаются задачи оптимального и адаптивного управления, проводится идентификация объекта и состояний системы. Характерной особенностью этого этапа является внедрение систем телемеханики в управление технологическими процессами. Человек все больше отдаляется от объекта управления, между объектом и диспетчером выстраивается целый ряд измерительных систем, исполнительных механизмов, средств телемеханики, мнемосхем и других средств отображения информации (СОИ).
- Третий этап – автоматизированные системы управления технологическими процессами – характеризуется внедрением в управление технологическими процессами вычислительной техники. Вначале – применение микропроцессоров, использование на отдельных фазах управления вычислительных систем; затем активное развитие человекомашинных систем управления, инженерной психологии, методов и моделей исследования операций и, наконец, диспетчерское управление на основе использования автоматических информационных систем сбора данных и современных вычислительных комплексов.

Современная идеология построения сложных автоматизированных систем управления технологическими процессами уверенно развивается в направлении применения распределённых принципов построения систем в противоположность централизованным (рис. 1.3, 1.4).

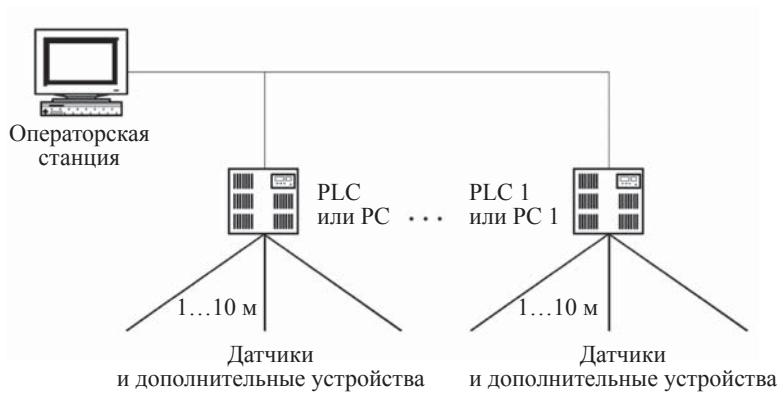


Рис. 1.3. Структура распределенной информационной системы

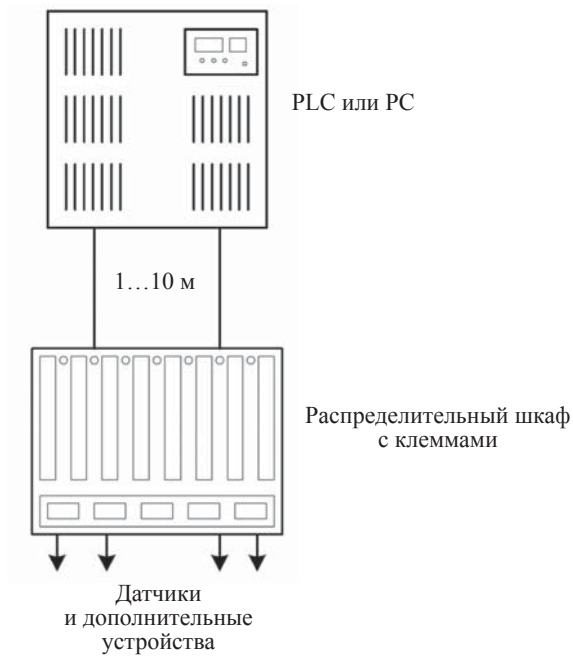


Рис. 1.4. Структура централизованной информационной системы

Распределённую систему управления (PCU, DCS – Distributed Control System) можно определить как систему, состоящую из множества устройств, разнесённых в пространстве, каждое из которых не зависит от остальных, но взаимодействует с ними для выполнения общей задачи.

Распределённая система имеет следующие характеристики, отличающие её от сосредоточенной:

- большее быстродействие благодаря распределению задач между параллельно работающими процессорами;
- повышенная надёжность (отказ одного из контроллеров не влияет на работоспособность других);
- большая устойчивость к сбоям;
- более простое наращивание или реконфигурирование системы;
- упрощенная процедура модернизации;
- большая простота проектирования, настройки, диагностики и обслуживания.

Такие АСУ ТП содержат компьютерные сети. Следовательно, распределённые АСУ ТП характеризуются физической, логической и функциональной структурами, единство которых определяет архитектуру АСУ ТП. В результате централизованные архитектуры уступили свои позиции на рынке, в то время как открытые распределённые системы являются основой построения систем.

Приведём три основные предпосылки перехода разработчиков систем АСУ ТП к применению распределённых сетевых технологий.

1. Изделия из кремния дешевеют, а изделия из меди дорожают. За последние годы эта тенденция стала особенно заметна. Прошли те времена, когда нормой жизни считался огромный шкаф, напичканный автоматикой, с выходящими из него толстыми пучками кабелей, ведущими к датчикам и исполнительным механизмам. Сегодня экономически целесообразно установить в цехе или на участке нескольких локальных контроллеров или УСО, объединённых в единую сеть, чем прокладка разветвлённых кабельных систем.

2. Стоимость работ по установке, тестированию, вводу в эксплуатацию и сопровождению централизованной системы гораздо выше, чем распределённой. Количество проводных соединений в централизованной системе значительно больше, чем у распределённой. Системы с централизованным управлением обычно требуют, чтобы каждый датчик или группа датчиков подключались к центральному компьютеру отдельным и довольно дорогим высококачественным кабелем. В противоположность этому в распределённой системе рядом с каждой группой датчиков располагается один

интеллектуальный узел, преобразующий сигналы датчиков в цифровую последовательность и передающий их в этом виде в систему управления. При этом прокладка кабелей и развёртывание систем обходится значительно дешевле. Необходимо учитывать многократно возрастающую вероятность ошибки при монтаже проводов в многочисленных кроссовых клеммных колодках и сложность поиска и устранения неисправностей. Особо следует отметить ситуацию, когда в составе объекта управления появляется ещё несколько входных или выходных каналов. Добавление новых линий связи к уже проложенной кабельной системе – занятие не из простых.

3. Растущая потребность в «распределённом интеллекте», стремительное удешевление вычислительной техники, позволило применять автономные вычислители в каждом из узлов АСУ ТП в непосредственной близости от исполнительных устройств и датчиков. Сегодня, когда микропроцессоры и другие специализированные микросхемы дешевеют, становится целесообразным выделять в общей системе АСУ отдельные локальные задачи, решение которых поручать локальным контроллерам. Контур управления, таким образом, замыкается на нижнем уровне. Сеть же позволяет контроллерам в качестве аргументов для вычисления вектора использовать переменные других контроллеров, обеспечивая связанность системы управления в целом.

Такая архитектура существенно увеличивает производительность, надёжность, живучесть и масштабируемость систем. Она также открыла принципиально новые возможности распределения функций в децентрализованных системах. При этом децентрализация предполагает не только рассредоточение аппаратуры, но и распределение функций обработки информации и управления между автономными компьютерами. Такие системы могут включать в свой состав и централизованные ЭВМ, выполняющие функции оптимизации, учёта, планирования и координации работы.

Сегодня никакой производитель не может поставлять всю номенклатуру изделий, используемых в современных информационных системах. От специалистов требуется умение применять для построения информационных систем высокотехнологичные изделия различных компаний, и, естественно, эти изделия должны быть совместимыми. Для гарантии совместимости различных производителей необходимы открытые стандарты аппаратных и программных средств. Помимо аппаратной составляющей для совместимости необходимо использование программных платформ с открытым кодом (на контроллерах применяют операционные системы на базе Linux, например, BusyBox, также сейчас получает развитие платформа от Microsoft . Net Micro Framework, которая также является открытой).

Системы, являющиеся уникальными (их создаёт и поддерживает только один производитель), работающие по уникальным протоколам связи, получили название «*Закрытые системы*» (closed systems) (например, Siemens). Большинство таких систем зародилось во времена, когда проблема интеграции изделий других производителей не была актуальной.

«*Открытые системы*» (open systems) приводят специфические требования в соответствие интересам всех. Только при использовании принципов открытых систем интеграция изделий разных производителей в одну сеть может быть решена без особых проблем. Открытая система – это модульная система, которая допускает замену любого модуля на аналогичный модуль другого производителя, имеющийся в свободной продаже по конкурентоспособным ценам, а интеграция систем с другими системами выполняется без преодоления чрезвычайных мер.

Открытость означает:

- отсутствие патентов или авторских прав на спецификацию стандарта и его расширений;
- отсутствие лицензионной платы за использование стандарта;
- широкий доступ к спецификациям стандарта и его расширениям;
- получение спецификаций в результате открытого обсуждения и конкурса между экспертами крупнейших промышленных ведущих мировых фирм-производителей и пользователей;
- принадлежность прав собственности некоммерческим профессиональным национальным и международным организациям.

Открытость можно рассматривать на разных уровнях иерархии программного и аппаратного обеспечения системы или её составных частей. Открытыми, например, могут быть:

- физические интерфейсы, протоколы обмена, методы контроля ошибок, системы адресации, форматы данных, типы организации сети, интерфейсы между программами;
- пользовательские интерфейсы, языки программирования, управляющие команды модулей ввода-вывода, языки управления базами данных, операционные системы и т.д.;
- конструктивные элементы: шкафы, стойки, разъёмы и т.п.;
- системы, включающие в себя все перечисленные выше элементы.

Открытые системы обладают следующими положительными свойствами:

- модульность;
- расширяемость;
- масштабируемость;
- мобильность (переносимость);

- взаимозаменяемость с компонентами других производителей;
- интероперабельность (возможность совместной работы с компонентами других производителей).

В отличие от открытых, закрытые системы разрабатываются по внутренним стандартам отдельных предприятий. Части (модули) закрытых систем не могут быть заменены аналогичными изделиями других производителей, а заказчик, однажды применив закрытую систему, оказывается привязанным к её разработчику. Отметим, что закрытые системы тоже могут быть модульными, интероперабельными, масштабируемыми. Отличие открытых систем состоит в том, что все перечисленные свойства должны выполняться для компонентов, изготовленных разными производителями и имеющихся в свободной продаже.

С развитием технических и программных средств на крупных предприятиях изменяются и подходы к разработке систем АСУ ТП. Система АСУ ТП представляется как ядро, отвечающее за сбор, первичную обработку и обмен информации с датчиков, преобразователей и исполнительных механизмов. Она также включает набор сервисных программ, отвечающих за организацию хранения, доступа и отображения информации пользователям системы. Высокая надёжность средств вычислительной техники и PLC повысила отказоустойчивость АСУ ТП в целом. Это обстоятельство, а также возможность создания единого информационного пространства на базе компьютерных сетей внутри крупного цеха приводит к необходимости интеграции систем АСУ ТП отдельных агрегатов с системами цехового уровня (системами АСУП). Сегодня расширяется функциональность и место системы АСУП цеха в корпоративных системах управления на крупных предприятиях России. Так, в рамках внедрения корпоративной информационной системы управления предприятием в цехах вводятся в эксплуатацию такие системы, как система управления кадрами, система бухгалтерского учёта, система учёта затрат на производство, система планирования и учёта затрат на ремонты и др. Таким образом, система АСУП цеха становится основным поставщиком оперативной и достоверной информации о производственной деятельности цеха в системы корпоративного уровня. Развитие сетевой инфраструктуры внутри цеха и интеграция её в корпоративную сеть предприятия приводит к существенному росту количества пользователей системы, как среди технологического персонала цеха, так и корпоративных клиентов. Это ставит новые задачи по администрированию систем, организации защиты информации от несанкционированного доступа, защиты информации от вирусных атак.

Современный металлургический завод представляет сильно распределённую структуру и на нём эксплуатируется широчайший спектр программных продуктов и аппаратных платформ. Перед системой управления производством стоит задача обеспечения управления технологией, качеством продукции и производством её под заказ. Существенно усложняет решение этой проблемы значительная разбросанность по территории отдельных цехов, в то же время сильно связанных единым технологическим процессом, и не всегда адекватная решаемым задачам инфраструктура связи.

Огромные размеры современного металлургического комбината, задачи, стоящие перед ним, однозначно диктовали ограничивающее условие: информационной системы, закупленной у одного производителя или созданной на основе технологии одной компании, на предприятиях масштаба ОАО «ММК», ОАО «Северсталь», ОАО «НЛМК», ОАО «НТМК» и др. быть не может. При такой огромной инфраструктуре в принципе невозможно подобрать программную систему, которую одинаково эффективно можно было бы использовать на всех участках. Наиболее правильное решение – декомпозировать систему так, чтобы для каждой подлежащей автоматизации проблеме можно было подобрать адекватный инструментарий. Весьма важно, чтобы декомпозиция шла отнюдь не по известным границам, начерченным привычной классификацией корпоративных продуктов (SCADA, ERP, АСУТП и т.п.) и зачастую искусственно заставляющим предприятия разделять проблемы поддержки бизнеса и технологических процессов.

Система должна быть распределённой, а именно иметь возможность, не полагаясь на некий центральный узел, максимально быстро производить обработку информации на уровне каждого цеха. И в то же время в масштабах всего предприятия система постоянно должна находиться в состоянии логической целостности, поддерживая его настолько оперативно, насколько позволяет имеющаяся на предприятии инфраструктура связи.

Основной целью создания информационных систем является возможность открыть сотрудникам металлургических предприятий всю имеющуюся информацию и представить её таким образом, чтобы руководители производственных подразделений любого уровня могли адекватно принимать управленческие решения. Практически любые данные о производственных процессах, вплоть до первичных, в равной степени должны быть доступны очень широкому кругу специалистов. Вместе с тем информация агрегируется в той степени, в которой это необходимо тому или иному сотруднику.

Идеология системы, функционирующей на базе разветвлённой Intranet-сети комбината и доступной на сотнях рабочих мест, предусматривает скорее построение некой единой информационной шины с универсальным доступом в среду коллективного взаимодействия. В определённой степени систему, о которой идёт речь, можно сравнить с популярными ныне средствами коллективной работы, только если в последних объектами совместного творчества выступают, как правило, документы, то при работе с АСУ специалисты независимо от удалённости их рабочих мест (а их могут разделять десятки километров), должны осуществлять совместную деятельность, наблюдая реальный ход производственного процесса на экране компьютера. Исторически сложилось так, что самый верхний уровень ERP (MRP) и нижние три развивались независимо друг от друга и, следовательно, между собой никак не стыковались, т.е. фактически отсутствовал достаточно интеллектуальный интерфейс, который бы их объединял. Это стало тормозящим фактором на современном этапе развития промышленности, когда для эффективной работы производственного предприятия и для принятия на верхнем уровне как стратегических, так и тактических решений требуется его комплексная автоматизация.

Эволюция структуры управления технологическими процессами заключается в переходе от традиционных АСУ ТП к структурированным АСУ ТП.

К недостаткам традиционного варианта построения АСУ ТП можно отнести:

- сложность и запутанность связей между объектами;
- множество интерфейсов, несовместимость форматов данных и структуры сообщений;
- как результат – сложность внесения изменений, что может вызвать переработку большого объёма программ.

Структурированный (системный) подход обладает следующими особенностями:

- нормализацией данных;
- стандартными формами сообщений;
- гибкими средствами интеграции приложений, включая АСУП.

Такой модульный систематизированный подход к построению АСУ ТП обеспечивает возможность эффективной модернизации системы, облегчает внесение в неё изменений, что в совокупности гарантирует защиту ранее вложенных инвестиций и уменьшает стоимость информационной системы в целом.



## ГЛАВА 2. АРХИТЕКТУРА СОВРЕМЕННЫХ АСУ ТП

Как было показано ранее, областью применения АСУ ТП являются иерархические многоуровневые автоматизированные системы управления производством в реальном времени с распределённой обработкой информации на нижнем уровне, с многопользовательским доступом на средних и верхних уровнях. Архитектура современных АСУ ТП представляет собой многоуровневую систему, строится на основе открытых технологий с использованием стандартных модулей, объединённых в сеть по мехозащищённому интерфейсом и выполняется на принципах:

- стандартности;
- модульности;
- распределённости;
- открытости;
- обеспечения требуемыми метрологическими характеристиками измерительных каналов во всем диапазоне внешних воздействий окружающей среды;
- способности работать в широком диапазоне температур, вибраций, электромагнитных электрических и сетевых помех;
- обеспечения высокой надёжности (время наработки на отказ 100 000 часов и более);
- наличия набора измерительных средств, сопрягаемых с обширным парком датчиков и исполнительных механизмов.

Наряду с миниатюризацией аппаратуры как черты научно-технического прогресса, имеющей необратимый, эволюционный характер, в последний период наметился скачкообразный переход к микроминиатюризации на базе микроэлектронной технологии. Создаются микроминиатюрные твердотельные датчики, преобразователи, однокристалльные вычислители и исполнительные элементы с малым энергопотреблением, высокой надёжностью, большим ресурсом, высоким быстродействием, низкой стоимостью. Микроминиатюрная элементная база сделала возможным создание распределённых систем контроля с высокой информативностью и надёжностью, сенсоры которой способны сами создавать себе условия, благоприятные для функционирования. Для сложных технологических объектов замена десятков и сотен традиционных ПИ- и ПИД-регуляторов с постоянными настройками на однокристалльные микропроцессорные самоорганизующиеся регуляторы поднимет системы управления производством на новый уровень развития.

Выбор конкретной структурной схемы информационной системы зависит от множества факторов, в частности от сложности си-

стемы, количества датчиков и исполнительных механизмов, скорости обновления информации, требований к надёжности, резервированию, противоаварийной защите и т.д. Так, системы, имеющие менее 600–1000 входов-выходов, можно считать малыми, от 600 до 3000 – средними, более 2000–3000 – большими. Очевидно, что такая классификация достаточно условна.

Задача синтеза конкретной системы сводится к оптимизации выбора оборудования: промышленных контроллеров, управляющих вычислительных комплексов, коммуникационного оборудования, каналов связи, рабочих станций. Цель синтеза – оптимальное решение заданной совокупности задач АСУ ТП в установленное время на известном множестве оборудования с заданными характеристиками и с учётом материальных затрат.

В особо ответственных АСУ ТП требуется их отказоустойчивость. Отказоустойчивые АСУ ТП:

- во-первых, допускают проведение ремонта без нарушения непрерывности своей работы;
- во-вторых, сохраняют работоспособность при отказе любого устройства комплекса. Отказоустойчивость достигается введением избыточности – аппаратурной, программной, временной.

Анализ областей применения промышленных автоматизированных систем управления, требующих высокой оперативности и надёжности при круглосуточной эксплуатации, показывает, что управляющие вычислительные комплексы в подобных системах должны:

- иметь функционально-модульную структуру, легко конфигурироваться и резервироваться, а в случае необходимости – наращиваться по числу процессоров, объёму оперативной и внешней памяти, количеству и номенклатуре средств телекоммуникаций и средств отображения информации;
- обеспечивать высокую производительность: предельно высокую реактивность режимов реального времени на нижнем уровне управления при количестве обрабатываемых каналов ввода-вывода, доходящем, как правило, до нескольких тысяч, а также время реакции на запрос оператора с клавиатуры при оперативном диспетчировании до 0,5 с;
- соответствовать требованиям отказоустойчивости, не допускать при непрерывном круглосуточном режиме эксплуатации снижения производительности при возникновении неисправностей и непрерывной дистанционной диагностике работоспособности комплекса. Время обнаружения неисправности порядка секунды и времени ликвидации не более часа;

- отвечать обобщённым требованиям промышленного исполнения, т.е. обладать устойчивостью в процессе эксплуатации в тяжёлых промышленных условиях;
- быть масштабируемыми для построения многоуровневого распределения иерархических систем;
- отвечать стандартам и требованиям открытых систем, обеспечивающим их интеграцию с аппаратными и программными средствами различных производителей;
- обеспечивать интеграцию в локальные офисные и промышленные сети;
- иметь базовое программное обеспечение и инструментальные средства проектирования отказоустойчивых АСУ ТП в различных операционных системах.

## **2.1. Обобщённая схема автоматизированной системы управления технологическим процессом**

Автоматизированный технологический комплекс в металлургии как объект контроля и управления характеризуется следующими признаками:

- большим объёмом контролируемых переменных и расчётных признаков;
- низкой прозрачностью процесса, из-за отсутствия возможности непосредственного контроля развития отдельных стадий процесса;
- существенным запаздыванием в получении информации о выходных показателях процесса, в связи с чем результаты непосредственного контроля часто не позволяют определять первопричину расстройств хода технологического процесса;
- глубокой взаимосвязью всех процессов плавки при ограниченности ресурсов на управление;
- наличием случайных измерительных помех различной природы и характера, что снижает качество информации.

Конечной целью разработок систем управления технологическими процессами в металлургии является создание системы управления, обеспечивающей нормальную работу производства в целом при минимальной себестоимости продукции с учётом ограничений, обусловленных требованиями к качеству продукции, технологии и возможностям оборудования. В области управления технологическими процессами в металлургии сегодня необходимо на основе разработки средств получения объективной информации о параметрах технологического процесса и имеющихся возможностей

использования средств интеллектуального обеспечения максимально приблизить управление производством к автоматизированному.

При анализе работы технологического агрегата его следует рассматривать как управляемую технологическую систему. Для его управления должны использоваться подсистемы измерений, оценивания, хранения, обработки, представления информации, а также интеллектуальные системы управления, включая блок прогнозирования. Отличительная особенность этих систем состоит в том, что для выработки управляющих воздействий в них должен использоваться комплекс математических моделей технологических процессов, различные формы и способы извлечения, хранения, обработки и представления знаний, методы распознавания образов.

На рис. 2.1 приведена обобщённая структура современной автоматизированной интеллектуальной системы управления сложного металлургического агрегата, характеризующая основные этапы обработки и использования информации. Заметим, что количество контролируемых входных параметров сложных металлургических агрегатов, например, доменной печи, составляет более 300 (с учётом показателей химического состава и массы отдельных компонентов шихты), управляющих воздействий «сверху» и «снизу» около 10 (система загрузки, дутьевые параметры и т.д.), основных управляемых выходных показателей процесса более 10.

Показателями (целевой функцией, критериями) технологической эффективности работы печи, технологического персонала и информационной системы являются: удельный расход кокса, производительность печи, выход кондиционного чугуна по содержанию серы в чугуне, температура жидких продуктов плавки в соответствии с требованиями последующего сталеплавильного производства. При этом должны быть выполнены ограничения на технологию доменной плавки, т.е. обеспечена минимальная вероятность попадания технологического состояния печи, в так называемые, критические области (критические, аварийные режимы работы).

Обобщённая схема информационной системы представлена на рис. 2.2.

Это трёхуровневая, иерархическая система управления. Для каждого из уровней предполагает индивидуальный подход к разработке программного обеспечения, зависящий от решаемых задач. Заметим, что при выборе базовых программно-технических компонентов необходимо обеспечить, с одной стороны, простоту реализации отдельных составных частей и комплекса системы в целом, а с

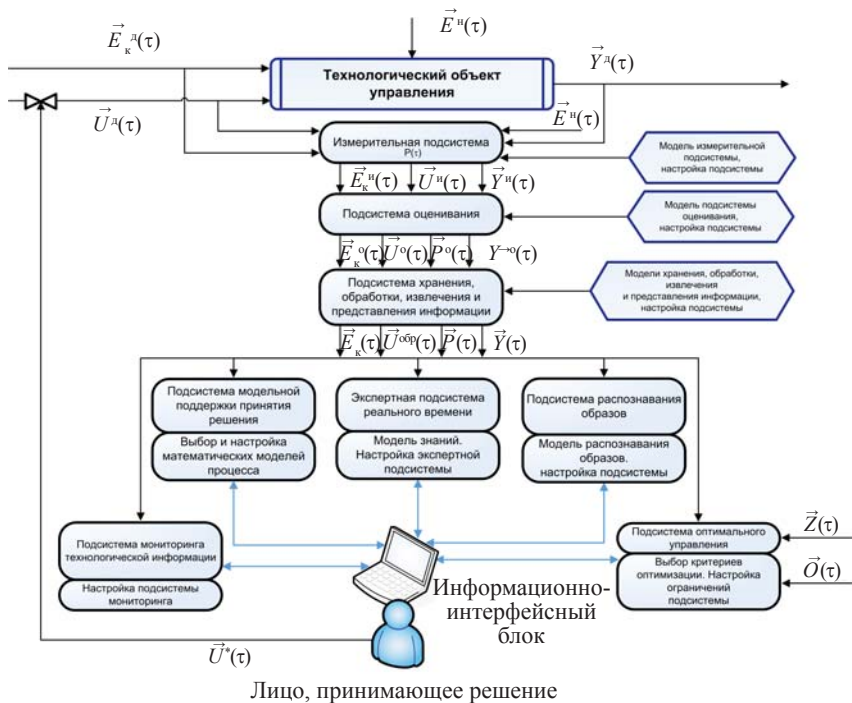


Рис. 2.1. Структура современной интеллектуальной системы управления технологическим процессом:  
 $\vec{Y}$  – выходные параметры;  $\vec{U}$  – управляющие воздействия;  $\vec{P}$  – параметры внутреннего состояния объекта;  $\vec{E}$  – помехи;  $\vec{Z}$  – цели управления;  $\vec{O}$  – ограничения системы; верхние индексы характеризуют: «д» – действительное значение; «н» – неконтролируемые параметры; «и» – измеренные значения; «о» – оценку параметров; «\*» – оптимальные значения управляющих воздействий; нижние индексы: «к» – контролируемые возмущения

другой – технологичность сопровождения, модернизации и развития комплекса в процессе эксплуатации.

### Нижний уровень

Основным функциональным назначением этого уровня является ввод электрических сигналов от датчиков, их первичная обработка, программная реализация законов автоматического регулирования, вывод сигналов управления исполнительными механизмами и информационное взаимодействие со средним (промежуточным) уровнем.

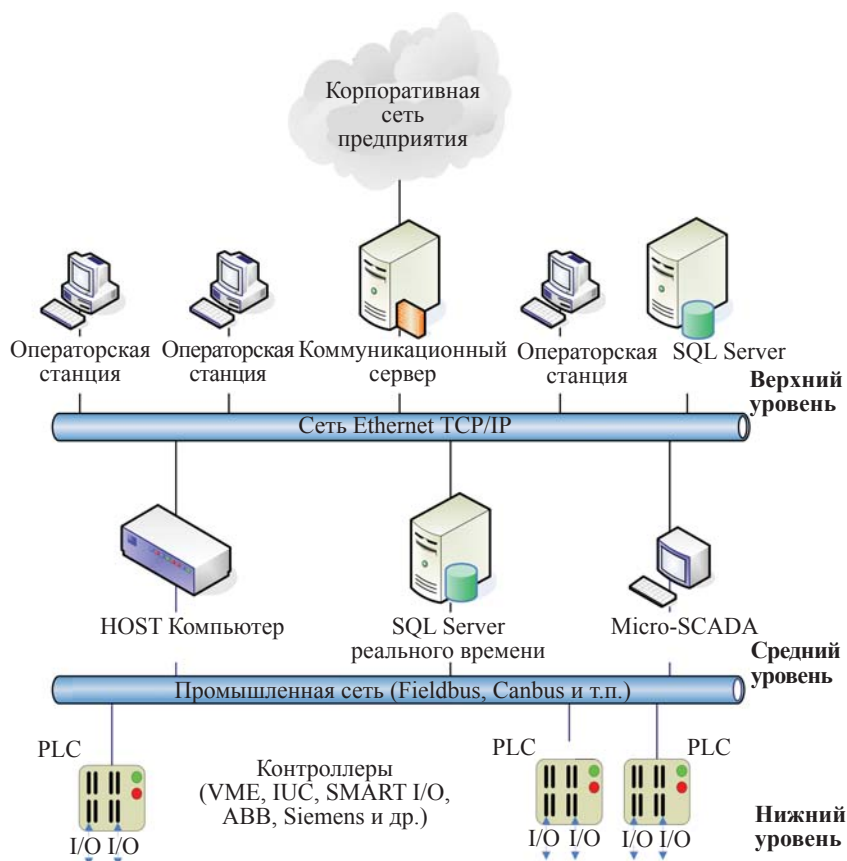


Рис. 2.2. Обобщённая схема информационной системы технологического процесса

На самом нижнем уровне на вход управляющего вычислительного комплекса от датчиков (термопар, индуктивных датчиков, счётчиков продукции и др.) поступает измерительная информация о текущих значениях параметров, характеризующих ход технологического процесса (состояние и параметры заготовок, качество обработанных деталей, их количество и др.). PLC обрабатывает эту информацию в соответствии с принятым законом управления (алгоритмом управления), определяет управляющие воздействия, которые необходимо приложить к исполнительным механизмам

для изменения управляемых параметров, с тем, чтобы управляемый процесс протекал оптимальным образом.

Неотъемлемой частью автоматизированной системы управления технологическими процессами являются устройства связи с объектом (УСО), назначение которых заключается в сопряжении датчиковой аппаратуры и исполнительных механизмов контролируемого объекта и/или технологического процесса с вычислительными средствами системы. УСО представляет собой комплекс в виде специализированных функциональных блоков, осуществляющий необходимый информационный обмен между технологическим объектом и управляющей информационной системой. Заметим, что использование модулей УСО может потребоваться не только на нижнем уровне системы управления, но и на верхних уровнях – например, для связи с диспетчерским оборудованием или для скоростного ввода информации от специальных подсистем.

Как правило, на УСО возлагаются следующие функции.

- Нормализация аналогового сигнала – приведение границ шкалы первичного непрерывного сигнала к одному из стандартных диапазонов входного сигнала аналого-цифрового преобразователя измерительного канала. Наиболее распространены следующие диапазоны: 0–20 мА, 4–20 мА, от 0 до 5 В; от –5 до 5 В; от 0 до 10 В, а также сигналы датчиков с естественными выходными сигналами (термопары, термометры сопротивления, тензометрические датчики и т.п.).
- Предварительная низкочастотная фильтрация аналогового сигнала – ограничение частот первичного сигнала с целью снижения влияния на результаты измеренных помех различного происхождения. На промышленных объектах наиболее распространены помехи с частотой сети переменного тока, а также хаотические импульсные помехи, вызванные влиянием на технические средства измерительного канала переходных процессов и наводок при коммутации исполнительных механизмов повышенной мощности.
- Обеспечение гальванической развязки между источником аналогового или дискретного сигнала и измерительными каналами системы. В равной степени это относится к изоляции между каналами дискретного вывода системы и управляемым силовым оборудованием. Помимо собственно защиты выходных и входных цепей, гальваническая изоляция позволяет снизить влияние на систему помех по цепям заземления за счёт полного разделения вычислительной системы и контролируемого оборудования.

Помимо перечисленных функций ряд устройств связи с объектом может выполнять более сложные задачи за счёт наличия в их составе подсистемы аналого-цифрового преобразования и дискретного ввода-вывода, микропроцессора и средств организации одного из интерфейсов последовательной передачи данных.

Основными параметрами УСО в общем случае являются скорость и погрешность преобразования, а также диапазон входных/выходных напряжений и токов. Наиболее оптимальным вариантом структурной организации модуля УСО является разделение его на две функционально-конструктивные части. Одна часть – системная, реализующая функции сопряжения с PLC (PC) и в ряде случаев функции обработки информации, и вторая – собственно модуль УСО, осуществляющий непосредственный приём сигналов от датчиков технологических процессов и выдачу управляющих воздействий на исполнительные механизмы. На плате модуля УСО могут быть также установлены специализированные процессоры, выполняющие цифровую фильтрацию и предварительную обработку информации с датчиков, эталонный источник напряжения для оценки и коррекции метрологических характеристик АЦП и др. Такие интеллектуальные УСО позволяют существенно сократить затраты времени центрального процессора и повысить производительность системы. С развитием микроэлектроники цифровая обработка сигналов и другие интеллектуальные функции реализуются в УСО уже на уровне первичных преобразователей. Для промышленных контроллеров характерна магистрально-модульная структура.

Для организации управления в настоящее время чаще всего используется синхронный принцип связи компьютера с объектом управления. При этом процесс управления разбивается на циклы равной продолжительности тактирующими сигналами таймера (электронных часов). За время каждого цикла осуществляется:

- последовательный опрос сигналов датчиков, преобразование их в цифровой код и ввод в PLC (PC);
- обработка в PLC (PC) поступившей информации и расчёт необходимых управляющих воздействий;
- выдача управляющих воздействий на объект управления и запоминание их на время всего цикла.

В оставшееся время до конца цикла PLC (PC) выполняет так называемые «фоновые» задачи, которые могут прерываться тактирующими сигналами без нарушения программы.

Для некоторых важных параметров объекта применяется асинхронный принцип связи с PLC (PC). При этом вместо тактирующих сигналов с таймера PLC (PC) поступают через устройство



прерывания сигналы датчиков прерывания (ДП), связанных с объектом. PLC (PC) реагирует на сигналы прерывания с учётом уровня их приоритета и переходит на работу по программе для аварийного режима.

Заметим, что для реализации этих задач в промышленных системах существуют, в принципе, два конкурирующих направления в технике: промышленные (промышленные) компьютеры PC и программируемые логические контроллеры PLC.

*Промышленные (промышленные) компьютеры (PC)*, как правило, программно совместимы с обычными офисными PC, но адаптированы для жёстких условий промышленной эксплуатации. Они должны работать круглосуточно, подвергаясь воздействию окружающей среды, влаги, пыли, вибрации. В качестве устройств сопряжения с объектом управления данные системы комплектуются дополнительными платами (адаптерами) расширения, которые на рынке представлены в большом разнообразии.

*Промышленные контроллеры (PLC – Programmable Logic Controller)* представляют собой специализированные вычислительные устройства, предназначенные для управления процессом (объектом) в реальном времени.

PLC являются ответственными компонентами и, в значительной степени, определяют свойства всей информационной системы: открытость, модульность, наращиваемость, гибкость, надёжность функционирования.

Роли управляющих электронно-вычислительных машин традиционные универсальные PC не всегда пригодны по следующим причинам:

- время решения задач в системах управления должно быть строго ограничено реальным временем, что в настоящее время сложно реализуемо для многих задач на PC;
- универсальные PC достаточно громоздки в сравнении с PLC;
- как правило, PC не обеспечивают высокую технологичность ремонта и обслуживания, что необходимо в АСУ ТП;
- гибкость и необходимость модернизации в процессе эксплуатации, наращивание каналов ввода/вывода без потерь быстродействия на PC проблематичны;
- в универсальных PC большое количество ресурсов тратится на пользовательский интерфейс, который в системах АСУ ТП не всегда необходим;
- в управляющих электронно-вычислительных машинах необходимо специализированное программное обеспечение: ОС и прикладные программы, так как целью информационной

среды является обеспечение заданной реакции на воздействия, то используются ОС реального времени;

- сменяемость универсальных РС быстрая, а управляющие электронно-вычислительные машины мало меняются, преемственность достигается тем, что в состав магистральных шин закладывается избыточность.

Промышленные контроллеры имеют вычислительное ядро и модули ввода-вывода, принимающие информацию (сигналы) с датчиков, переключателей, преобразователей, других устройств и контроллеров и осуществляющие управление процессом или объектом, выдачей управляющих сигналов на приводы, клапаны, переключатели и другие исполнительные устройства. Современные PLC часто объединяются в сеть, а программные средства, разрабатываемые для них, позволяют в удобной для оператора форме программировать и управлять ими через Host-компьютер, находящийся на более высоком уровне. В PLC, в отличие от РС, как правило, используются операционные системы реального времени – ОС РВ (например, QNX, OS9, Windows CE, microFramework, семейство операционных систем на базе Linux платформы, например, BusyBox и др.), которые подразделяются на операционные системы жёсткого и мягкого реального времени. Отличительными особенностями ОС РВ является не время выполнения задач, а гарантированность постоянства величины этого времени для одной и той же задачи. ОС жёсткого РВ гарантирует выполнение задачи за заранее известное время. В ОС мягкого РВ приняты особые методы устранения неопределённости времени выполнения, однако полностью неопределённость не устраняется. Стандарт POSIX IEEE 1003.1 даёт следующее определение РВ: «Реальное время в операционных системах – это способность операционной системы обеспечить требуемый уровень сервиса в определённый промежуток времени». Эксплуатируются PLC (PC) в основном в производственных условиях. В связи с этим конструктивной особенностью PLC (PC) является пылезащитный и сейсмостойкий корпус, защищающий их при работе в неблагоприятных условиях внешней среды от механических ударов и вибраций, повышенной влажности, запылённости и т.д. Используется модульный конструктивный принцип, обеспечивающий удобство обслуживания и ремонта. Эти комплексы имеют большее, чем у офисных компьютеров, количество слотов расширения, что позволяет обслуживать большое количество датчиков и исполнительных. В порядке объективности все же следует отметить, что в последнее время наметилась тенденция стирания граней между PLC и PC, разрабатываются PC, которые имеют специальное конструктивное исполнение и другие свойства, приближающих их к PLC.

Основная тенденция в создании современных автоматизированных информационных систем заключается в следующем: там, где требуется повышенная надёжность и управление в реальном масштабе времени, применяют PLC, которые по сравнению с PC общего назначения более устойчивы к зависанию, обладают детерминированностью поведения, детерминированными реакциями на события реального времени и практически не подвержены атакам программ-вирусов.

PLC являются ответственными компонентами и, в значительной степени, определяют свойства всей информационной системы: открытость, модульность, наращиваемость, гибкость, надёжность функционирования.

К аппаратно-программным средствам этого уровня обычно предъявляются жёсткие требования по надёжности, времени реакции на исполнительные устройства, датчики и т.д. Работоспособность указанных устройств в промышленности должна обеспечиваться в относительно жёстких условиях эксплуатации (например, повышенные температуры, сильная загрязнённость помещений, токопроводящая пыль, наличие агрессивных газов) при непрерывном круглосуточном режиме работы.

Для обеспечения надёжности работы аппаратуры этого уровня обычно применяются специальные технологические решения. В частности, в ней должны отсутствовать механические элементы – вращающиеся диски, вентиляторы и т.п., ухудшающие надёжность работы аппаратуры. Для охлаждения элементов используются пассивные системы охлаждения – радиаторы естественной конвекции, а ПЗУ реализовано на флэш (Flash)-памяти.

Для построения современных АСУ ТП применяются открытые магистрально-модульные системы (ОММС).

*Признаки открытой магистрально-модульной системы:*

- требования по реализации работы в реальном масштабе времени;
- открытая модульная архитектура;
- стандартизация всех видов программного обеспечения, которая во многом достигается за счет использования СПО;
- совместимость с протоколами и интерфейсами вычислительных сетей общего назначения и промышленных сетей;
- развитый инструментарий;
- распределённость и мультипроцессорность.

*Открытая система* – это система, построенная по магистрально-модульному принципу на основе совместимых унифицированных компонентов, не имеющих логических ограничений по наращиванию, сопровождаемая исчерпывающей информацией по всем видам

обеспечения и отвечающая требованиям работы в реальном масштабе времени.

*Магистрально-модульный принцип построения включает в себя:*

- замену аппаратных компонентов без выключения системы («hot swarring», горячая замена);
- распределённость построения, большое количество и разнообразие подключаемых периферийных устройств (ПУ), следовательно, большое количество каналов прерываний;
- необходимость стандартизации аппаратного и программного обеспечения. Бывают различные группы стандартов: корпоративные (Siemens, Bosh), национальные (ANSI, ГОСТ), международные (ISO, IEC). Чем выше ранг стандарта, тем более открытой является система. К примеру, в универсальных ПК открытость частичная, в результате – ограниченная по развитию система. Стандарты ОММС распространяются как на конструктив, так и на программное обеспечение (POSIX).

Обобщённая модель магистрально-модульной системы представлена на рис. 2.3.

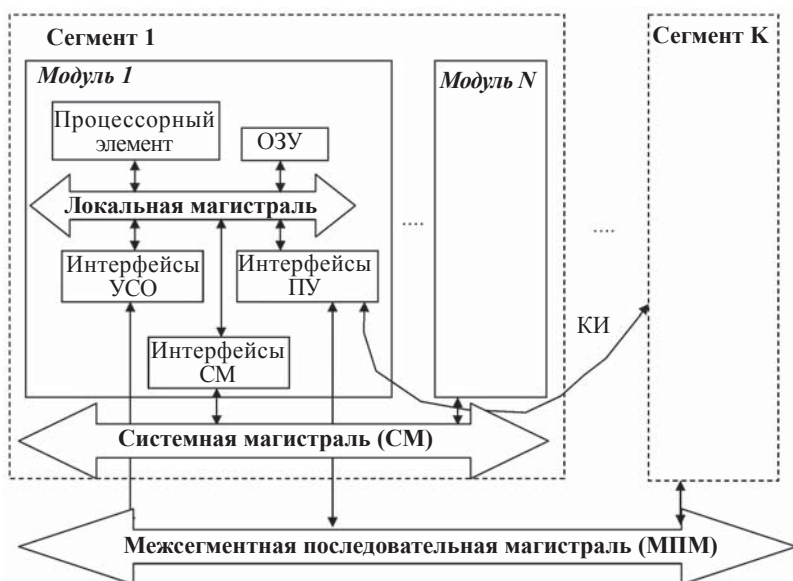


Рис. 2.3. Обобщённая схема ММС:  
 ПУ – периферийное устройство; КИ – коммуникационный интерфейс

В рамках магистрально-модульной системы (ММС) может быть подключено множество модулей, в каждом из них может отсутствовать ряд элементов (например, ОЗУ). Модуль объединяют в сегменты. В рамках одного сегмента обмен данными между модулями осуществляется через системную магистраль (СМ). Множество сегментов объединяются в вычислительную систему с помощью межсегментной последовательной магистрали (МППМ). С помощью коммуникационного интерфейса (КИ) можно напрямую объединять различные модули из разных сегментов (например, интерфейс RS-232 осуществляет связь типа «точка-точка»).

В некоторых случаях (автономная отладка работы каждого сегмента) один сегмент подключается ко всем другим сегментам, реализуя тип связи «один ко многим».

МППМ реализуется при помощи интерфейсов, реализующих многоточечное соединение: RS-485, ARING 429, MIL STD 1553B. К МППМ относятся также стандарты промышленных сетей: Profibus, Interbus, CANbus и др. Особенности работы МППМ: используются детерминированные меры доступа, гарантированное время доставки сообщений, возможность подключения неинтеллектуальных устройств.

#### *Основные свойства приведённой архитектуры*

1. Локализация потоков передаваемой информации, обусловленная функциональным назначением отдельных компонентов. Гибкое разделение потоков данных в зависимости от алгоритмов решаемых задач.

2. Уменьшение избыточности адресной информации, достигаемое за счёт разных адресных пространств локальной, системной и межсегментной магистралей.

3. Независимость магистралей от типов используемых межпроцессорных комплексов и, как следствие, возможность наращивания ресурсов системы новыми усовершенствованными моделями процессоров в ходе эксплуатации системы.

4. Возможность использования различных способов адресации в единой системе. Во-первых, использование логического и индексного способов адресации для одних и тех же компонентов. Во-вторых, применение групповых и широковещательных запросов к фрагментированному адресному пространству.

#### *Характеристики основных магистралей (шин)*

**Локальная магистраль (ЛМ, локальная шина)** обладает, как правило, наивысшим быстродействием (пропускная способность до 1 Гбит/с), ограниченными адресным пространством и нагрузочной способностью (5–6 приёмопередатчиков сигналов). Протяжённость не превышает 10 см.

ЛМ строятся по централизованному принципу, где задатчиком магистрали является процессорный элемент, мультипроцессорная работа не предусматривается, механизмы арбитража отсутствуют. Главная задача – обеспечить максимальную пропускную способность между процессорными элементами и ОЗУ, ПУ и др.

**Системная магистраль (СМ, системная шина)** – главная магистраль системы. Обладает наибольшим адресным пространством, что требует повышенной разрядности шины. Пропускная способность до 400 Мбит/с. Число объединяемых модулей – не более 20, нагрузочная способность – до 50 приёмопередатчиков сигналов. На концах устанавливаются резистивные терминаторы для погашения отражённых электрических сигналов. Предусмотрены развитые механизмы арбитража и, как правило, допускается мультипроцессорный режим работы. Протяжённость не превышает 50–60 см.

**Межсегментная последовательная магистраль (МПП)** обладает наименьшим адресным пространством, количество абонентов не превышает 256. Скорость обмена информацией составляет не более 10 Мбит/с. Протяжённость может достигать нескольких километров.

*Требования и основные свойства системных магистралей управляющих вычислительных комплексов*

В магистралях зачастую взаимодействуют два класса устройств:

- задатчик (master, ведущее устройство);
- исполнитель (slave, ведомое устройство).

Во взаимодействиях по магистрали такого типа принимает участие всегда один задатчик и один или несколько исполнителей.

По принципу управления магистрали разделяют на:

- *централизованные*: управление дисциплиной взаимодействия осуществляется специальным модулем системного контроллера, который обеспечивает арбитраж, поддержку взаимодействия и другие функции. К примеру, в ПК эту роль играет центральный процессор;
- *децентрализованные*: поддержка взаимодействия модулей может осуществляться либо на основе специальных алгоритмов типа «передача права», либо на основе процедур арбитража, связанных с соперничеством (случайный доступ). Последний вариант используется реже, поскольку при этом резко снижается пропускная способность шины.

По принципу взаимодействия магистрали делят на:

- *замкнутые*: на любое воздействие задатчика обязан следовать ответный сигнал от исполнителя, либо сигнал шинного таймера, регламентирующий время предельного ожидания.

Таким образом контролируется работоспособность и аппаратного, и программного обеспечения системы;

- *разомкнутые*: задатчик инициирует, выполняет и завершает цикл без ответов от исполнителя.

По принципу синхронизации магистрали делят на:

- *синхронные*: обладают более высоким быстродействием, повышенной пропускной способностью;
- *асинхронные*: допускают подключение устройств с различным масштабом быстродействия.

*Режимы передачи данных в магистралях*

Режимы передачи бывают следующих видов:

- *одиночный*: один задатчик передаёт данные одному исполнителю. Объем данных определяется разрядностью шины данных;
- *блочный*: один задатчик передаёт одному исполнителю блок данных фиксированной длины;
- *групповой*: передача одного слова или блока слов данных от одного задатчика к группе исполнителей. Группа может определяться специальным признаком или заданным режимом адресации;
- *широковещательный*: обмен осуществляется между одним задатчиком и всеми остальными модулями системы. При этом используется разомкнутый принцип обмена, подтверждение приёма сигнала не требуется.

В зависимости от режима передачи данных магистрально-модульные системы подразделяют на два вида:

- *немультимплексированные* магистрали с отдельными линиями передачи адреса и данных;
- *мультимплексированные* магистрали, в которых адрес и данные передаются по одним и тем же линиям.

Немультимплексированные магистрали обладают большей пропускной способностью, поскольку в них осуществляется параллельная передача адреса и данных. Мультимплексированные магистрали используют для организации передачи существенно больших адресов и данных в системах, где быстродействие не является критичным параметром; кроме того, конструктивное исполнение таких магистралей проще.

В некоторых системах применяют частично мультимплексированные магистрали, в которых адреса и данные передаются по отдельным линиям и осуществляется переключение режимов работы: при разрядности ниже заранее определенной – немультимплексированный режим, при разрядности выше – мультимплексированный.

### *Возможность организации мультипроцессорной работы*

На любой из мультипроцессоров можно возложить выполнение прикладной задачи. При этом необходимо отметить два аспекта:

1) неограниченная по наращиванию архитектура обработки и запроса прерываний. В ОММС факт запроса определяется уровнем напряжения, как правило, существует множество IRQ-линий;

2) организация арбитража и захвата шины. Один модуль выполняет функции арбитра, к которому обращаются другие модули с запросом на захват шины. Для реализации функций арбитража запросов на захват шины используется схемная реализация монтажного «ИЛИ», не накладывающая ограничений на общее количество подключаемых модулей. Приёмником сигналов на захват шины служит арбитр системного контроллера. При этом все процессорные элементы равноправны по выполняемым функциям с учётом установленных приоритетов.

*Наличие аппаратного контроля достоверности передаваемых данных и корректности обращения к ПУ*

В системах повышенной надёжности в составе линии данных – линия бита контроля чётности. Более сложные случаи – кодирование избыточными кодами с возможностью обнаружения и исправления ошибок. Самый простой способ реализации данного требования – замкнутость системы.

### *Конструктивное исполнение магистралей*

Унификация блок-каркасов, разъёмов, типоразмеров печатных плат, способов их крепления в блок-каркасы с целью обеспечения совместимости снизу вверх.

PLC являются ответственными компонентами и, в значительной степени, определяют свойства всей информационной системы: открытость, модульность, наращиваемость, гибкость, надёжность функционирования. Аппаратно PLC является вычислительной машиной, поэтому архитектура его процессорного ядра практически не отличается от архитектуры компьютера. Отличия заключены в составе периферийного оборудования, отсутствуют видеоплаты, средства ручного ввода и дисковая подсистема. Конструктивно PLC подразделяются на моноблочные, модульные и распределённые. Моноблочные, или одноплатные, PLC имеют фиксированный набор входов-выходов. В модульных контроллерах модули ввода и вывода устанавливаются в разном составе и количестве в зависимости от требуемой конфигурации. Так достигается минимальная аппаратная избыточность. В распределённых системах модули или даже отдельные входы-выходы, образующие единую систему управления, могут быть разнесены на значительные расстояния.



Характерным для современных контроллеров является использование многопроцессорных решений. В этом случае модули ввода-вывода имеют собственные микропроцессоры, выполняющие необходимую предварительную обработку данных. Модуль центрального процессора имеет выделенную скоростную магистраль данных для работы с памятью и отдельную магистраль для общения с модулями ввода-вывода.

Ещё одним вариантом построения PLC является мезонинная технология. Все силовые цепи, устройства защиты контроллера выполняются на несущей плате. Процессорное ядро контроллера, включающее систему исполнения, выполнено на отдельной сменной (мезонинной) плате. В результате появляется возможность составлять несколько комбинаций процессорного ядра и плат без необходимости корректировки программного обеспечения. При необходимости процессор можно заменить даже в готовой системе.

Выбор операционной системы (ОС) этого уровня зависит от жёсткости требований реального времени. Так, для достаточно большого спектра задач можно использовать ОС OS-9, QNX, VxWorks, Linux и др.

Прикладное программное обеспечение современных PLC, имеющих встроенную операционную систему, может быть разработано как с использованием традиционных инструментальных средств (C#, Jscript, VB.Net и т.д.), так и на основе специализированных языковых средств. Традиционная технология требует от разработчика знаний не только в области использования языков программирования, но и особенностей операционной системы, а также аппаратных возможностей данного контроллера и организации системы ввода-вывода. При этом разработанное программное обеспечение будет привязано только к данному типу контроллера и не может быть перенесено на другую аппаратно-программную платформу.

Потребность в специальных платформо-независимых языках программирования возникла давно. Она послужила причиной объединения усилий ведущих производителей контроллеров по разработке под эгидой Международной Электротехнической Комиссии (IEC, МЭК) стандарта на такие языки программирования PLC. В результате появился стандарт МЭК 61131-3, специфицирующий синтаксис и мнемонику языков программирования, которые могут применяться для любого логического контроллера.

Стандартом МЭК 61131-3 определяется пять языков: три графических (SFC, FBD, LD) и два текстовых (ST, IL).

*SFC (Sequential Function Charts) – графический язык последовательных функциональных схем.* Язык SFC предназначен для использования на этапе проектирования программного обеспечения и по-

зволяет описать «скелет» программы – логику её работы на уровне последовательных шагов и условий переходов (транзакций). Это, по своей сути, аналог блок-схем программ.

*FBD (Function Block Diagram) – графический язык функциональных блок-диаграмм.* Язык FBD применяется для построения комплексных процедур, состоящих из различных функциональных библиотечных блоков – арифметических, регуляторов, тригонометрических и т.д.). Аналог – принципиальные схемы электронной аппаратуры.

*LD (Ladder Diagrams) – графический язык релейной логики.* Язык LD применяется для описания логических выражений различного уровня сложности. Позволяет моделировать различные схемы релейной логики.

*ST (Structured Text) – язык структурированного текста.* Это язык высокого уровня, по мнемонике похож на Паскаль и применяется для разработки процедур со сложной логикой, обработки данных.

*IL (Instruction List) – язык инструкций.* Это язык низкого уровня класса ассемблера и применяется для программирования эффективных, оптимизированных процедур.

### **Средний уровень**

Основная задача этого уровня заключается в сборе информации с различных подсистем и/или контроллеров, их обработка и передача на верхний уровень. Средний уровень чаще всего представляет собой станции контроля и регистрации технологических параметров и предназначен для замены регистрирующих приборов. Современный подход к этому уровню – это SCADA-система. Кроме того, средний уровень является связующим звеном нижнего и верхнего уровней системы.

Аппаратная база этого уровня должна быть более мощной, предусматривающей возможность обмена через промышленные (Fieldbus) и офисные сети (например, Ethernet) с нижним и верхним уровнем. Предусмотрена организация логических и горизонтальных соединений с базами данных реального времени. *Обычно используют промышленные компьютеры PC совместимой архитектуры, а чаще всего – интеллектуальные контроллеры.*

Спектр задач интеллектуальных контроллеров и промышленных компьютеров более разнообразен и включает:

- сбор данных с контроллерного уровня;
- обработку данных, включая масштабирование;
- синхронизацию работы подсистем;
- организацию архивов по выбранным параметрам;

- обмен информации между нижним и верхним уровнями;
- резервирование каналов передачи данных.

*База данных реального времени.* До появления Industrial SQL Server (Wonderware, США) задача регистрации информации в реальном времени могла быть решена либо на уровне программного обеспечения интеллектуального контроллера, либо на уровне SCADA-системы. С возникновением Industrial SQL Server появилась дополнительная возможность обеспечить высокоскоростное хранение информации в базах данных, архивировать данные с целью экономии места на диске, обеспечивать стандартный доступ к данным. Industrial SQL Server представляет собой расширение Microsoft SQL Server и обеспечивает сбор данных в сотни раз быстрее, чем любые другие реляционные базы данных. Он может использоваться как в небольших цехах с сотней регистрируемых технологических параметров, так и на крупных промышленных предприятиях с сотнями тысяч параметров.

*Системы Micro SCADA* решают задачи, аналогичные традиционным SCADA-системам. Отличие лишь в ориентации программного обеспечения на определённую отрасль (часть объекта, например систему загрузки или воздухонагреватель доменной печи и т.п.). Выбор ориентации определяет спектр драйверов или серверов ввода-вывода для подключаемого специфичного контроллерно-оборудования, набор графических объектов.

### **Верхний уровень**

Основным средством коммуникации на этом уровне обычно является компьютерная сеть Ethernet с протоколами TCP/IP.

Компьютеры этого уровня решают следующие задачи:

- диспетчерский сбор, сигнализация управления и отображение всего технологического процесса или его отдельных подсистем (SCADA-системы), реализованные на операторских станциях;
- хранение технологической информации в базе данных;
- компьютерная поддержка принятия решений (комплекс математических моделей технологического процесса, интеллектуальная поддержка принятия решений, системы распознавания образов), реализованная на рабочих станциях;
- интеграция локальной сети в корпоративную сеть всего предприятия (коммуникационный сервер).

Выбор базовых компонентов этого уровня, предназначенных для организации комфортного человеко-машинного интерфейса, во многом определяется сложившейся привычной ориентацией на персональные компьютеры и имеющийся подготовленный персо-

нал для работы на них. В качестве программного обеспечения этого уровня можно использовать достаточно широкий спектр традиционных SCADA-систем (Genesis, InTouch, WinCC и др.), СУБД (SQL Server, SQL Base, Oracle Server, Informix, SyBase и др.), коммуникационных программ Internet Information Services (IIS) и др.

### ***Пакеты прикладных программ операторских станций технологических процессов (SCADA)***

Главными функциями таких SCADA-программ являются отображение технологического процесса в виде мнемосхем, сигнализация об аварийных ситуациях, обеспечение общего управления процессом со стороны оператора-технолога, хранение истории процессов, выполнение функций безопасности, общесистемных функций и т.п. Несмотря на множество указанных функций, выполняемых SCADA, основными её отличительными признаками является наличие интерфейса с пользователем. Диспетчерское управление и сбор данных (SCADA) является основным и в настоящее время остаётся одним из наиболее перспективных методов автоматизированного управления сложными динамическими системами. Именно на принципах диспетчерского управления строятся крупные автоматизированные системы в металлургии.

Конечно, многие отделы АСУ крупных металлургических предприятий, как правило, имеют свои наработки в этой области. В то же время есть фирмы, специализирующиеся на разработке универсальных SCADA-программ, таких как, InTouch, SIMATIC WinCC, MasterSCADA, Trace Mode и многие другие.

SCADA – процесс сбора информации реального времени с удалённых точек (объектов) для обработки, анализа и возможного управления удалёнными объектами. Требование обработки реального времени обусловлено необходимостью доставки (выдачи) всех необходимых сообщений и данных на центральный интерфейс диспетчера.

Основные требования к SCADA-системам:

- создание богатых возможностей для реализации графического интерфейса;
- обеспечение открытости как с точки зрения подключения различного контроллерного оборудования, так и коммуникации с другими программами;
- обеспечение простоты разработки приложений;
- использование новых технологий.

Все современные SCADA-системы включают три основных структурных компонента (рис. 2.4).



Рис. 2.4. Основные структурные компоненты SCADA-систем

*Удалённый терминал* (Remote Terminal Unit, RTU) – осуществляющий обработку задачи (управление) в режиме реального времени. Спектр его воплощений широк – от простейших датчиков, осуществляющих съём информации с объекта, до специализированных многопроцессорных отказоустойчивых вычислительных комплексов, осуществляющих обработку информации и управление в режиме жёсткого реального времени. Использование устройств низкоуровневой обработки информации позволяет снизить требования к пропускной способности каналов связи с центральным диспетчерским пунктом. Заметим, что число контролируемых удалённых данных в современной SCADA-системе может достигать десятки тысяч.

*Диспетчерский пункт управления – главный терминал* (Master Terminal Unit, MTU) – осуществляет обработку данных и управление высокого уровня, как правило, в режиме мягкого реального времени. Одна из основных функций – обеспечение интерфейса между человеком-оператором и системой. В зависимости от конкретной системы диспетчерский пункт управления может быть реализован в самом разнообразном виде – от единичного компьютера с дополнительными устройствами подключения к каналам связи до больших вычислительных систем или объединённых в локальную сеть рабочих станций и серверов.

*Коммуникационная система – каналы связи* (Communication System, CS) необходима для передачи данных с удалённых точек (объектов, терминалов) на центральный интерфейс оператора-диспетчера и передачи сигналов управления на удалённый терминал (объект) в зависимости от конкретного исполнения.

Можно выделить четыре основных функциональных компонента систем диспетчерского управления и сбора данных (рис. 2.5):

- человек-оператор;
- компьютер взаимодействия с человеком;

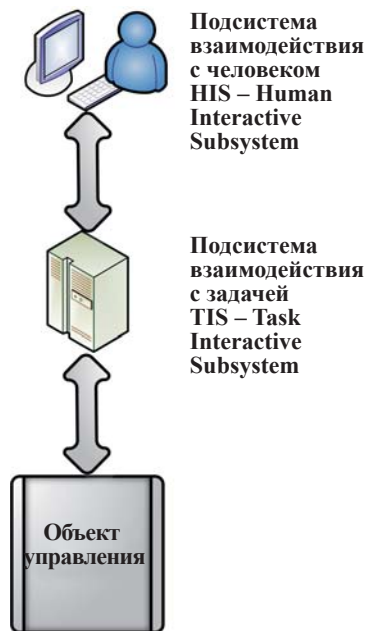


Рис. 2.5. Функциональные компоненты SCADA-систем

- компьютер взаимодействия с задачей (объектом);
- задача (объект управления).

Для создания рабочего места оператора технологического процесса обычно необходимо реализовать следующий набор функций:

- органы управления различных типов;
- экранные формы отображения параметров процесса типа стрелочных, полосковых или цифровых индикаторов, а также сигнализирующие табло различной формы и содержания;
- возможность создания архивов аварий, событий и поведения переменных процесса во времени (так называемые тренды), а также полное или выборочное хранение параметров процесса через заданные промежутки времени постоянно или по условию;
- язык для реализации алгоритмов управления, математических и логических вычислений;
- средства документирования как самого алгоритма, так и технологического процесса;

- драйверы к обслуживанию нижнего уровня АСУ ТП;
- сетевые функции;
- средства защиты от несанкционированного доступа в систему;
- многооконный графический интерфейс и другие функции.

### ***OPC (OLE for Process Control)-сервер***

Существует множество информационных систем, для которых важной составляющей является возможность взаимодействия с устройствами или другими системами. Для организации информационного взаимодействия должен быть предоставлен некий интерфейс обмена данными, его сложность зависит от множества параметров – физической реализации, потоков и объёмов данных и др. Для этого разработчики используют широко распространённые протоколы передачи данных, такие как TCP и UDP. С ростом мощности и объёма ресурсов, возникновением новых технологий появляются и новые стандарты передачи данных. OPC Foundation предлагает свой стандарт, описывающий реализацию семейства программных технологий OPC (OLE for Process Control). Стандарт OPC, разрабатывался с целью сократить затраты на создание и сопровождение приложений промышленной автоматизации. Основное его предназначение – обеспечение универсального механизма обмена данными между датчиками, исполнительными механизмами, контроллерами, устройствами связи с объектами и системами представления технологической информации, оперативного диспетчерского управления, а также системами управления базами данных. Технология OPC базируется на модели COM (Component Object Model) и содержит в себе ряд спецификаций, для работы которых требуется операционная система Windows, но есть разработки и под другие операционные системы, например QNX. Для реализации сетевых решений существует расширение COM – технология DCOM (Distributed COM), которая базируется на RPC (Remote Procedure Call) и позволяет осуществлять доступ к объектам на других компьютерах.

OPC-серверы могут располагаться на нескольких компьютерах или контроллерах, и доступ к любому из них может осуществляться с любого компьютера сети. Главной целью стандарта OPC явилось возможность совместной работы средств автоматизации, функционирующих на разных аппаратных платформах, в разных промышленных сетях и производимых разными фирмами. Стандарт OPC относится только к интерфейсам, которые OPC-сервер предоставляет клиентским программам. Применение OPC-сервера при разработке заказных программ позволяет скрыть от разработчика всю

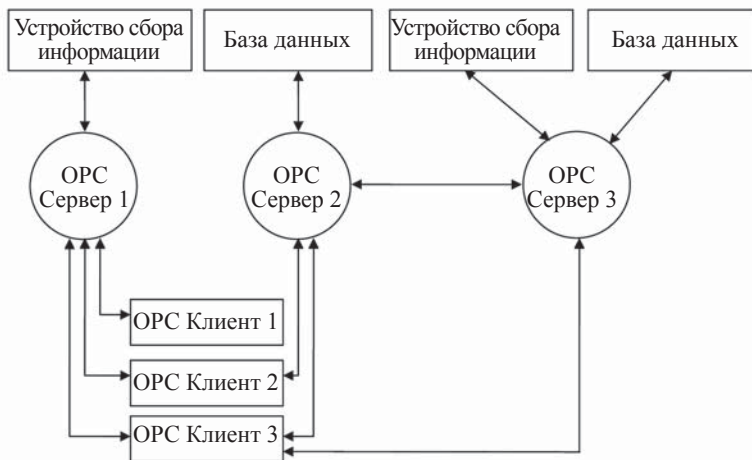


Рис. 2.6. Использование OPC-сервера в системах интеграции

сложность общения с аппаратурой, предоставляя простой и удобный метод доступа к аппаратуре через интерфейсы СОМ-объекта.

Как и в любой другой клиент-серверной технологии, основой OPC являются понятия клиента и сервера. Сервер – это программа, которая непосредственно взаимодействует с устройством или информационной системой. Клиент – это программа, которой нужен доступ к устройству или системе. У каждого сервера может быть несколько клиентов, а каждый клиент может обмениваться данными с несколькими серверами. В свою очередь OPC-сервер (в зависимости от реализации) сам может выступать в роли OPC-клиента по отношению к другому OPC-серверу (рис. 2.6).

Технология OPC представляет собой набор стандартов, каждый стандарт описывает набор функций определённого назначения. На данный момент используется OPC версии 3.0, включающая в себя следующие спецификации:

*OPC Common Definitions and Interfaces.* Общие для всех OPC-спецификаций интерфейсы.

*OPC DA (Data Access).* Это основной и наиболее востребованный стандарт. Описывает набор функций обмена данными в реальном времени с различными устройствами.

*OPC AE (Alarms & Events).* Предоставляет функции уведомления по требованию о различных событиях: аварийные ситуации, действия оператора, информационные сообщения и др.



*OPC Batch*. Предоставляет функции конфигурирования оборудования.

*OPC DX (Data eXchange)*. Предоставляет функции организации обмена данными между OPC-серверами через сеть Ethernet. Основное назначение – создание шлюзов для обмена данными между устройствами и программами разных производителей.

*OPC HDA (Historical Data Access)*. Предоставляет доступ к уже сохраненным данным (истории).

*OPC Security*. Определяет функции организации прав доступа клиентов к данным системы управления через OPC-сервер.

*OPC XML-DA (XML-Data Access)*. Предоставляет гибкий, управляемый правилами формат обмена данными через SOAP и HTTP.

*OPC UA (Unified Architecture)*. Новая спецификация, которая не основана на технологии Microsoft COM, что предоставляет кросс-платформенную совместимость.

Из перечисленных спецификаций в России широко используются в основном только *OPC DA* и реже *OPC HDA*.

Технология OPC устанавливает требования к классам объектов доступа к данным и их специализированным (Custom) интерфейсам. Для обмена данными с приложениями – клиентами, разработка которых ведётся на языках типа Microsoft Visual Basic, спецификация OPC содержит дополнительные (но обязательные) требования к интерфейсу OLE-автоматизации (OLE-Automation). OPC содержит в себе обязательные и необязательные для реализации интерфейсы, но практически все OPC – серверы как минимум реализуют функциональность OPC DA интерфейса, потому что он необходим для работы и взаимодействия с устройством или информационной системой.

Базовым элементом модели взаимодействия между клиентом и сервером в стандарте OPC является элемент данных (Item). Элемент данных – это клиентская ссылка на некую реальную переменную (тэг), находящуюся на сервере или в физическом устройстве. Каждый элемент данных имеет значение, время последнего обновления (Timestamp) и признак качества (Quality), определяющий степень достоверности значения. Значение может быть практически любого типа: тип данных Variant – может включать булево, целое, плавающее с точкой и т.п.

Следующим по иерархии является понятие группы элементов (OPC Group). Группа создаётся OPC-сервером по требованию клиента, который затем может добавлять в группу элементы (Item). Для группы клиентом задаётся частота обновления

данных, и все данные в группе сервер старается обновлять и передавать клиенту с заданной частотой. Клиент может создать на сервере несколько групп, различающихся требуемой частотой обновления. Для каждого клиента всегда создаётся своя группа (кроме так называемых публичных групп). Отсоединение клиента приводит к уничтожению группы. Элементы в группу клиент добавляет по имени, эти имена являются именами соответствующих тэгов. Клиент может либо знать нужные имена заранее, либо запросить список имён тэгов у сервера.

На самом верхнем уровне иерархии понятий находится сам OPC-сервер. Из всех перечисленных объектов он единственный является СОМ-объектом, все остальные объекты доступны через его интерфейсы, которые он предоставляет клиенту.

Клиентская программа и OPC-сервер могут быть установлены на одном и том же компьютере, или на разных компьютерах сети Ethernet. При наличии нескольких компьютеров каждый из них может содержать OPC-серверы и подключённые к нему физические устройства. В такой системе любой OPC-клиент с любого компьютера может обращаться к любому OPC-серверу, в том числе к расположенному на другом компьютере сети. Например, SCADA на рис. 2.7

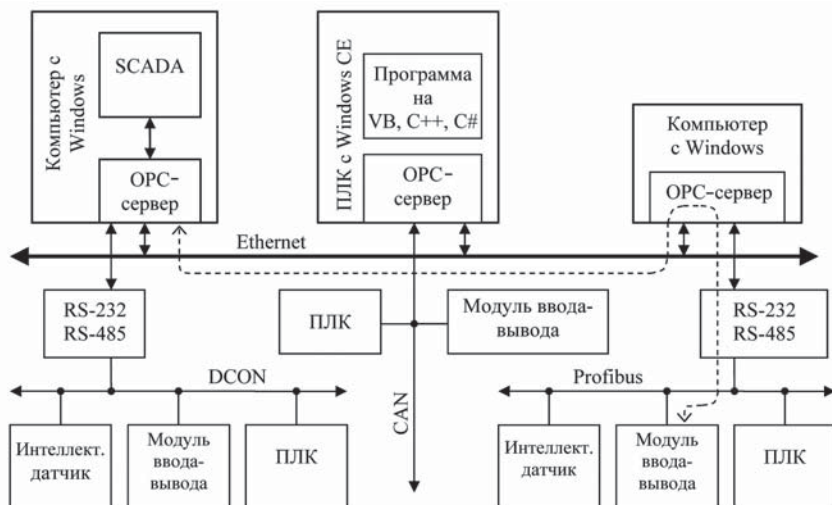


Рис. 2.7. Пример применения OPC-технологии для сетевого доступа к данным в системах автоматизации

может обратиться за данными к модулю ввода-вывода по пути, указанному на этом рисунке штриховой линией, при этом компьютеры и контроллеры в данной архитектуре могут работать с различными промышленными сетями.

При использовании и оборудования разных производителей на компьютере (контроллере) может быть установлено несколько ОС-серверов разных производителей.

### ***Базы данных***

В этом случае информационная система – это программно-аппаратный комплекс, функциями которого являются:

- надёжное хранение информации в электронном виде;
- предоставление доступа к информации пользователям системы;
- выполнение функций по преобразованию информации, специфичных для данного приложения;
- предоставление удобного интерфейса для конечных пользователей.

*Характеристики информационных систем:*

- имеют дело с большими (огромными) объёмами информации, которые во много раз превышают объем оперативной памяти, вся информация расположена на устройствах внешней памяти;
- работают, как правило, в многопользовательском режиме;
- работают, как правило, в реальном времени. Часто относятся к классу *mission-critical applications*, т.е. приложений, нестабильность работы которых ведет к серьезным убыткам;
- развиваются, как правило, постепенно, а не сразу целиком, что повышает ответственность проектировщика и разработчика;
- обеспечивают «среднее» время ответа для всех пользователей, причем время ответа существенно не увеличивается при росте числа одновременно работающих пользователей.

Сложность таких систем – не в отдельных частях (алгоритмах обработки данных), а в том, что они велики сами по себе, т.е. широко по номенклатуре обрабатываемой информации, сложны по структуре аппаратной платформы и программного обеспечения, а также часто территориально распределены. Все это требует особенной тщательности при планировании, проектировании и реализации. Ошибки на начальных стадиях создания информационной системы особенно дороги.

Современный подход к организации данных предполагает использование *концепции централизованного управления данными*. В основе системы баз данных лежит принцип отделения данных,

точнее, структуры данных, от процедурных предложений (управляющих команд) прикладных программ. Это позволяет накапливать, обрабатывать и манипулировать данными посредством специальных хранилищ – баз данных. База данных (БД) – это именованная совокупность данных, организованных по определённым правилам, предусматривающим общие принципы описания, хранения и манипулирования данными, не зависящая от прикладных программ. Необходимо отметить, что база данных является информационной моделью, которая отображает состояние объектов и их отношений в рассматриваемой предметной области. Существуют различные модели организации данных, наиболее распространённой из которых является реляционная модель. Создание базы данных, её поддержка и обеспечение доступа пользователей к ней осуществляется с помощью специального программного инструментария – системы управления базами данных (СУБД).

Особенностью организации данных в БД является то, что они являются *интегрированными* и *общими* (рис. 2.8). Эти два аспекта, интеграция и разрешение общего доступа, представляют собой наиболее важное преимущество использования системы баз данных. Под понятием *общие данные* подразумевается возможность

**ПОЛЬЗОВАТЕЛИ                      ПРИЛОЖЕНИЯ                      ДАННЫЕ**

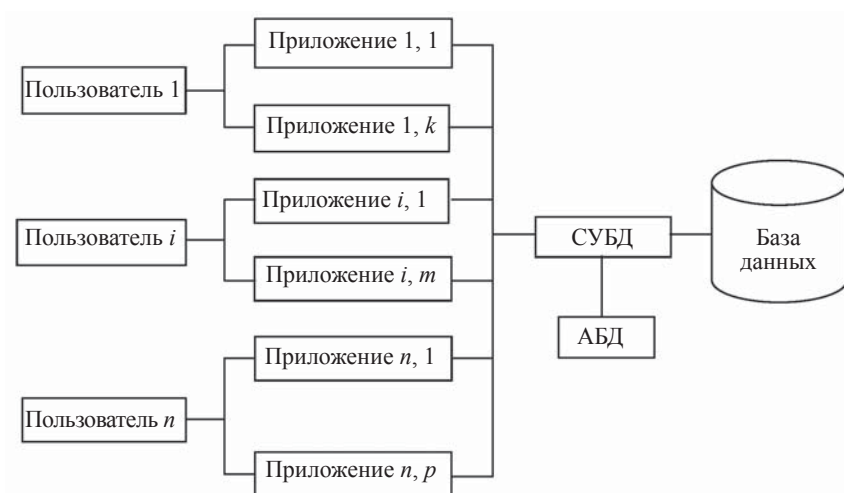


Рис. 2.8. Организация системы баз данных

использования отдельных областей данных в БД несколькими различными пользователями, т.е. каждый из этих пользователей может иметь доступ к одной и той же области данных (даже в одно и то же время), причём различные пользователи могут использовать эти данные для разных целей.

Прикладные программы (приложения), осуществляющие доступ к базе данных, могут в общем случае добавлять, выбирать, копировать, корректировать, а также удалять данные, однако при этом они не могут изменять метод (модель), при помощи которого эти данные созданы.

Основные задачи, которые решаются СУБД, являются:

- хранение информации;
- контроль и защита информации;
- просмотр и поиск нужной информации;
- выборка необходимых данных;
- ввод и редактирование информации;
- формирование отчётов.

*Архитектура баз данных*

Различия архитектурных реализаций определяются:

- как логические компоненты распределены в вычислительной сети;
- какие механизмы используются для связи компонентов между собой.

Основные модели архитектуры «клиент/сервер»:

1. Модель доступа к удалённым данным (Remote Data Access – RDA), рис. 2.9.
2. Модель сервера базы данных (Data Base Server – DBS), рис. 2.10.
3. Модель сервера приложений (Applications Server – AS), рис. 2.11.

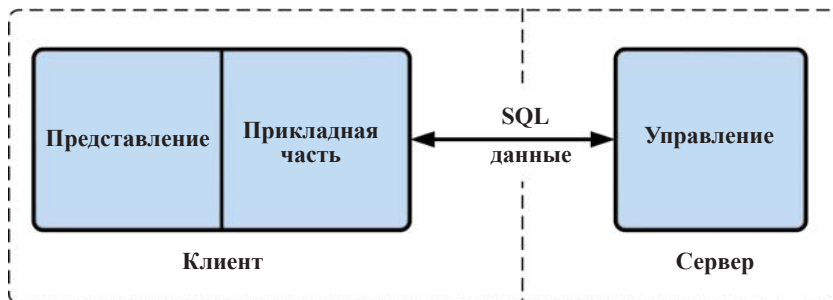


Рис. 2.9. Структура модели доступа к удалённым данным (Remote Data Access – RDA)

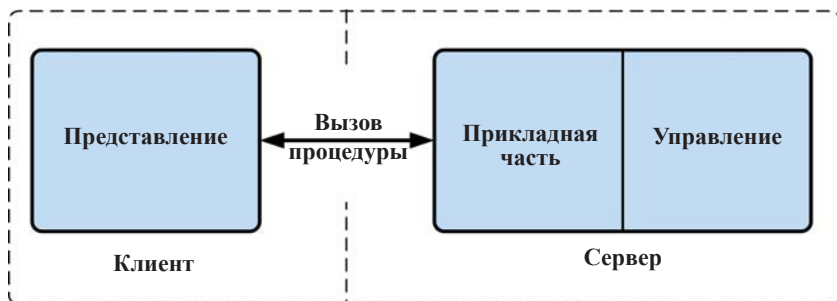


Рис. 2.10. Структура модели сервера баз данных (Data Base Server – DBS)

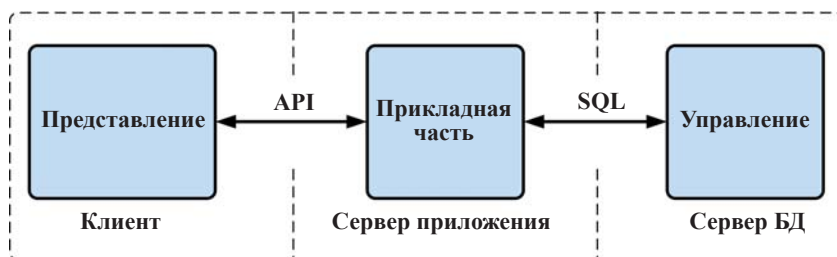


Рис. 2.11. Структура модели сервера приложений (Applications Server – AS)

### *Модель доступа к удалённым данным (RDA)*

На сервере располагается сервер базы данных (БД). Обмен данными происходит не файлами, а с помощью запросов (SQL) и блоками данных. Преимущества:

- снижается сетевой трафик;
- более гибкое распределение доступа (уже на уровне отдельных записей).

Недостатки:

- трафик больше, чем в модели сервера БД (DBS);
- сложность администрирования (например, при изменении бизнес-правил).

### *Модель сервера базы данных (DBS)*

Прикладная часть реализуется через вызов хранимых процедур.

Преимущества:

- существенное снижение сетевого трафика;
- упрощение администрирования.

Недостатки:

- отсутствие удобного инструментария для написания и отладки хранимых процедур;
- отсутствие единого стандарта описания хранимых процедур.

*Модель сервера приложений (AS)*

Это так называемая «трёхзвенная архитектура». Достоинства:

- каждый логический компонент является отдельной задачей в многозадачной операционной системе;
- физическое распределение компонентов не играет роли.

*Требования к современным БД*

Основной принцип – СУБД не должна являться статическим хранилищем данных предметной области, а должна адекватно отражать объекты предметной области, их многочисленные связи между собой, а также обеспечивать возможность динамического изменения информации с течением времени. Помимо самих данных, описывающих объекты предметной области, БД должна располагать *знаниями* об этих данных (наличие словаря данных, метаданных).

1. БД в любой момент должна адекватно отражать состояние предметной области.

2. БД должна отражать основные правила, по которым функционирует моделируемая предметная область.

3. СУБД должна обеспечивать постоянный контроль за состоянием БД, отслеживать все изменения, которые производятся в базе, обеспечивать адекватную реакцию на эти изменения.

4. СУБД должна обеспечивать средства синхронизации выполнения прикладных программ, функционирующих в рамках операционной системы.

5. Обеспечение контроля целостности (непротиворечивости) данных, хранящихся в БД.

Современный подход к организации данных заключается в следующем: знания о предметной области выносятся за пределы прикладной программы и оформляются как объекты БД и, как правило, расположены на сервере. Реализация такого подхода получила название «активного сервера». Перечень объектов, помещаемых на сервер:

- процедуры БД (хранимые процедуры);
- правила (бизнес-правила, триггеры);
- события в БД;
- собственные типы данных, т.е. типы, создаваемые пользователем.

*Процедуры БД*

Основные цели:

1. Обеспечение нового независимого уровня централизованного контроля за доступом к данным, который осуществляется

администратором БД. Выполнение процедур осуществляется непосредственно на сервере.

2. Одна процедура может использоваться несколькими прикладными программами (клиентами), что сокращает время разработки клиентского программного обеспечения;

3. Использование хранимых процедур сокращает сетевой трафик: вместо запроса от клиента на SQL-языке осуществляется вызов имени соответствующей процедуры; возвращаемые клиенту результаты в конечном итоге имеют меньший объем.

4. Хранимые процедуры в сочетании с триггерами предоставляют мощные средства поддержки целостности БД.

## **2.2. Компьютерные интеллектуальные системы поддержки принятия решений**

### **Модельные системы поддержки принятия решений**

Модельные системы поддержки принятия решений и соответствующие им информационные технологии появились в основном в 1970–1980-е годы, чему способствовали развитие теории моделирования, математики, в особенности численных методов решения, широкое распространение персональных компьютеров, стандартных пакетов программ.

Модельные системы поддержки принятия решений представляют собой вид компьютерных информационных систем, помогающих оператору (лицу, принимающему решение – ЛПР), в принятии решений при наличии плохо структурированных задач посредством прямого диалога с компьютером с использованием данных и математических моделей.

Задачи считаются хорошо *структурированными*, если лицу, принимающему решение, известны все их элементы и взаимосвязи между ними. Обычно при таком высоком уровне понимания задачи удаётся выразить её содержание в форме математических моделей, имеющих точный алгоритм решения. Эти задачи носят повторяющийся, рутинный характер. Целью использования информационных систем для решения структурированных задач является практически полная автоматизация их решения. Решение хорошо структурированных задач по жёстким, раз и навсегда созданным алгоритмам, производится компьютером и, в принципе, не требует участия технолога (ЛПР).

Задачи, по которым ЛПР не удаётся выделить отдельные элементы и установить связи между ними, называются *неструктурированными*. Для решения неструктурированных проблем компьютер ока-



зывается бесполезным, здесь основная работа остаётся за технологом (человеком). В практике управления технологическими процессами имеется сравнительно немного полностью структурированных или совершенно неструктурированных задач. О большинстве же задач можно сказать, что ЛПР имеет о них неполное представление, зная лишь часть их элементов и связей между ними. Такие задачи называются *плохо структурированными*. Именно такие задачи чаще всего и встречаются в металлургии при управлении технологическими процессами, качеством продукции и т.п. Решение плохо структурированных задач требует *использования компьютера совместно с усилиями человека* (производственного персонала, лица, принимающего решение). При этом информационные системы могут оказывать лицу, принимающему решение, три вида поддержки: *информационную, модельную и экспертную*. Главной особенностью модельных систем поддержки принятия решений является качественно новый метод организации взаимодействия человека и компьютера. Выработка решения, что является основной целью этой технологии, происходит в результате итерационного процесса, в котором участвуют:

- система поддержки принятия решений в роли вычислительно-го звена и объекта;

- человек как управляющее звено, задающее входные данные и оценивающее полученный результат вычислений на компьютере.

Рассмотрим в самом общем виде структуру модельной системы поддержки принятия решений.

В состав модельной системы поддержки принятия решений входят три главных компонента (рис. 2.12):

- 1) база данных;
- 2) база моделей;

- 3) система управления интерфейсом между пользователем и компьютером.

*База данных* в модельной системе поддержки принятия решений играет важную роль, поскольку данные могут использоваться непосредственно пользователем для расчётов при помощи математических моделей.

*База моделей* (комплекс различных моделей) используется для описания и оптимизации процесса. Без моделей осуществлять процессы в информационных системах можно только методом проб и ошибок (дёрганья металлургических систем), что, конечно же, неприемлемо в современной металлургии. Заметим, что комплекс математических моделей является основой модельной системы поддержки принятия решения. Пользователь имеет возможность получить недостающую ему информацию для принятия

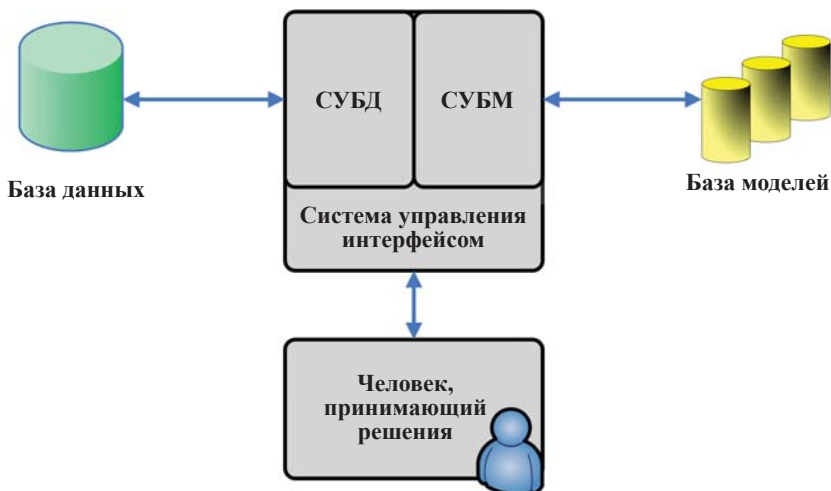


Рис. 2.12. Основные компоненты модельной системы поддержки принятия решения

решения путём установления диалога с моделью, что облегчает выработку и оценку альтернатив решения.

*Система управления интерфейсом* определяет язык пользователя, язык сообщений компьютера, организующий диалог на экране дисплея. Язык пользователя – это те действия, которые пользователь производит в отношении системы путём использования возможностей клавиатуры, мыши и т.п. Язык сообщений – это то, что пользователь видит на экране дисплея, данные, полученные на принтере, звук и т.п. В процессе диалога пользователь должен реализовать свои знания. Сюда относится не только план действий, находящийся в голове у пользователя, но и инструкции, справочные данные, выдаваемые компьютером по команде о помощи. Инструкции и справочные данные, выдаваемые системой по просьбе пользователя, обычно не стандартны, а специализированы с точки зрения сложившейся ситуации.

Главным элементом в модельных системах поддержки принятия решений являются комплексы математических моделей. Заметим, что при математическом моделировании исследователь всегда сталкивается с бесконечным взаимопереплетением множества факторов. В такой ситуации плодотворный научный подход состоит в том, чтобы учитывать лишь главные факторы, оказывающие основное, определяющее влияние на исследуемое явление. Второстепенные факторы, оказыва-

ющие слабое, не существенное влияние, при этом отбрасываются. Это связано с тем, что попытка учесть все мыслимые факторы неизбежно приведёт к невероятному усложнению исследования и, как правило, к невозможности получения каких-либо практических выводов.

Здесь уместно привести высказывания академика Л.И. Седова «...научные теории и модели непосредственно не оперируют с реальностью сами по себе, а имеют дело с идеализированными объектами. При идеализации происходит утрата и значительного богатства конкретных представлений реальности, но обретается чёткость исходных «кирпичиков» теории. За эту чёткость приходится платить неизбежной ограниченностью применения любой естественнонаучной теории».

Вид математической модели зависит как от природы реальной системы, так и от задач исследования, требуемой достоверности и точности решения задач. Поскольку математические модели представляют собой наиболее абстрактные, а следовательно, и наиболее общие модели, они широко используются в системных исследованиях.

### **Экспертные системы поддержки принятия решений**

Экспертные системы поддержки принятия решений основаны на использовании *искусственного интеллекта*. Под искусственным интеллектом обычно понимают способности компьютерных систем к таким действиям, которые назывались бы интеллектуальными, если бы исходили от человека. Работы в области искусственного интеллекта не ограничиваются экспертными системами. Они включают в себя создание роботов, систем, моделирующих нервную систему человека, способность к обучению, распознавание образов и т.д. В металлургии получило наибольшее распространение важнейшее направление работ в области искусственного интеллекта – экспертные системы и системы распознавания образов. Главная идея использования технологии экспертных систем заключается в том, чтобы получить от эксперта его знания и, загрузив их в память компьютера, использовать всякий раз, когда в этом возникнет необходимость.

Таким образом, экспертные системы представляют собой компьютерные программы, трансформирующие опыт экспертов в какой-либо области знаний в форму эвристических правил. Заметим, что в экспертных системах мы имеем дело с использованием принципиально нового компонента информационных технологий – *базы знаний*, которая содержит факты, описывающие проблемную область, а также логическую взаимосвязь этих фактов. Напомним, что *знания* – выявленные закономерности предметной области (принципы, законы, связи), позволяющие решать задачи в этой области.

Заметим, что наряду с числовой обработкой данных (используемых в основном при математическом моделировании процессов), нечисловой обработкой данных (в системах управления базами данных) компьютеры применяются в новой области – для моделирования и хранения знаний. В последнем случае программно-технические средства используются для решения неформализованных задач, в которых формулировка не может быть формально определена в числовом виде, а определяется лишь в смысловом представлении на ограниченном естественном языке.

В самом общем виде обобщённая структура экспертной системы представлена на рис. 2.13.

На этом рисунке:

- *интерфейс пользователя* – это комплекс программ, реализующий диалог пользователя с экспертной системой, как на стадии ввода, так и получения результатов;
- *интеллектуальный редактор базы знаний* – программа, представляющая возможность эксперту создавать базу знаний в диалоговом режиме.

Проиллюстрируем идеологию построения экспертных систем на примере доменного производства, которые создаются для решения проблем диагностики и управления ходом доменной печи и построены с использованием концепции искусственного интеллекта и включают в себя опыт специалистов-доменщиков. Экспертные системы способны использовать детерминированные знания о процессе и обобщать практический опыт специалистов. Процесс накопления знаний и опыта в ЭС продолжается после ввода её в действие, учитывая последующие изменения технологии. Экспертная система повышает уровень знаний среднего специалиста до уровня квалифицированного, обеспечивает единообразие решений и оперативную адаптацию в изменяющихся условиях массового, интенсивного производства.



Рис. 2.13. К понятию экспертной системы

Экспертные системы используются в доменном производстве за рубежом для исключения неадекватной реакции операторов на нарушения в работе доменной печи (похолодания и разогрев, подвигания шихты, канальный ход, неровный сход шихты, осадки и т.п.). Наибольшее распространение экспертные системы для управления ходом доменных печей получили в Японии. Первая ЭС, разработанная компанией Nippon Still, была установлена для опытной эксплуатации на доменной печи № 4 в Кимицу (1984 г.) и введена в промышленную эксплуатацию в 1986 г. ЭС выполняет две функции: диагностику аномальных состояний технологического процесса и управление тепловым режимом печи. Во Франции на шести доменных печах для интеллектуальной помощи операторам доменных печей используется экспертная система, основанная на базе знаний SACHEM, разработанная специалистами фирмы Sollac.

В России разработкой научных основ создания экспертных систем доменной плавки активно занимаются учёные ряда организаций: НПО «Черметавтоматика», Московского института стали и сплавов (технический университет), Российского института искусственного интеллекта, Института системного анализа РАН, Института проблем управления, Уральского федерального университета (УрФУ), Уральского отделения РАН и др. Однако наилучшие практические результаты достигнуты в этой области в России сотрудниками Научно-инженерного центра ассоциации содействия Всемирной лаборатории (Москва). В дальнейшем мы рассмотрим опыт разработки и внедрения в доменном цехе ОАО «Магнитогорский металлургический комбинат» первой отечественной промышленной экспертной системы реального времени «Интеллект доменщика», разработанной сотрудниками этого центра.

Предварительно отметим *основные группы параметров, характеризующих ход доменной печи используемых в ЭС:*

- химический состав чугуна и шлака, температура чугуна;
- информация с технических средств контроля хода доменной плавки;
- состояние фурменных зон;
- состояние горна доменной печи и, в частности, уровень расплава.

*Основные виды расстройств доменной печи, которые система диагностируют на базе искусственного интеллекта:*

- периферийный ход печи;
- осевой ход печи;
- канальный ход печи;
- перекоп уровня засыпи;

- тугой ход печи с дальнейшим развитием верхнего или нижнего подвисяния;
- горячий ход печи;
- холодный ход печи;
- аварийные ситуации (загромождение горна, образование настывлей и т.п.).

Кроме того, экспертная система непрерывно определяет состояние ровного хода печи и заданного нагрева и прогнозирует их развитие или нарушение.

В процессе экспертизы хода доменной плавки также выявляются факторы, являющиеся причиной нарушений хода доменной плавки.

К ним относятся:

- изменение свойств шихтовых материалов (качество железорудных материалов, содержание мелочи в шихте, прочность кокса);
- изменение параметров дутьевого режима (расход дутья, температура и влажность);
- изменение режимов загрузки (система загрузки, уровень засыпи);
- изменение вязкости шлака;
- оптимальность рудной нагрузки;
- изменение параметров комбинированного дутья (расход инжектируемого топлива (природного газа), технологического кислорода на обогащение дутья);
- состояние горна (уровень жидких продуктов плавки).

Основные способы воздействия на ход доменной плавки с целью устранения возникающих отклонений сводятся к следующему:

- изменение рудной нагрузки (в том числе загрузка в печь дополнительных скипов кокса и холостых подач);
- изменение режима загрузки материалов (система загрузки и уровень засыпи);
- изменение дутьевых параметров (расход, температура и влажность дутья, расход природного газа и технологического кислорода);
- изменение в подачу масс основных и кислых добавок;
- изменение давления колошникового газа;
- изменение количества и состава шлака;
- искусственные (принудительные) осадки шихты.

Управляющие воздействия реализуются обычно путем выдачи рекомендаций технологическому персоналу на их изменение.

Функциональная структура экспертной системы представлена на рис. 2.14 и включает следующие подсистемы.

Модуль сбора информации о параметрах доменной плавки. Этот модуль считывает данные, поступающие в режиме реального

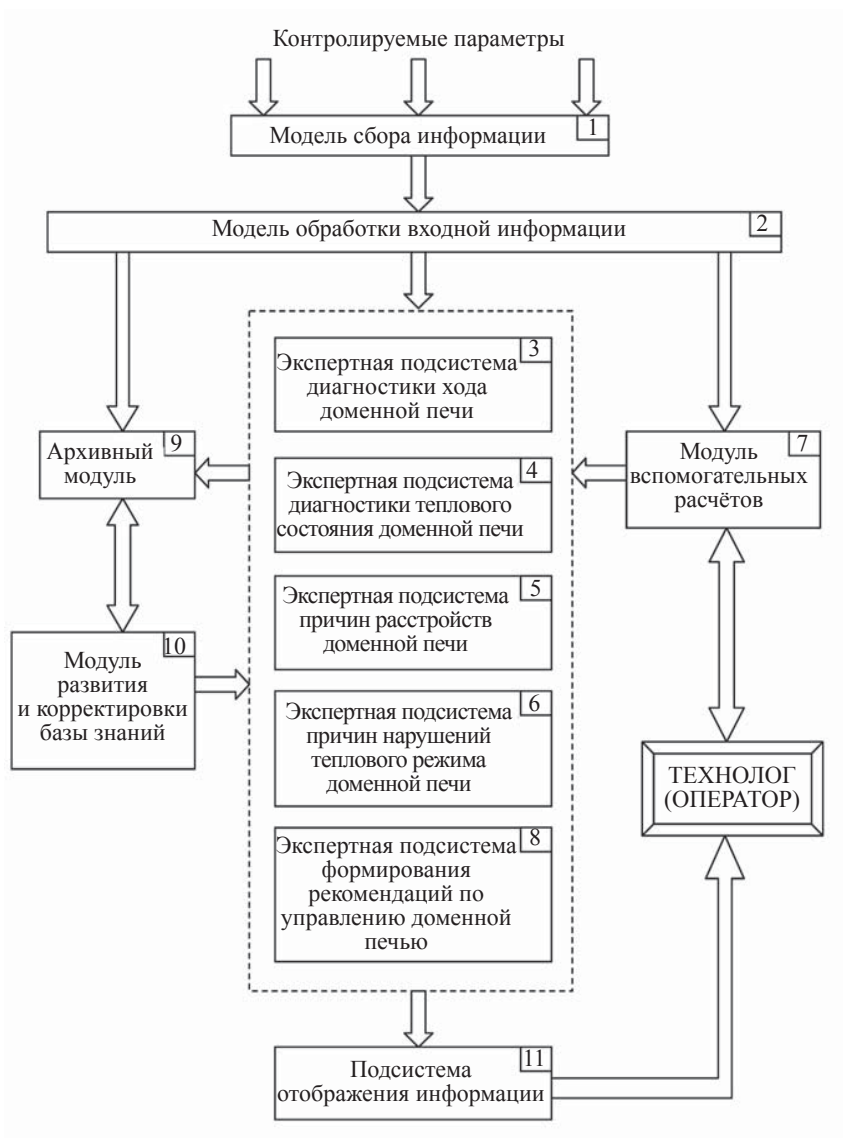


Рис. 2.14. Функциональная структура экспертной системы

времени, генерируемые как датчиками технологических параметров, так и вводимые вручную технологическим персоналом доменной печи. Цикл считывания сигналов датчиков составляет 5–30 с.

1. *Модуль обработки входной информации.* Производит оценку считываемых значений параметров (сглаживание, интерполяцию) и выделение характерных изменений параметров на временном интервале 8 ч по специальным математическим процедурам.

2. *Экспертная подсистема диагностики хода доменной печи.* Представляет программный модуль, предназначенный для раннего обнаружения намечающихся расстройств доменной печи (канального хода, периферийного хода, тугого хода с дальнейшим прогнозом места подвисания шихты, горячего и холодного хода). Экспертная система обеспечивает возможность идентификации ровного хода печи и диагностирует его развитие или нарушение. Экспертная система выдает в количественной форме вероятность появления и развития того или иного вида расстройств хода доменной печи.

3. *Экспертная подсистема диагностики теплового состояния доменной печи.* Представляет программный продукт, обеспечивающий непрерывную диагностику теплового состояния доменной печи по показаниям технических средств контроля. Она выдает с учетом хода, определяемого системой по п.3, количественные данные вероятности того или иного теплового состояния печи (похолодания, разогрева и заданного нагрева печи).

4. *Экспертная подсистема причин расстройств хода доменной печи.* Представляет собой программное средство, предназначенное для информирования технологического персонала о причинах, вызвавших отклонение от нормального хода печи.

5. *Экспертная подсистема причин нарушений теплового режима доменной печи.* Представляет собой программное средство для определения факторов, вызывающих нарушение теплового режима доменной плавки.

6. *Модуль вспомогательных расчётов* является программным модулем и предназначен для произведения расчётов, необходимых технологическому персоналу при управлении доменным производством. В состав этого модуля входят, в частности, следующие программы:

- проверочный расчёт шихты;
- расчёта задувочной шихты после стоянки печи различной продолжительности;
- расчёта теоретической температуры горения;
- оперативный расчёта расходов технологического кислорода, естественного и обогащённого дутья и др.



7. *Экспертная подсистема формирования рекомендаций по управляющим воздействиям* предназначен для выдачи рекомендаций технологическому персоналу по применению одного из нескольких способов воздействия на ход доменной печи в случае обнаружения возникающего отклонения от нормального хода или наметившегося отклонения теплового состояния печи от заданного. При этом предусмотрена возможность регулирования теплового режима доменной печи как снизу (температура и влажность, расход природного газа и кислорода) при кратковременном (до 8 ч) нарушении, так и сверху (рудная нагрузка, режим загрузки) при длительных (более 8 ч и до нескольких суток) прогнозируемых отклонениях от заданного значения содержания кремния в чугунае.

8. *Архивный модуль* представляет собой программное средство, обеспечивающее хранение непрерывных реализаций трендов параметров состояния, основных контролируемых параметров, расчётных и фактических значений управляющих воздействий. Этот модуль также сохраняет результаты работы подсистем хода и теплового состояния доменной печи.

9. *Модуль развития и корректировки базы знаний*. Является программным модулем и предназначен:

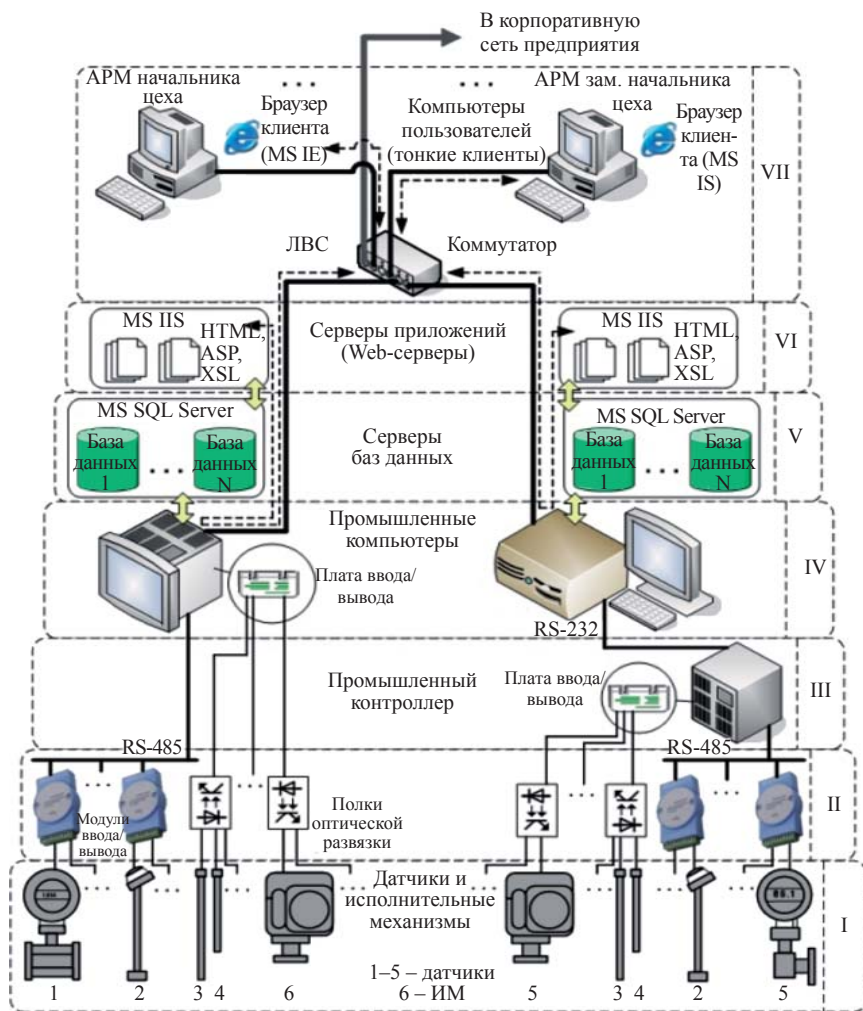
- для включения новых порождающих правил;
- для установки и корректировки коэффициентов уверенности для порождающих правил;
- для тестирования базы знаний на контрольных сценариях развития расстройств печи.

10. *Подсистема отображения информации*. Модуль предназначен для представления технологическому персоналу необходимой информации о ходе доменной плавки. При этом поддерживается два режима:

- автоматический (постоянный вывод информации на монитор компьютера);
- диалоговый – по запросу пользователя.

Система отображения обеспечивает:

- текущее значение вероятностей появления и развития того или иного хода доменной печи и её теплового состояния;
- графическое представление текущей тенденции развития вероятностей того или иного хода печи за последние 24 ч;
- необходимые разъяснения по заключениям экспертных систем по запросу технологического персонала;
- вывод на экран монитора экстренных сообщений (перекос уровня засыпи, отклонение теоретической температуры горения от заданной, неисправность датчиков, прекращение поступления данных в систему и т.п.);



I – полевой уровень; 1 – расходомер, 2 – термопреобразователь сопротивления, 3, 4 – датчики уровня; 5 – датчик давления; 6 – исполнительный механизм;  
 II – уровень устройств ввода/вывода; III – уровень промышленных контроллеров;  
 IV – уровень промышленных компьютеров (диспетчерский уровень);  
 V – серверы БД; VI – Web-серверы;  
 VII – уровень инженерного и управленческого персонала

Рис. 2.15. Обобщённая структура информационной системы цеха металлургического предприятия

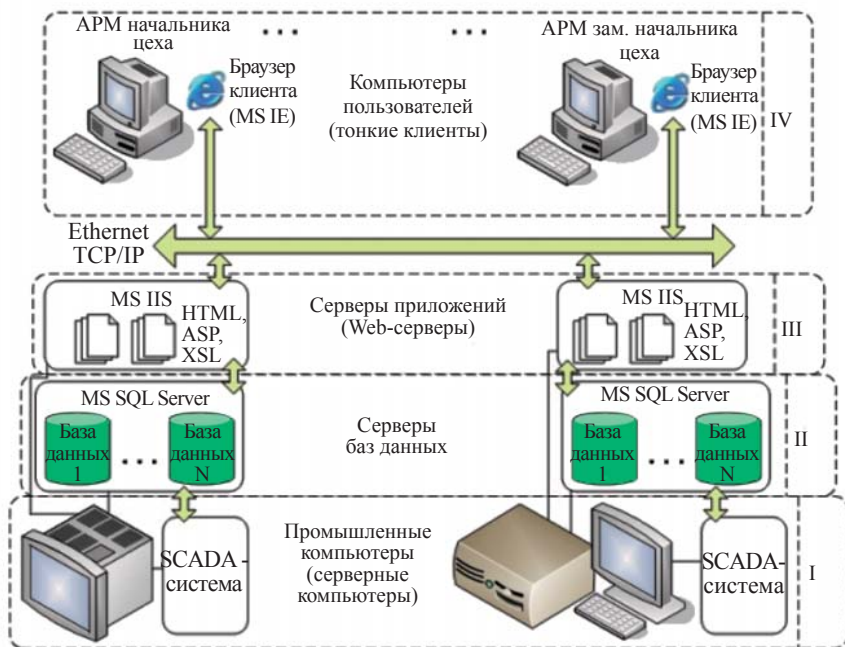


Рис. 2.16. Структурная схема взаимодействия программного обеспечения информационной системы цеха металлургического предприятия

- графическое представление изменения теоретической температуры горения;
- графическое отображение газодинамических характеристик столба шихты (текущих и предельных).

Представленная на рис. 2.2 структура в ряде случаев является избыточной. Естественно, что возможна и различная компоновка информационных систем. Так, для некоторых, достаточно инерционных металлургических процессов (агломерационное, доменное производство) нет необходимости формирования отдельной базы данных реального времени, и для решения технологических задач можно ограничиться базой данных верхнего уровня (SQL Server). Может отсутствовать и необходимость в системе MicroSCADA. Однако, чаще всего, для относительно сложных информационных систем в металлургии минимальный набор необходимых элементов таких систем включает комплекс датчиков, исполнительной и сигнализирующей аппаратуры, сети PLC, интеллектуальные контрол-

леры или PC, операторские (SCADA-системы), и базы данных (SQL Server) и интеллектуальных систем поддержки принятия решений (модельных, экспертных систем, систем распознавания образов). На рис. 2.15 приведён пример обобщённой структуры, а на рис. 2.16 – структурная схема взаимодействия программного обеспечения информационной системы сложного агрегата или цеха металлургического предприятия.

### 2.3. Общая характеристика промышленных сетей

Каналы связи компьютеров в АСУ ТП отличаются большим разнообразием. Выбор конкретного решения зависит от архитектуры системы, расстояния, числа контролируемых точек, требований к пропускной способности и надёжности канала, наличия допустимых линий связи.

На рис. 2.17 представлена обобщённая сетевая структура, показывающая в общем виде возможное использование того или

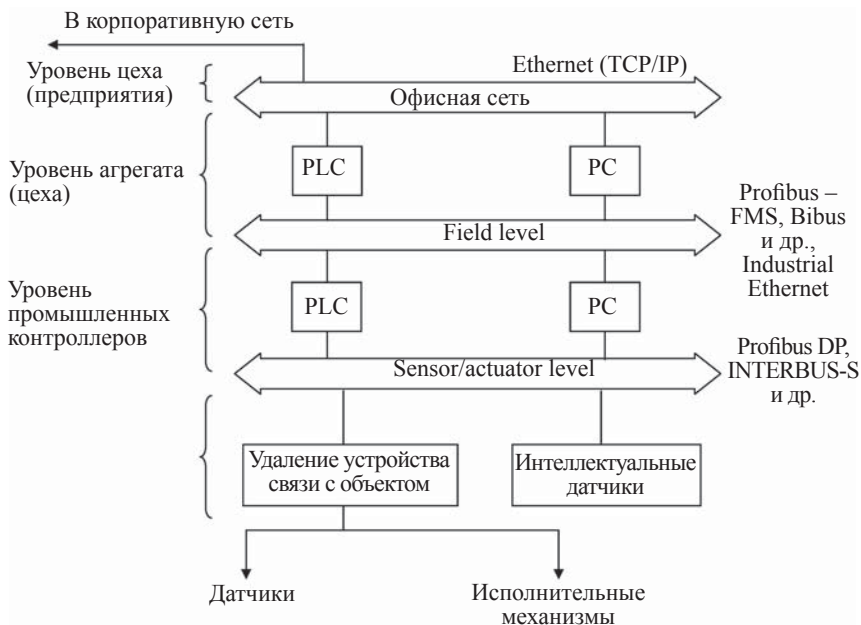


Рис. 2.17. Уровни связи и типовые компьютерные сети в информационных системах технологических процессов

инного вида сетей на отдельных уровнях условного промышленного предприятия.

Задача промышленных сетей (Fieldbus) состоит в организации физической и логической связи различных компонентов автоматизации таким образом, чтобы информация с этого уровня была доступна общезаводской информационной системе. Таким образом, промышленные сети Fieldbus – это специализированные быстродействующие каналы связи, позволяющие эффективно решать задачи надёжных и помехоустойчивых соединений с компонентами автоматизации различных разновидностей, в частности программируемых логических контроллеров, промышленных персональных компьютеров, модулей УСО и др.

В зависимости от области применения весь спектр промышленных сетей можно разделить на два уровня:

- *sensor/actuator level* (датчиковый уровень) – задачи сетей этого уровня сводятся к опросу датчиков и управлению работой разнообразных исполнительных механизмов. Здесь основным параметром является время и частота опроса каналов датчиков. Типичные представители этого уровня Profibus-DP/PA, Interbus-S;
- *field level* (системный уровень) – промышленные сети этого уровня решают задачи по управлению процессом производства, сбором и обработкой данных на уровне промышленных контроллеров. На этом уровне на первый план выдвигается задача передачи больших объёмов данных, при этом схема потоков данных может быть достаточно сложной.

Другими словами, необходимо различать промышленные сети для системного уровня (Field busses) и датчикового уровня (Sensor/actuator busses).

Наиболее простым и наиболее распространённым в мире и России сетевым протоколом промышленных сетей является Modbus, популярность которого объясняется простотой как для разработчиков, так и потребителей, а также относительно низкой стоимостью реализации, широко применяются сети Profibus, CAN, промышленный Ethernet и др.

На уровне цеха чаще всего используются стандартные сетевые технологии – это комбинация стандартов, топологий, протоколов и реализующих их программно-аппаратных средств, необходимых для создания работоспособной сети. Стандартные сети выпускаются многими формами, по ним имеется подробная документация, накоплен большой опыт их эксплуатации. Наибольшее распространение среди стандартных сетей получила сеть Ethernet. Сеть Ethernet

сейчас наиболее популярна в мире и, по сути, признана в качестве основного сетевого решения на уровне III архитектуры информационной системы.

В распределённых промышленных системах между собой связаны сетевые узлы самых разных типов, с самыми разными скоростями и расстояниями передачи данных. Поэтому решить все задачи при помощи промышленной сети одного типа невозможно. Однако все вместе они удовлетворяют требованиям практически любой системы управления, имеющей распределённую архитектуру.

В последние годы большой интерес вызвало использование Internet-технологии в задачах управления, причём не только на уровне корпоративного управления, но даже на уровне технологического оборудования. Для этих целей используются web-серверы, которые могут быть расположены как на обычных персональных компьютерах, так непосредственно в контроллерах или модулях ввода-вывода (так называемые микро-web-серверы). С помощью любого web-браузера, например Internet Explorer, можно управлять технологическим процессом, открыв на микро-web-сервере Internet-страничку с мнемосхемой технологического процесса.

Существует два различных способа управления через Internet, на основе которых построен ряд коммерческих продуктов:

- способ удалённого терминала;
- способ деления – SCADA-пакетов на серверную и клиентскую части.

Удалённый терминал, можно представить как удлинение проводов мыши, клавиатуры и монитора с помощью Интернета, при этом визуализация выполняется в окне web-браузера. Управляемая программа исполняется на удалённом от пользователя компьютере, на котором устанавливается специализированный web-сервер. Прямо из web-браузера можно работать с запущенными на web-сервере программами, с файловой системой, запускать программы, контролировать выполняющиеся приложения, устанавливать права доступа к системе, получать информацию о загрузке процессора и оперативной памяти. Удалённый терминал можно использовать для управления любой программой, в том числе и SCADA. Способ деления SCADA-пакетов на серверную и клиентскую части предусматривает, что клиентская часть представляет собой web-браузер, который просматривает специализированную web-страницу, находящуюся на web-сервере. На этой странице создаётся специализированный интерфейс с графикой и анимацией. Поскольку основная часть визуальной динамики пользовательского интерфейса исполняется на клиентском ком-

пьютере, а с сервера передаются только данные об объекте автоматизации, существенно снижаются требования к пропускной способности Internet-канала. Данные между клиентом и сервером могут пересылаться в виде сообщений SOAP (Simple Object Access Protocol), которые используют транспортный протокол HTTP. SOAP активизирует два процесса, которые могут находиться на разных компьютерах, но взаимодействуют друг с другом независимо от программных и аппаратных платформ, на которых они реализованы.

Взаимодействие между клиентской и серверной частью (рис. 2.18) выглядит следующим образом. Когда пользователь хочет получить данные от контроллера (PLC) через Internet, он нажимает некоторую командную кнопку в окне web-браузера. Этот запрос посылается серверу через Internet в формате SOAP-сообщения. Когда web-сервер получает SOAP-сообщение, запрос направляется обработчику скрипта, который также располагается на web-сервере. Web-сервис (Web service) соз-

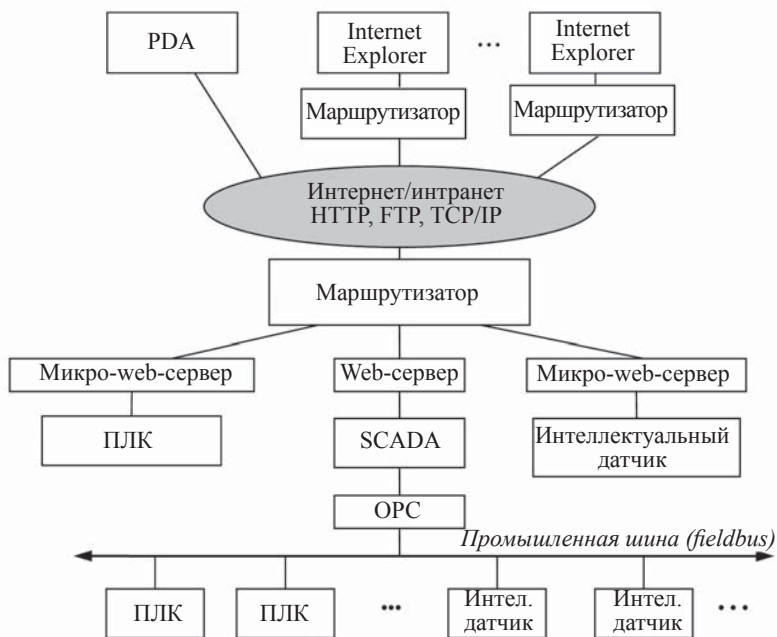


Рис. 2.18. Вариант архитектуры автоматизированной системы, использующей Internet

даёт запрашиваемые данные или передаёт управление программе, которая общается с контроллером через OPC-сервер. Полученные таким образом данные выкладываются на web-страницу, которую видит пользователь с помощью web-браузера. При входе на web-сервер операционная система производит идентификацию пользователя и предоставляет доступ к информации в соответствии с его правами.

Web-серверы для Internet обычно располагаются на мощных компьютерах и содержат жесткие диски большой ёмкости. Однако для удалённого управления в АСУ ТП часто достаточно иметь на сервере всего одну несложную web-страницу. Для этого используются микро-web-серверы (встраиваемые web-серверы, Embedded Web Server), выполненные в виде микросхемы, которая располагается на печатной плате PLC или интеллектуального датчика, что позволяет применять web-серверы даже внутри датчика. Каждый микро-web-сервер доступен по своему Internet-адресу. Технологию применения микро-web-серверов называют «встроенным Интернетом» (Embedded Internet).

В заключении отметим, что в настоящее время большинство коммерческих SCADA-пакетов имеют средства построения web-интерфейса.

## **2.4. Особенности программного обеспечения технологических процессов в АСУ ТП**

Естественно, специфика промышленных применений в металлургии наложила свой отпечаток на используемое программное обеспечение. Основные требования к программному обеспечению сводятся к следующему:

- *Первым требованием является надёжность программного обеспечения.* Действительно, одно дело, когда у вас «зависает» редактор текста в офисе, а другое дело, когда неправильно работает программа, управляющая прокатным станом, разливкой стали или загрузкой материалов в доменную печь.

- *Вторым требованием является быстрое реагирование на какие-либо внешние события или изменения в параметрах управляемых процессов.* Системы, работающие в соответствии с этим требованием, относятся к *системам реального времени*. Многие процессы требуют высокого быстродействия системы управления. Рассмотрим, например, регулирование скорости прокатного стана. Работу различных двигателей и механизмов прокатного стана необходимо синхронизировать с высокой точностью, в противном случае стальная полоса может либо порваться, либо значительно прогнуться. Идея управления заключается в некотором ослаблении натяжения стальной по-



лосы в течение всего процесса. Высокая скорость движения полосы (10–100 м/с) обуславливает необходимость распознать изменение скорости любого двигателя в пределах нескольких миллисекунд с последующей коррекцией скорости других двигателей.

- *Третьим требованием*, часто предъявляемым к программному обеспечению систем управления, является *многозадачность*. Это требование проистекает из-за сложной и многоуровневой природы управляемых процессов в металлургии, когда необходимо одновременно реализовать сложные алгоритмы управления различными подсистемами реального объекта. Каждая задача выполняет свою долю работы по управлению объектом, и все они делят между собой ресурсы вычислительной системы в зависимости от своего приоритета и от внешних и внутренних событий, связанных с конкретной задачей.

- *Четвёртое требование* – *управление по внешним событиям* (прерываниям). Особенность компьютерного управления процессом заключается в том, что ход исполнения программы, порядок выполнения операторов программы нельзя определить заранее. Внешние сигналы могут прерывать или изменять последовательность исполнения операторов программы. Кроме того, существует проблема эффективного использования ресурсов компьютерной системы с учётом временных ограничений. Все это требует специальных методов программирования. Дополнительную проблему представляет собой тестирование систем реального времени из-за отсутствия предсказуемого порядка выполнения.

- *Пятое требование* – *параллельное управление* процессами. Компьютер, взаимодействующий с такими объектами или управляющий им, должен учитывать эту параллельную природу, а в некоторых ситуациях и работать в соответствии с ней, компьютер должен управлять параллельными процессами.

- *Шестое требование* – *открытость* – возможность модификации и расширения программного обеспечения, а также гибкость – возможность быстрой перенастройки программ управления и внесения изменений в технологические базы данных.

- *Седьмое требование* – *функциональность* обеспечивается благодаря использованию эффективных математических моделей, интеллектуальных систем. В основу программного обеспечения положены современные достижения в областях теории и технологии математического моделирования и оптимального управления техническими системами.

- *Восьмое требование* – *интуитивно понятный интерфейс*, обеспечивающий лёгкое и быстрое восприятие информации человеком, за которым остаётся «последнее слово» в принятии реше-

ния, а также быстрый и безошибочный ввод информации. АРМ технологического персонала работают под управлением ОС семейства Windows, поэтому в основу пользовательского интерфейса положены диалоговые элементы: окна, строковые опускающиеся меню, панели инструментов; используются элементы визуализации и структурирования обработанных данных – графики, диаграммы, таблицы и т.п.

- *Девятое требование – расширяемость и открытость систем* достигается за счёт модульной структуры и использования стандартных интерфейсов. Каждый из модулей имеет чётко очерченный круг функций, минимально взаимодействует с другими модулями и имеет возможность расширения независимо от других модулей. Для организации взаимодействия между приложениями используются технологии DDE, OLE, COM, DCOM и др. Для построения модульной структуры используется принцип декомпозиции задач и моделей. Для реализации этого принципа используются средства автоматизированного проектирования информационных систем – CASE-средства. Для функционального моделирования технологических процессов в этих системах используются методологии проектирования IDEF0 и IDEF1X (см. далее).

- *Десятое требование – отделение и интеграция данных от программ.* Одной из характерных особенностей разрабатываемого в настоящее время программного обеспечения для управления сложными металлургическими процессами является использование больших массивов данных для получения и представления новой информации о ходе технологического процесса в реальном времени. Для решения этих задач используются распределённые трёхуровневые приложения баз данных Windows DNA, в которых, в отличие от клиент/серверных приложений, клиенты не имеют непосредственного доступа к критическим ресурсам, таким как соединения с базой данных. Поэтому такие ресурсы полностью защищены от непредсказуемых действий пользователя.

- *Одиннадцатое требование – оценивание информации.* Для металлургического производства характерной особенностью использования в приложениях информации из распределённых баз данных является тот факт, что эта информация не является полной. Причиной этому служит зашумлённость информации, её запаздывание, а также отсутствие технических средств контроля информации. Поэтому в разработанных программных продуктах предусмотрена подсистема оценивания информации и соответствующее программное обеспечение.

- *Двенадцатое требование – безопасность.* Защита от несанкционированного доступа осуществляется путём использования под-

системы распределения прав доступа, а защита от непреднамеренного неверного ввода информации обеспечивается функционированием специально разработанной модели, которая оценивает введённую информацию по интегральным показателям.

Названным требованиям должны удовлетворять все уровни программного обеспечения (BIOS, операционные системы, прикладные программы).

## ГЛАВА 3. МЕТОДОЛОГИЯ СИСТЕМНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В данной главе рассмотрены вопросы, связанные с разработкой и анализом искусственных технических и технологических систем. Отметим, что, несмотря на частный характер разрабатываемых систем, излагаемая методология применима и для случая создания других искусственных систем, а также при конструировании моделей любых систем.

### 3.1. Основные этапы разработки систем

В последние годы методологию выбора научно обоснованных решений технических и социальных проблем связывают с такими понятиями как общая теория систем, системный подход, комплексный подход, системный анализ, системотехника и др. Системные представления уже достигли такого уровня, что мысль о полезности и важности системного, комплексного подхода к решению возникающих в практике проблем стала привычной, общепринятой. Широко распространилось понимание того, что наши успехи связаны с тем, насколько системно мы осуществляем решение проблем, а наши неудачи зачастую обусловлены отступлением от такого подхода. Эти положения присутствуют в выступлениях виднейших учёных, руководителей производства и представителей бизнеса. Широта распространения системных идей, та высокая скорость, с какой они охватили самые разнообразные области науки и практики, не имеют аналогов.

Вызвано это, по мнению известного специалиста в области теории систем и системного анализа акад. Н.Н. Моисеева тем, что «...создание сложных технических систем, проектирование сложных народнохозяйственных комплексов и управление ими, анализ экологической ситуации и многие другие направления инженерной, научной и хозяйственной деятельности требовали организации исследований, которые носили бы нетрадиционный характер». Специалисты в области теории систем и её приложениях к техническим наукам В.Н. Николаев и В.М. Брук отмечают, что актуальность системного подхода обусловлена «...такими особенностями развития техники, которые вызывают повышение связности социальной и производственной деятельности (рост единичной мощности при углубляющейся специализации производства, повышение интенсивности и экономичности присущих производству технических и экономических процессов, вовлечение в круговорот все больших природных и трудовых ресурсов и т.п.)».

Необходимость решения задач в самых различных сферах человеческой деятельности: в экономике, технике, биологии, медицине, лингвистике и т.п. потребовала разработки приёмов, способов, подходов, которые в конечном счёте позволили бы разработать единую технологию исследований применительно к объектам любой природы. Общая теория систем возникла как обобщение именно тех принципов и закономерностей, которые в значительной степени могут быть применимы к объектам различной природы. Таким образом, общая теория систем – это научное направление, связанное с разработкой совокупности философских, методологических и прикладных проблем анализа и синтеза сложных систем произвольной формы. Она изучает общность признаков и свойств сложных систем и методы их математического описания независимо от того, объектом изучения каких научных дисциплин являются эти системы. Именно поэтому общую теорию систем называют междисциплинарным научным направлением. Считается, что в перспективе общая теория систем должна представлять собой область научных знаний, позволяющую изучать поведение систем любой сложности и любого назначения. Следствием этого является сравнительно высокий уровень абстракции общей теории систем. Её основное назначение заключается в теоретико-познавательном аспекте, в развитии понятийного аппарата, совершенствовании общих принципов методологии исследования.

Особенность современного развития системных идей заключается в интенсивной работе по созданию математической теории систем и практическому приложению её в технике, экономике и во многих других областях. Важную роль системные исследования играют в технике. Научное направление, охватывающее проектирование, создание, испытание и эксплуатацию сложных технических систем, называется системотехникой. Однако современное состояние теории систем и системного анализа представляет, по выражению В.Н. Николаева и В.М. Брука «...пёструю картину разнообразных концепций, подходов, переплетений «чисто системных» идей и методов с теориями, методами смежных научных направлений». Поэтому, не давая достаточно строго определения понятию «системный подход», выделим лишь общие теоретические, методологические и прикладные характеристики.

Системные исследования и подход к проектированию систем управления технологическими процессами привлекают в последние годы все большее внимание исследователей. Системный анализ основывается на рациональном сочетании эвристических приёмов, обобщающих опыт, интуицию и здравый смысл, с численными методами анализа и синтеза, ориентированных главным образом на применение современных компьютеров.

Идея построения теории, приложимой к системам любой природы, была выдвинута в 50-е годы XX века австрийским биологом Л. Бергаланфи. Один из путей реализации этой идеи Бергаланфи видел в том, чтобы отыскать структурное сходство законов, установленных в различных дисциплинах и, обобщая их, выводить общесистемные закономерности. Однако заманчивый замысел построить общую теорию систем как новую логико-математическую дисциплину не реализован до сих пор. Не исключено, что наибольшую ценность в общей теории систем представляет не столько её математическое оформление, сколько разработка целей и задач системных исследований, развитие методологии анализа систем, установление общесистемных закономерностей. Вообще говоря, системность не должна казаться неким нововведением, последним достижением науки. Системность – неотъемлемое свойство человеческой практики, включая мышление, и любой серьёзный исследователь в своей деятельности стихийно использует принципы системного подхода.

Важным фактором является то обстоятельство, что в отличие от большинства научных дисциплин, стремящихся к формализации, системный анализ в определённых ситуациях предпочитает неформализованные решения принимаемые исследователем, и следовательно, активность исследователя может определить успех решения задач. Таким образом, системный анализ рассматривает совместно, в совокупности формализуемые и неформализуемые процедуры. Назовём процедуру формализованной, если определена и однозначно понимаема (человеком, вычислительной машиной, другим техническим средством) последовательность актов по её реализации. Процедура относится к неформализованной, если она производится с использованием интуиции человека, т.е. с неполным осознанием аргументов и приёмов выбора действий.

Формализуемые процедуры используются, как правило, в области прикладной математики и предусматривают применение средств вычислительной техники. Следует отметить, что в системном анализе существует и другое направление, берущее начало в исследовании сложных многоаспектных проблем социологии, философии и других гуманитарных наук.

Эти два базовых начала, практически едины в методологии, но заметно расходятся в методах (аппарате реализации) и тем более в приложениях. Для первого из них характерно насыщение формализованными операциями, использованием ЭВМ, более низкая степень неопределённости в сочетании с конкретностью исходных данных и целей, относительно жёсткая внутренняя структура системы. С этих позиций можно констатировать, что для теории систем

как науки в области прикладной математики предметом исследования являются технические системы любой природы, методом исследования – математическое моделирование, стратегией – системный анализ и средством исследования – вычислительные машины.

Фундаментальным понятием теории систем является понятие «система». Несмотря на то, что термин «система» появился в научной литературе давно, он является фактически столь же неопределённым, как и «множество» или «совокупность». При всей важности этого понятия для современной науки общепринятого определения системы до настоящего времени не существует, в литературе имеются десятки различных определений этого термина. Последнее связано с чрезвычайным разнообразием видов систем, каждый из которых обладает рядом специфических особенностей. Сам термин «система» греческого происхождения и в буквальном переводе означает «целое, составленное из частей». По-видимому, первое научное определение системы принадлежит Л. Бергаланфи, который понимал под этим термином – комплекс элементов, находящихся во взаимосвязи. В учебном пособии для вузов его авторами Ф.И. Перегудовым и Ф.П. Тарасенко указывается, что основными особенностями систем является: целостность, относительная обособленность от окружающей среды, наличие связей со средой, наличие частей и связей между ними, подчинённость всей организации системы некоторой цели. Эти особенности систем близки к определению, сформулированному В.Н. Николаевым и В.Н. Бруком, согласно которым системой считается объект, обладающий четырьмя свойствами: целостностью и членностью; наличием существенных связей между элементами; наличием организации и интегративных качеств. В дальнейшем мы будем придерживаться этого определения.

Под приведённое определение термина «система» попадает громадная масса объектов – социальных, природных, технических, технологических. Мы можем говорить об экономической системе, системе знаний, системе отношений и т.п.

Кратко остановимся на терминологии, используемой в системном анализе.

*Элементы*, составляющие систему и из которых состоит изучаемый объект, обладающий некоторыми свойствами, характеристиками, которые могут изменяться как во времени, так и в пространстве под влиянием взаимодействия с другими элементами системы. Что понимается под частью системы – ответ зависит от рассматриваемого объекта, как системы. Таким образом, под элементом следует понимать предел членения системы с точки зрения решения конкретной задачи, с точки зрения поставленной цели.

*Подсистема* – это множество более крупных, чем элементы, и в то же время более детальные, чем система в целом составляющих. Возможность деления на подсистемы связана с вычленением совокупности взаимосвязанных элементов, способных выполнять относительно независимые цели, т.е. обладающие свойством целостности.

*Внешняя среда E* – множество существующих вне системы элементов любой природы, оказывающих влияние на систему или находящихся под ее воздействием. Воздействие внешней среды на систему называют *входом* системы, а воздействие системы на внешнюю среду – *выходом* системы.

Система характеризуется тем, что между её элементами и (или) их свойствами реализуются устойчивые связи, которые по мощности (силе) превосходят связи (отношения) данных элементов, с элементами, не входящими в данную систему. Указанное свойство отличает систему от простого конгломерата и выделяет её из окружающей среды в виде целостного образования.

*Связь* – это физический канал, по которому обеспечивается обмен между элементами системы и системы с окружающей средой веществом, энергией, информацией, или отношения между элементами системы и системы с окружающей средой. К числу основных характеристик связей относятся их физическое наполнение, направленность, мощность (сила) и роль в системе. По физическому наполнению связи бывают вещественные, энергетические, информационные, смешанные и физически ненаполненные. К физически ненаполненным относятся связи типа отношений: больше ( $>$ ), меньше ( $<$ ), ближе, дальше, принадлежит ( $\in$ ), равно ( $=$ ), не принадлежит ( $\notin$ ) и т.д. Деление на вещественные, энергетические, информационные связи условно: передача энергии всегда сопровождается передачей вещества и наоборот, передача информационных сигналов сопровождается передачей энергии. Отметим в связи с этим, что выделение различных видов связей в одной и той же системе обусловлено целью разработки системы. По направлению различают связи прямые, обратные и нейтральные. Отметим, что понятие обратной связи предполагает наличие прямой связи. Если мощность прямой и обратной связей одинакова, то такая обратная связь называется контрсвязью.

*Структура системы* – совокупности связей между элементами системы, отражающих их взаимодействие. Таким образом, *структурой* системы называется устойчивая упорядоченность в пространстве и во времени ее элементов и связей. Процесс расчленения системы на элементы с указанием связей между ними называется



*структуризацией*. Указанное расчленение может иметь материальную (вещественную), функциональную, алгоритмическую и другую основу. Структурная схема представляет собой элементы (блоки) и порядок их соединения.

При структурном подходе выявляются состав выделенных элементов системы и связи между ними. Структура системы в зависимости от цели исследования может быть описана на разных уровнях рассмотрения. Наиболее общее описание структуры – это топологическое описание с помощью теории графов. Структуру системы часто стремятся представить в виде *иерархии*, т.е. упорядоченности компонентов по степени важности, когда воздействия в одном из направлений оказывают гораздо большее влияние на элемент, чем в другом. Виды иерархических структур разнообразны. Между уровнем иерархической структуры могут существовать взаимоотношения строгого подчинения компонентов нижележащего уровня одному из компонентов вышележащего уровня. Такие иерархические связи называются сильными. Слабая связь имеет место в случае, когда один и тот же узел нижележащего уровня иерархии может быть подчинён нескольким узлам вышележащего уровня. Любая иерархия, в принципе, сужает возможности и особенно гибкость системы. Элементы нижнего уровня сковываются доминированием сверху, они способны влиять на это доминирование лишь частично и, как правило, с задержкой. Однако введение иерархии резко упрощает создание и функционирование системы, и поэтому ее можно считать вынужденным, но необходимым приёмом анализа технических систем.

Система характеризуется наличием упорядоченности размещения элементов в пространстве и во времени. Так, технологический процесс характеризуется определённой последовательностью технологических операций во времени. Машина – определённым расположением узлов и деталей в пространстве. Физически наличие организации характеризуется уменьшением энтропии системы по сравнению с энтропией составляющих её элементов, т.е. возникновение организации – это формирование существенных связей между элементами, распределение связей, элементов во времени и пространстве, т.е. формирование структуры.

Будучи объединёнными, взаимодействующие элементы образуют систему, которая обладает не только внешней целостностью, обособленностью от окружающей среды, но и внутренней целостностью, единством. Наиболее ярко проявление внутренней целостности системы состоит в том, что свойства системы не являются только суммой свойств её составных частей. При объединении

частей в целое возникает нечто качественно новое, такое, чего не было и не могло быть без этого объединения. Это новое качество, присущее системе в целом, но не присущее ни одному из её элементов в отдельности называется интегративным. Такое «внезапное» появление новых качеств у системы дало основание присвоить этому их свойству название *эмерджентности* (в переводе с английского означающего возникновение из ничего, внезапное появление). При этом, чем больше размеры системы и разница в размерах системы в целом и её частей, тем вероятнее различие в свойствах. Наиболее выразительно эмерджентность определена известным специалистом в области управления системами С. Биром: «Оптимальное функционирование частей не исключает возможности гибели целого». Например, ни один элемент нагревательной печи в отдельности не позволяет нагреть заготовку до заданной температуры. Ни одна из технологических операций, входящих в систему термической обработки не позволяет получить заданное свойство готового изделия; ни нагрев, ни выдержка и только их совокупность обладает такими свойствами.

Наличие интегративных качеств показывает, что свойства системы хотя и зависят от свойств отдельных элементов, но не определяются ими полностью. Отсюда следуют важные выводы:

- система не сводится к простой совокупности элементов, а обладает принципиально новыми качествами;
- расчлняя систему на отдельные не взаимосвязанные части, нельзя познать все свойства системы в целом;
- оптимальное (наилучшее) функционирование системы в целом не означает оптимальности условий функционирования всех её частей.

В основу системного подхода положено рассмотрение системы как интегративного целого, т.е. предполагается последовательный переход от общего к частному. При этом вся последовательность разработки системы может быть сведена к реализации принципа *«трёх уровней»*: проектируемая система рассматривается как элемент надсистемы (верхний уровень), как собственно система (собственный или средний уровень) и, наконец, в соотношении с подсистемами (нижний уровень).

На верхнем уровне определяются цели разработки; фактически, это установление требований к выходным параметрам конструируемой системы. На этом же уровне осуществляется описание входных параметров, отпускаемых для функционирования системы материалов и энергии, даётся, насколько это возможно, характеристика случайных возмущений и т.п.

На собственном уровне разрабатывается функционально-структурная схема системы, т.е. определяются основные функции системы и выделяются ее подсистемы. Здесь же прорабатываются связи между подсистемами и взаимное расположение подсистем в пространстве (или во времени). На этом же уровне выявляются свойства и характеристики входных параметров для каждой подсистемы и устанавливаются связи между ними.

На нижнем уровне осуществляется выбор или конструирование (управление) подсистем или системы в целом. Для каждой подсистемы (или системы в целом) методами системного анализа формируется количественный показатель, характеризующий её качество (целевая функция, показатель качества). Процедура выбора, как правило, является циклической операцией, по своей сути фактически в ней используется принцип управления по след-

ствию, т.е. часто приходится возвращаться к повторному анализу с целью уточнения полученного решения.

Методологию разработки системы можно представить в виде последовательности этапов, как это показано на рис. 3.1.

*I. Определение цели разработки системы.* Здесь определяется комплекс (множество) целей  $Z$ , которые должны быть реализованы в процессе разработки системы; в отдельных случаях это может быть одна цель. Важным условием успешного решения задачи моделирования системы является чёткая функционально-целевая ориентация разрабатываемой модели системы, поэтому данный этап является основополагающим при разработке систем.

Это означает, что сама процедура моделирования и её продукт – модель должны быть проблемно ориентированными, т.е. должны максимально учитываться особенности и требования целей, для которых осуществляется моделирование системы. Нет ничего хуже, чем

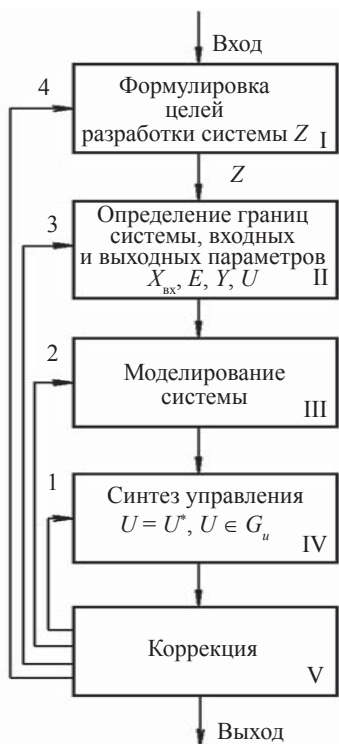


Рис. 3.1. Этапы разработки систем

неполное или неправильное определение целей проекта. Если заказчики не могут определить свои запросы или, если разработчик не может понять, чего хочет заказчик, то при разработке проекта системы можно ожидать серьёзных затруднений. Здесь также следует отметить, что ошибки на данном этапе разработки наиболее губительно скажутся на конечной системе, чем на других этапах.

Не все цели имеют равную значимость, поэтому однажды установленные цели должны быть упорядочены по степени важности и им присвоены весовые коэффициенты в случае, если необходимо какой-либо из них отдать предпочтение.

*II. Определение границ системы, входных и выходных параметров.* Этот этап связан с выделением той части среды, состояние которой важно в связи с поставленной целью разработки систем. Обычно понятие границ системы формулируется в области пространственно-временных категорий. Часто границы системы ясны и определены с самого начала и очевидны, в этом случае такой проблемы не возникает. Это бывает когда система достаточно автономна (например, нагревательная печь, любой прибор, сталеплавильный процесс и т.д.). Однако в других случаях связи системы со средой настолько сильны и разнообразны, что порой очень трудно понять, где заканчивается граница системы и начинается внешняя среда. Подробнее этот этап обсуждается ниже.

*III. Моделирование системы.* Модель системы необходима как для ее конструирования в соответствии с целями разработки, так и для управления системой. Только с помощью модели системы можно построить управление, переводящее её в требуемое (целевое) состояние. Без модели этот процесс (управление) можно реализовать лишь методом проб и ошибок, что неприемлемо для сложных и больших систем, поскольку требует колоссальных затрат ресурсов и создаётся возможность возникновения аварийных ситуаций при «дёргании» системы ошибочными действиями. Процедура моделирования – операция неоднозначная. Одна и та же система может быть представлена различными моделями, отличающимися друг от друга как смысловым содержанием, так и полнотой отображения процессов, протекающих в системе. Само понятие «модель системы» не является вполне определённым. По этой причине под моделью системы будем понимать функциональную связь выхода системы  $Y$  с её неуправляемыми  $X_{\text{вх}}$ ,  $E$  и управляемым  $U$  входами в различные моменты времени ( $\tau$ ):

$$Y(\tau) = F[X_{\text{вх}}(\tau), U(\tau), E(\tau), \tau], \quad (3.1)$$

а также некоторый алгоритм (набор правил, инструкция), указывающий, как, располагая информацией о входах  $X_{\text{вх}}(\tau)$ ,  $U(\tau)$ , и  $E(\tau)$

определить выход  $Y(\tau)$ , не обращаясь к реальной системе. В дальнейшем уточним определение этого понятия. Отметим, что работа с моделью, а не с реальным объектом, приводит к получению оперативной, подробной и наглядной информации, вскрытием наиболее существенных связей, качественных характеристик и количественных параметров системы, наиболее важных с точки зрения достижения поставленной цели.

*IV. Синтез управления.* Данный этап связан с определением управления  $U(\tau)$ , для достижения заданной цели  $Z$  управления системой с помощью модели системы. При этом кроме цели  $Z$ , используется информация о состоянии внешней среды  $X_{\text{вн}}(\tau)$ ,  $E(\tau)$ ,  $U(\tau)$ ,  $Y(\tau)$  и выделенных ресурсах управления, которые чаще всего представляют собой ограничения, накладываемые на управление  $U(\tau)$ .

*V. Коррекция.* Этот этап обусловлен спецификой сложных систем и заключается в возвращении к одному из предыдущих этапов управления (см. стрелки 1–4 на рис. 3.1). Дело в том, что все решения, принимаемые на предыдущих этапах, приближенные и, в частности, опираются на старую информацию, т.е. отражают состояние системы в предшествующие моменты времени. Коррекция может затрагивать различные этапы. Простейшая коррекция связана с коррекцией управления и самой модели (структуры, параметров и т.д.). Однако этого может оказаться недостаточно и тогда уточняются границы раздела системы и внешней среды. Последнее бывает необходимо в случаях значительного изменения (эволюции) системы, окружающей среды, а также невозможности в рамках «старой» системы выполнять поставленные цели. В этой ситуации коррекция как бы «узаконит» новые взаимоотношения системы с внешней средой.

И последнее. Разработанная система по ряду причин (например, значительное изменение свойств внешней среды и самой системы) может не реализовать все исходное множество целей  $Z$ , которые породили эту систему, или может реализовать их недостаточно эффективно. Тогда возникает необходимость коррекции целей разработки системы, которая заключается в определении нового множества целей, достигаемых с помощью данной системы.

Реализация указанных мер и образует по своей сути адаптивную систему управления, которая приспосабливается к изменяющимся свойствам среды, самой системы. Отметим, что чем больше номер стрелки на рис. 3.1, тем реже должна срабатывать эта обратная связь.

Благодаря функционированию описанной последовательности разработки системы, она (система) приводится в соответствие с изменяющейся средой, самим объектом. В результате модель системы как бы эволюционирует вместе с самой системой и средой, но так,

чтобы все время хорошо выполнялись цели. Если же эта эволюция объекта управления заходит настолько далеко, что исходное множество целей перестаёт выполняться, то коррекция целей обеспечивает эволюцию управления.

Очевидно, что далеко не все описанные выше этапы разработки систем присутствуют на практике. В ряде случаев некоторых этапов может и не быть. Природа не столь «злонамеренна», и при разработке реальных систем редко приходится реализовать все этапы. Как правило, некоторые этапы просто выпадают в силу специфики целей и объекта. Может, в частности, отсутствовать этап формулирования целей, настолько они естественны, а также этап определения границ системы, настолько они очевидны, или этап коррекции в случае относительной простоты разрабатываемой системы. Но в любом случае должен существовать этап моделирования систем, поскольку, как правило, не имеется возможностей исследовать саму систему в силу её сложности, или в силу реального отсутствия системы при разработке новых систем (технологий, конструкций).

### **3.2. Определение границ системы, входных и выходных параметров**

Задача выделения системы (объекта) из среды возникает после формулировки и описания множества целей управления  $Z$ . Процесс выделения объекта должен заканчиваться определением границ объекта  $F^o$  (будем обозначать объект его оператором  $F^o$ ), отделяющих его от среды. Естественно возникает вопрос, а важно ли, где проводить границу раздела объекта и среды? Пусть мы собираемся создать систему управления каким-то технологическим процессом. Ограничиваются ли рамки системы (объекта) только этим процессом? Ответить на этот вопрос нельзя, поскольку границы объекта зависят от целей, которым должен удовлетворять указанный процесс. Если цели достаточно чёткие (например, достижение определённого качества, объёма производства, ритмичности, экономичности процесса), то неизбежно приходится управлять не только самим процессом, но и его входами, т.е. сырьём и ресурсами, используемыми в ходе процесса. Это означает, что в сферу действия системы (объекта) попадают и поставщики сырья, ресурсов. Заметим, что необходимость в таком управлении явилась одной из причин создания металлургических комбинатов, производственных объединений и т.д., в которых имеется возможность управлять производством на всех стадиях. Очевидно, что нельзя впадать и в другую крайность, т.е. пытаться управлять

«всем и вся», хотя формальные основания для этого всегда найдутся, ибо связи различных процессов и явлений можно проследить достаточно далеко. Иными словами при построении модели системы на основе пространственно-временных представлений, должен существовать определённый оптимум «размеров» систем. Отклонение от этого оптимума приводит либо к излишне большому размеру системы (избытку описания), либо к неадекватным моделям (потере полезной информации) и невозможности обеспечить поставленную цель разработки системы.

Проиллюстрируем это утверждение следующим простым примером. На рис. 3.2 показаны два варианта объекта (системы). Здесь  $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$  – точки съёма (фиксирования) информации, необходимой для оценки реализуемости множества целей  $Z$  в системе, причём  $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$ . В первом варианте объекта (рис. 3.2, а) связь выходов со входами устанавливается в виде

$$Y(\tau) = F_1 \circ [X_{\text{вх}}(\tau), U_1(\tau), E_1(\tau), \tau]. \quad (3.2)$$

Здесь  $X_{\text{вх}}(\tau)$  – контролируемая, но неуправляемая величина, значение которой определяется «внешней» по отношению к системе (рис. 3.2, а) средой.

Можно попытаться управлять той частью среды, от которой зависит  $X_{\text{вх}}(\tau)$ . Тогда приходим к варианту системы, представленному на рис. 3.2, б и описываемому функциональным соотношением

$$Y(\tau) = F_1 \circ [F_2 \circ [X_{2\text{вх}}(\tau), U_2(\tau), E_2(\tau), \tau], U_1(\tau), E_1(\tau), \tau]. \quad (3.3)$$

Можно видеть, что у обоих вариантов состояния  $Y(\tau)$  одинаково, различны «внешние» среды, а следовательно, и влияние среды на  $Y(\tau)$ . Очевидны и достоинства, и недостатки каждого варианта выделения системы, а именно.

1. Для первого варианта.

**Преимущества:**

- всего один фактор неопределённости  $E_1(\tau)$ ;
- проще найти математическое описание, т.е. вид функции  $F_1 \circ$ ;
- малое число управлений  $U_1(\tau)$  (для управления понадобится мало ресурсов).

**Недостатки:**

- малая управляемость, так как вход  $X_{\text{вх}}(\tau)$  неуправляемый.

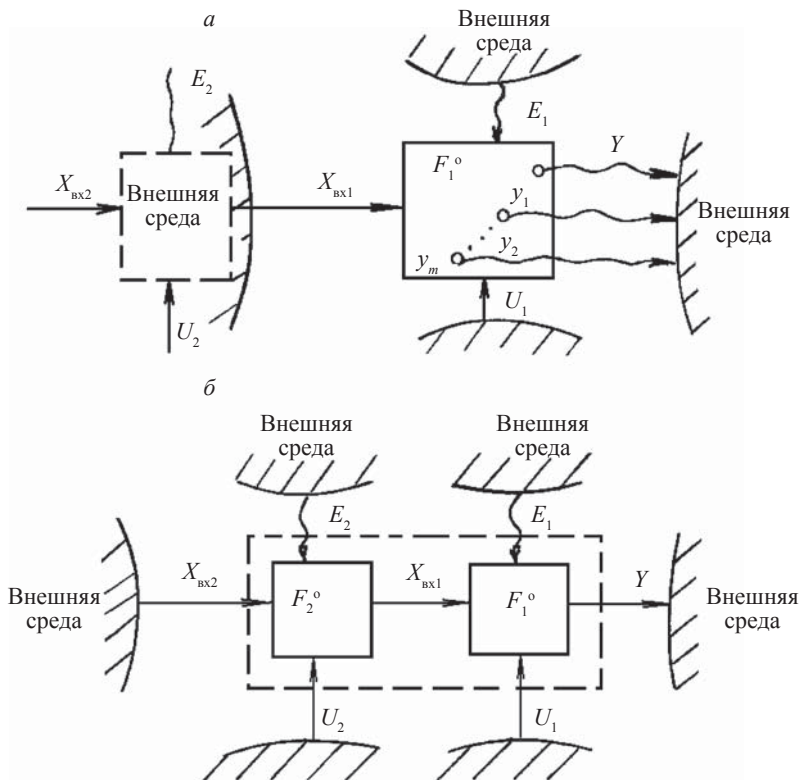


Рис. 3.2. К пояснению выбора границ системы

2. Для второго варианта.

**Преимущества:**

- возможность (хотя бы частичная) управления входом  $X_{l_{vx}}(\tau)$ , который непосредственно воздействует на состояние  $Y(\tau)$ . Это достигается с помощью дополнительного канала управления  $U_2(\tau)$ .

**Недостатки:**

- расширение фактора неопределённости за счёт введения дополнительного неконтролируемого возмущения  $E_2(\tau)$ ;
- усложнение модели системы, так как необходимо дополнительно описывать присоединённую часть  $F_2^0$ ;



- увеличение каналов управления за счёт  $U_2(\tau)$ , что хотя и расширяет возможности управления, но требует увеличения ресурсов.

Какой же вариант предпочтительнее? На первый взгляд может показаться, что во втором варианте факторов «против» слишком много и нужно отдать предпочтение первому варианту. Однако не надо забывать, что конечной задачей системы является эффективное достижение заданного множества целей  $Z$ , поэтому второй вариант по критерию достижимости целей оказывается лучше, чем первый.

Из рассмотренного примера вытекает два важных вывода. Во-первых, на данном этапе разработки систем необходимо определить (сконструировать) надлежащие критерии выбора, и, во-вторых, выделение системы из внешней среды (особенно на начальном этапе разработки) не поддаётся строгой формализации – это творческий процесс. Как и вообще в инженерной практике, неформализуемые решения, принимаемые человеком, часто являются более предпочтительными, и активность, интуиция, «инженерное чутьё» разработчика в большинстве случаев определяют успех работы.

На практике в соответствии с принципами системного анализа решение задачи выделения системы (объекта) из внешней среды или разделения системы на подсистемы осуществляется путём использования совокупности формализуемых и неформализуемых процедур. При этом руководствуются следующим правилом: выделение системы или её разбиение на подсистемы должно выполняться таким образом, чтобы, с одной стороны, она имела минимум связей с внешней средой или с другими подсистемами, но и с другой стороны, в системе должна обеспечиваться управляемость, т.е. достижение целей разработки системы. Как правило, процесс выделения системы (объекта) организуется как последовательный переход от простейших форм системы к более сложным. В качестве простейшей формы можно рассматривать такую часть среды, которая несёт информацию, необходимую для проверки осуществимости поставленной цели. Далее происходит расширение системы за счёт присоединения части среды таким образом, чтобы лучше удовлетворить целям управления, например, за счёт расширения ресурсов управления. Этот процесс может повторяться до тех пор, пока не будут эффективно достигнуты цели управления или пока не будет показано, что они не достижимы при данных размерах системы.

Таким образом выделение системы из внешней среды заканчивается в итоге определением множества входных  $X_{\text{вх}}(\tau)$ ,  $U(\tau)$ ,  $E(\tau)$  и выходных параметров системы  $Y(\tau)$ , существенных с точки зрения её функционирования.

Допустим, например, что целью разработки системы является получение в камерной печи заготовки, нагретой до заданной температуры поверхности, причём разность температур поверхности и середины заготовки при выдаче из печи не должна превышать некоторого определённого значения. Если в качестве системы (объекта) выделить только саму заготовку, то легко убедиться, что из-за отсутствия ресурсов управления цель не достижима. Входным параметром этой системы является температура поверхности заготовки, теснейшим образом связанная с температурой рабочего пространства, а выходным – температура центра. Здесь, в лучшем случае, можно за счёт выдержки добиться выравнивания указанных температур до определённого уровня.

Проблема существенно не изменяется и в том случае, если за счёт расширения системы включить в её состав температуру рабочего пространства, поскольку последняя не является независимым параметром, и следовательно, по-прежнему, отсутствует возможность управления и достижения цели. Поставленная цель достигается лишь тогда, когда в качестве системы принимается все рабочее пространство камерной печи вместе с топливосжигающими устройствами, трубопроводами подачи топлива и воздуха, газоотводящим и дымовым трактами. При таком определении границы системы имеются все необходимые ресурсы управления и возможность достижения поставленной цели. Если поставить более широкую цель, например, дополнительно получить экономию топлива и уменьшить загрязнение окружающей среды, то в состав системы необходимо, по-видимому, включить устройства утилизации теплоты и систему газоочистки, а в качестве выходных параметров кроме температуры металла рассматривать химический состав, температуру и запылённость отходящих газов. Необходимо отметить, что на этапе определения границ системы вследствие отсутствия формального описания внешней среды часто используется метод экспертных оценок. Здесь этот метод не рассматривается, так как по нему имеется целый ряд полезных руководств.

### **3.3. Моделирование систем**

Моделирование – один из наиболее распространённых способов изучения различных систем. Пусть имеется некоторая конкретная система, границы которой, входные и выходные параметры уже определены. Лишь в единичных случаях мы имеем возможность провести с самой этой системой все интересующие нас исследования. Обычно по различным причинам, например, в виду сложности системы приходится рассматривать не саму систему, а формальное

описание тех или иных её особенностей, которые существенны при её разработке. В этом случае мы имеем дело не с реальными системами, а с их моделями. Разработку модели и последующее её использование и называют моделированием систем.

В основе моделирования лежит теория подобия, которая утверждает, что абсолютное подобие имеет место лишь при замене одного объекта другим точно таким же. На практике абсолютного подобия никогда не бывает, поэтому при моделировании в качестве критерия выбора можно принять степень полноты модели с точки зрения теории подобия и разделить модели в соответствии с этими критериями на полные и приближенные. В основе полного моделирования лежит полное подобие, которое проявляется как во времени, так и в пространстве; такое подобие возможно, если система характеризуется не более чем двумя определяющими числами подобия. Для неполного моделирования типично неполное подобие модели изучаемому (разрабатываемому) объекту. И, наконец, в основе приближенного моделирования лежит приближенное подобие, при котором некоторые стороны функционирования реальной системы не моделируются совсем.

При изучении любого круга явлений исследователь всегда сталкивается с бесконечным взаимопереплетением множества факторов. В такой ситуации плодотворный научный подход состоит в том, чтобы учитывать лишь главные факторы, оказывающие основное, определяющее влияние на исследуемое явление. Второстепенные факторы, оказывающие слабое, не существенное влияние, при этом отбрасываются. Это связано с тем, что попытка учесть все мыслимые факторы неизбежно приведёт к невероятному усложнению исследования и, как правило, к невозможности получения каких-либо практических выводов.

Здесь уместно привести высказывания академика Л.И. Седова: «...научные теории и модели непосредственно не оперируют с реальностью сами по себе, а имеют дело с идеализированными объектами. При идеализации происходит утрата и значительного богатства конкретных представлений реальности, но обретается чёткость исходных «кирпичиков» теории. За эту чёткость приходится платить неизбежной ограниченностью применения любой естественнонаучной теории».

Будем понимать под моделью некий условный образ, нетождественный аналог, конструируемый исследователем так, чтобы отразить наиболее существенные характеристики системы (свойства, взаимосвязи, параметры). Тогда все возможные варианты моделей можно классифицировать по главному признаку, заложенному в основу отображения системы. Имеется большое число классифика-

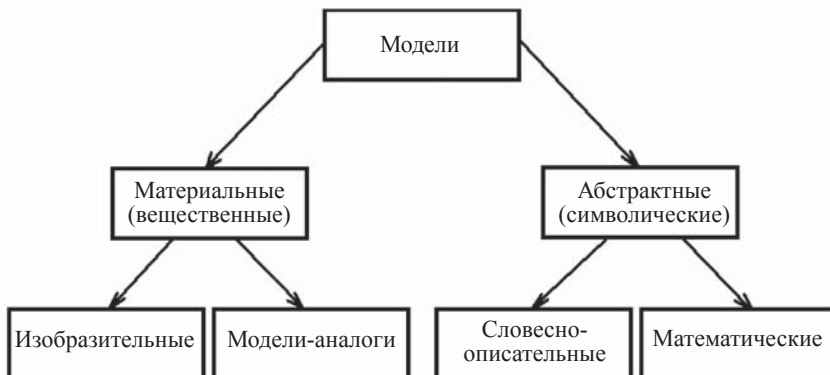


Рис. 3.3. Виды моделей систем

ций моделей применительно к задачам различных наук (до 30 позиций); некоторые из них мы рассмотрим позже. Сейчас же отметим только, что все модели условно можно разделить на два класса: **материальные (вещественные)** и **абстрактные (символические)** (см. рис. 3.3).

В свою очередь материальные (вещественные) модели делятся на **изобразительные модели и модели-аналоги**.

Изобразительные модели отражают внешние характеристики системы (карта, макет и т.д.). В модели-аналоге совокупности одних свойств моделируются с помощью совокупности других свойств (моделирование теплового излучения с помощью электрических сигналов). При этом моделирование может осуществляться и на физических моделях. Физическая модель – это установка, устройство или приспособление воспроизводящее в том или ином масштабе натуральный объект при сохранении физического (динамического) подобия процессов в модели и натуре.

В абстрактных (символических) моделях фиксацию, построение, описание модели системы делают на том или ином языке. При этом не имеет значения на каком конкретном языке описан тот или иной объект, так как переход с одного языка на другой выполняется практически однозначно. Примером символических моделей являются, например, дифференциальное уравнение теплопроводности, описание, данное на разговорном языке, график и т.п.

Символические модели делятся на модели **словесно-описательные** и **математические**. К словесно-описательным моделям относятся, например, техническое задание, пояснительная

записка, физическая постановка задачи и т.п. Такие модели позволяют полно описать систему, однако их невозможно использовать непосредственно для анализа процессов формализованным путём. Поэтому словесно-описательные модели в реальной инженерной практике стремятся преобразовать в математические для удобства дальнейшего оперирования с ними.

Математическая модель – это формальная система, представляющая собой конечное собрание символов и совершенно строгих правил оперирования этими символами в совокупности с интерпретацией свойств определённого объекта некоторыми отношениями, символами или константами. Совокупность переменных констант и отношений представляет собой абстрактный математический объект, и только интерпретация делает его математической моделью реальной системы.

Вид математической модели зависит как от природы реальной системы, так и от задач исследования, требуемой достоверности и точности решения задач. Поскольку математические модели представляют собой наиболее абстрактные, а следовательно, и наиболее общие модели, они широко используются в системных исследованиях.

С методологической точки зрения можно выделить два основных подхода к математическому моделированию сложных систем, каковыми являются практически все металлургические процессы. Первый из них, так называемый **метод «чёрного ящика»**, реализуется, когда мы отказываемся от попыток анализировать внутреннюю структуру системы, физику процесса. Такой подход применяется при формализации систем, строение которых изучено недостаточно полно (например, систем касающихся явлений переноса в неидеальных материалах, горения топлив в турбулентном потоке и т.п.). Сущность этих методов заключается в том, что вся область используемых значений входов и выходов системы обследуется экспериментально и на основе данных эксперимента устанавливаются математические соотношения между входами и выходами системы. При этом широко применяются **методы дисперсионного, регрессионного и корреляционного анализа, методы планирования эксперимента**. Чем больше разнообразных воздействий поступает на входы системы, тем детальнее можно выяснить закономерности её функционирования. Связь выходных и входных параметров при этом подходе описывается выражениями типа (3.1) или, несколько по-другому:

$$A[X(\tau), Y(\tau), \tau] = 0. \quad (3.4)$$

Метод «чёрного ящика» до недавнего времени был необычайно популярен. В качестве его главных достоинств обычно выделяют простоту, разработанность и предопределённость применяемого математического аппарата, гарантированную результативность моделирования. Им широко пользуются специалисты по автоматизации производственных процессов. Анализ литературы показывает, что именно они создали популярность этому методу. Нетрудно заметить, что метод «чёрного ящика» шаблонен; здесь все делается по одному и тому же трафарету независимо от того, какой объект исследуется. Совершенно не нужно знать, что происходит в объекте, почему происходит так, а не иначе и т.п. Вот это последнее обстоятельство – кажущееся отсутствие потребности в знаниях предметной области – и является, по-видимому, основной причиной привлекательности данного метода.

Недостатки этого подхода к моделированию систем очевидны. Метод «чёрного ящика» характеризуется малой информативностью, ограниченностью результатов и области, подвергнутой экспериментальному обследованию. Полученные модели не вскрывают истинных причин явлений, происходящих в процессе. Такие модели невозможно использовать в САПР технологических процессов, поскольку параметры объекта не входят (и не могут входить) в число параметров модели. Кроме того, всегда существует опасность, что будет упущен значимый входной параметр, медленно изменяющийся во времени, и тогда модель будет адекватна только для данного конкретного объекта и только на протяжении некоторого ограниченного промежутка времени. И, наконец, весьма существенным недостатком данного метода является его дороговизна и длительность применительно к сложным объектам.

Опыт показывает, что при разработке систем в металлургии метод «чёрного ящика» малоэффективен, а иногда и вреден, так как приводит к напрасному растрачиванию материальных ресурсов. Полученные математические модели будут в лучшем случае справедливы для конкретных условий функционирования обследуемого объекта и их, как правило, нельзя переносить даже на однотипные объекты, работающие в иных условиях. Кроме того, недостаток моделей типа (3.4) заключается в отсутствии однозначной зависимости между входами и выходами, так как в процессе функционирования системы её внутренние свойства могут изменяться.

Сказанное выше не означает, что метод «чёрного ящика» вообще бесполезен. Нет, речь идёт о том, что каждый метод имеет свою наиболее подходящую область применения.

Использование метода «чёрного ящика» для металлургических процессов нецелесообразно. По металлургическим технологиям, которые изучают сотни лет, накоплен огромный теоретический и практический материал и этот материал с успехом может быть применён при создании более сложных моделей, нежели модели «чёрного ящика».

Вторым основным подходом к математическому моделированию является **аналитический подход**, при котором модель строится исходя из внутренней структуры явлений, протекающих в системе. В этом случае входные и выходные параметры модели связываются друг с другом на основании универсальных законов сохранения и других фундаментальных физических и физико-химических закономерностей. Полученное математическое описание процесса имеет высокую информативность, широкую область применения, универсальность. Такая модель позволяет понять ход протекания технологического процесса, легко стыкуется с процедурами оптимизации и органично входит в САПР. Аналитический подход значительно сокращает объем экспериментов, повышает эффективность моделирования.

В ряде учебников и монографий, особенно по вопросам, связанным с разработкой систем управления технологическими процессами, можно встретить утверждение, что к недостаткам аналитического подхода следует отнести сложность используемого математического аппарата, негарантированную результативность моделирования, узкую область применения методов, обусловленную недостаточно высоким уровнем современного знания в ряде областей. Подобного рода утверждения являются совершенно беспочвенными. Такое понятие как «сложность математического аппарата» весьма неопределённо. Например, совершенно не ясно, чем уравнения энергии теплоносителя сложнее интегрального уравнения Винера–Хопфа, используемого в методе «чёрного ящика». Если мы не обладаем достаточным уровнем знаний о сложной системе (объекте), то как же мы можем этой системой эффективно управлять?

Следует особо подчеркнуть, что начавшаяся ещё в конце 60-х годов «компьютерная эйфория», сводящая сложную проблему математического моделирования технологических процессов и синтеза систем управления только лишь к вычислительной мощности ЭВМ, полностью себя исчерпала. Этим, вообще говоря, во многом и завершился формально-математический этап развития теории моделирования и управления в XX веке. Практический прогресс сводится главным образом к компьютеризации, информатизации на основе уже известных классических принципов, т.е. происходит

распространение скорее вширь, чем вглубь. Наука о моделировании и управлении не получила необходимого развития, она отстаёт от потребностей практики.

Она связана с проблемой математических моделей. Несмотря на информатизацию, развитие вычислительной математики и алгоритмов идентификации, банки сертифицированных (верифицированных) математических моделей остаются слабо заполненными. Это связано с большими необходимыми интеллектуальными и временными затратами для создания адекватных математических моделей сложных нелинейных процессов и систем. Для новых процессов и систем высокой сложности это создаёт большие трудности, так как эти процессы и системы, как правило, не могут функционировать без управления, а математическая модель часто не может быть идентифицирована и сертифицирована без реально функционирующей системы. Поэтому весьма актуальна проблема адаптивного и самоорганизующегося управления.

Наиболее общим физическим свойством всех объектов различной природы, как известно, является свойство сохранения вещества, энергии, количества движения и др. Введение естественных физических (химических, биологических и др.) свойств объекта в процедуру синтеза наделяет замкнутую систему общими глобальными свойствами и позволяет выявить родство разнородных явлений, происходящих в объектах управления различной природы. Представление этих явлений на математическом языке отражает единство принципа сохранения в многообразии управляемых процессов. Этот новый естественно-математический подход к решению нелинейной проблемы оптимизации систем – основной проблемы СТАУ – глубоко связан с идеями физической теории управления.

Вместе с тем происходило дробление теории на множество слабо связанных направлений, увеличение разрыва теории с практикой. Ослабление интеграции, т.е. отход от принципов науковедения.

На математика редко возлагается реальная ответственность, он выступает чаще всего консультантом по алгоритмическому обеспечению.

С чего начинается практическая разработка математической модели системы (процесса, агрегата)? В соответствии с основными принципами системного подхода, рассмотренными ранее, процесс или агрегат, трактуемые как система, разбиваются на небольшое, конечное число подсистем одного ранга, одного уровня. Это так называемый этап **декомпозиции модели**. Между выделенными подсистемами выявляются необходимые связи. Затем каждая из подсистем анализируется в отдельности в соответствии со следующими правилами (условиями).



1. Если функционирование подсистемы (агрегата) может быть описано законами физики, химии и т.д., то процесс декомпозиции для этой подсистемы заканчивается, и выполняется математическое описание как самой подсистемы, так и её связей с другими подсистемами и внешней средой. Этот этап называется **композицией модели**.

2. Если вариант 1 не выполняется, то выясняется, возможно ли дальнейшее разбиение подсистемы на подсистемы более глубокого уровня, имеющие физическое содержание. Если да, то такое разбиение производится; опять выясняются связи между получившимися новыми подсистемами и возвращаются к пункту 1. Пункт 2 соответствует этапу выбора структуры элементов модели.

3. Если нельзя применить первые два варианта, то на данном этапе моделирования подсистема рассматривается как «чёрный ящик».

Обычно осуществляется декомпозиция модели сначала по технологическому, экономико-организационному, информационному или иному признаку, а в дальнейшем по определяющим функционирование основным закономерностям, свойственным нескольким или даже большинству составных частей модели. В литературе такой подход иногда называют *принципом двойной декомпозиции*.

Таким образом, в общем случае математическая модель системы представляется как многоуровневая конструкция, состоящая из взаимодействующих элементов, объединённых в подсистемы различных уровней. Для каждой выделенной подсистемы (элемента) характерно взаимодействие с другими подсистемами (элементами) и с внешней средой. При этом математическая модель системы состоит не только из математических моделей отдельных элементов, но и математических моделей взаимодействия между элементами и внешней средой, описываемых оператором взаимодействия (взаимосвязи). Каждый элемент математической модели может иметь различную степень детализации математического описания. Важно лишь, чтобы входные и выходные параметры всех элементов модели находились во взаимном соответствии, что обеспечит получение замкнутой системы уравнений математической модели процесса в целом. В идеале математическое описание каждого элемента должно включать уравнения, параметрами которых являются только физико-химические свойства веществ. Однако получить такое фундаментальное описание свойств всех элементов, их взаимосвязей и при существующем уровне знаний и исследований некоторых явлений металлургических процессов в настоящее время не всегда представляется возможным. Это связано иногда ещё и чрезвычайным усложнением математического описания свойств элементов, что само по себе

приводит к резкому усложнению математической модели процесса в целом и, кроме того, вызывает существенные вычислительные трудности при её реализации. В связи с этим при практическом использовании описанного алгоритма на том или ином уровне детализации приходится применять и эмпирические соотношения.

Описанный алгоритм в более детальном представлении показан на рис. 3.4.

Прежде чем излагать детали отдельных этапов, рассмотрим небольшой качественный пример использования этого алгоритма.

Предположим, что необходимо разработать математическую модель процесса металлизации железорудных окатышей в шахтной печи. С чего здесь следует начинать?

Нетрудно заметить, что в данном простом случае цели системы и ее границы определены естественным образом (металлизация и шахтная печь), и можно начинать непосредственно с этапа моделирования системы или более точно, с её декомпозиции. Какие подсистемы здесь можно выделить? Прежде всего, заметим, что термин «металлизация» означает восстановление оксидов железа, содержащихся в окатышах, до металлического железа. Следовательно, первой подсистемой ( $S_1$ ) будет подсистема восстановления или, в общем случае, подсистема физико-химических превращений.

Можно ли ограничиться подсистемой физико-химических превращений? Нет, так как из курсов физической химии и теории металлургических процессов известно, что скорости химических реакций в значительной степени зависят от температуры. Значит, в математической модели процесса металлизации должна быть подсистема подвода энергии к реагирующим веществам, т.е. подсистема теплообмена ( $S_2$ ).



Рис. 3.4. Этапы моделирования систем

Дальнейший анализ объекта в целом показывает, что в слоевых шахтных печах имеют место все типы теплообмена: теплопроводность, излучение и конвекция, причём последний вид переноса энергии является доминирующим. Но интенсивность конвективного переноса теплоты определяется, главным образом, уровнем скорости теплоносителя. Поэтому необходимо выделить ещё подсистемы движения газов-восстановителей ( $S_3$ ) и обрабатываемых сыпучих материалов ( $S_4$ ).

Есть ли ещё какие-нибудь процессы, которые можно было бы выделить в подсистему? По-видимому, нет, так как рассмотренные блоки металлургических процессов на данном укрупнённом уровне охватывают все явления, существенные для технологии металлизации.

Итак, этап декомпозиции модели завершён. Осталось выяснить, какой из трёх вариантов дальнейшего анализа имеет место в данном случае. Если припомнить основные положения физической химии, тепломассопереноса и т.д., то можно прийти к выводу, что практически все подсистемы можно описать аналитически.

Конечно, некоторые из них для этого целесообразно разбить на более мелкие части, да и полнота описания будет различна для отдельных подсистем, но, в целом, этап композиции модели не вызывает затруднений. Наибольшую сложность в настоящее время представляет лишь математическое описание движения сыпучей среды (сколько-нибудь надёжной модели пока нет), но здесь, в крайнем случае, можно воспользоваться методом «чёрного ящика».

Приступим теперь к выявлению функциональных связей между подсистемами. Сразу же бросается в глаза, что подсистема газодинамики слоя связана со всеми остальными, так как от скорости газов зависят закономерности теплообмена, восстановления и структура движущегося слоя. В свою очередь скорость газового потока зависит от температуры, интенсивности протекания физико-химических превращений и порозности слоя. Проблематично влияние процессов теплообмена и массообмена на закономерности движения материалов, а в остальном все подсистемы взаимосвязаны. С учётом изложенного обобщённая модель металлизации окатышей в шахтной печи может быть представлена в виде ориентированного графа (рис. 3.5), в вершинах которого расположены подсистемы, а взаимодействие подсистем осуществляется посредством связей, характеризующихся направленностью и оператором  $A$ . Оператор взаимодействия  $A_{ij}$  определяют совокупность явлений при взаимодействии подсистем  $i$ -той с  $j$ -той. Заметим дополнительно, что внешняя среда недекомпозированной системы, представленная на рис. 3.5 в виде фиктивной подсистемы  $S_0$ , оказывает влияние на все остальные

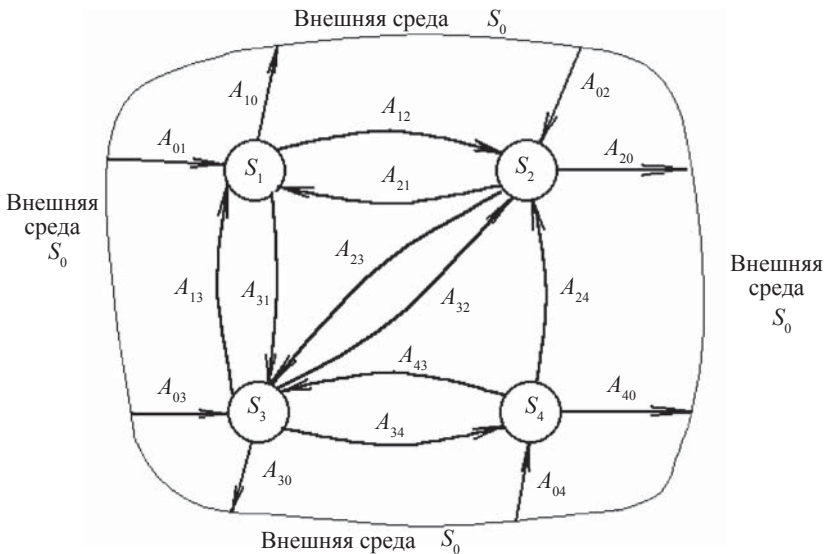


Рис. 3.5. Структура модели процессов в шахтной печи металлургической

подсистемы (операторы  $A_{01}$ ,  $A_{02}$ ,  $A_{03}$ ,  $A_{04}$ ), поскольку ход теплообменных, восстановительных, газодинамических процессов и движение материалов в значительной степени зависит от внешних (граничных) условий: режимных и конструктивных параметров работы шахтной печи (расхода, состава, температуры газа-восстановителя подаваемого в печь; расхода, физико-химических свойств загружаемых окатышей, конструктивных размеров печи и т.п.).

Влияние анализируемой системы на внешнюю среду отражено на рисунке операторами  $A_{10}$ ,  $A_{20}$ ,  $A_{30}$ ,  $A_{40}$ , так как в результате моделирования системы определяются поля: составов шихты (степень их восстановления) и газа, их температур и скоростей. Заметим, что сигналы, поступающие из внешней среды, являются выходными воздействиями фиктивной подсистемы  $S_0$ , а результаты моделирования системы представляются в виде входного воздействия для этой же подсистемы. Аналогичным образом осуществляется последовательность разработки модели системы и в более общем случае. Однако при этом учитывают, что каждый этап, представленный на рис. 3.4, характеризуется своими собственными закономерностями, к изучению которых мы сейчас и переходим.

**Декомпозиция модели.** Смысл декомпозиции, как это следует из сказанного выше, заключается в том, чтобы, воспользовавшись априорными сведениями о структуре системы, упростить задачу синтеза модели. Это упрощение может идти по двум направлениям. С одной стороны, каждый элемент декомпозированной модели проще исходной (недекомпозированной), что облегчает синтез модели этого элемента. С другой стороны, упростить задачу синтеза можно независимо от сложности элементов, уменьшив число входов-выходов каждого элемента по сравнению с исходной моделью. Очевидно, что выбор в каждом конкретном случае наиболее подходящего направления или рационального сочетания обоих направлений может быть выполнен лишь при наличии количественной меры достигаемого при этом упрощения.

Введём численную меру сложности модели в целом (или её элемента), учитывающую лишь число входов  $n$  и выходов  $m$ .

$$L = L(n, m). \quad (3.5)$$

Вид функции  $L$  определяется следующим правилом: число входов  $n$  сильнее влияет на сложность, чем число выходов  $m$ ; функция  $L$  должна монотонно возрастать с увеличением  $n$  и  $m$ . Указанному правилу удовлетворяет, например, следующее выражение

$$L = n^\gamma m, \quad (3.6)$$

где  $\gamma > 1$ .

Сложность декомпозированной модели –  $L_d$  в целом можно в первом приближении считать аддитивной, т.е., если система разбита на  $k$  подсистем, то её сложность равна сумме сложностей этих подсистем –  $L_i$ .

$$L_d = \sum_{i=1}^k L_i. \quad (3.7)$$

Теперь процесс декомпозиции модели можно рассматривать как процесс минимизации её сложности, т.е. как решение следующей минимизационной задачи

$$L_{d^*} = \min_{D \in G} D(L_d), \quad (3.8)$$

где  $D$  – операция декомпозиции;  $G$  – множество всех допустимых для данной системы операций декомпозиции;  $L_{d^*}$  – минимальная сложность декомпозированной системы.

В общем случае процесс декомпозиции можно (а иногда и целесообразно) применять и к полученным подсистемами, декомпозируя их на более мелкие составляющие (на подсистемы более глубокого уровня). Однако здесь всегда важно во время остановиться, заканчивая процесс на определённой стадии, когда дальнейшее дробление лишь усложняет задачу. В самом деле, если размеры элементов выбрать большими, то задача установления связей между ними и их взаимодействия будет решать легче, но при этом будет затруднено изучение самих элементов и наоборот. С другой стороны, с увеличением уровня декомпозиции сложность каждого элемента уменьшается менее интенсивно по сравнению с возрастанием числа элементов  $k$ . По образному выражению американского учёного Р. Беллмана «...искусство исследователя как раз и состоит в том, чтобы при разработке модели добиться разумного компромисса между западной переупрощения и болотом переусложнения».

На рис. 3.6 показана типичная зависимость числа элементов модели и их сложности от уровня декомпозиции. Оптимальная декомпозиция  $L_d^*$  минимизирует сложность декомпозированной модели системы.

**Структура модели.** На этом этапе разработки модели системы определяется вид зависимости выхода  $Y$  от входных параметров  $X_{\text{вх}}$ ,  $U$ ,  $E$  для каждого элемента декомпозированной модели. Формально наиболее простой вид этой зависимости даёт выражение (3.1) типичное, как правило, для метода «чёрного ящика». Однако оно не отражает внутренних свойств элементов, поэтому такие модели называют моделями «вход–выход» или внешними моделями. Как уже

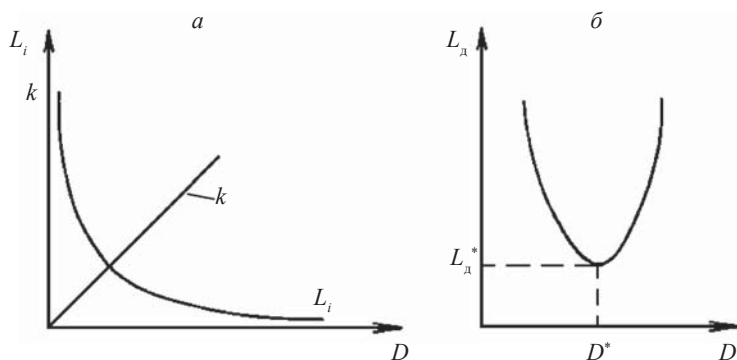


Рис. 3.6. Влияние уровня декомпозиции на сложность элементов  $L_i$  и их число  $k$  (а), а также на сложность декомпозированной модели  $L_d$  (б)

отмечалось выше, для таких моделей характерна неоднозначность зависимости между входами и выходами. Исключить эту неоднозначность можно путём учёта внутренних свойств элементов, поскольку их взаимодействие с внешней средой учтено введение векторов  $X(\tau) = \{X_{\text{вх}}(\tau), U(\tau), E(\tau)\}$  и  $Y(\tau)$ .

В общем случае будем считать, что внутреннее состояние какого-либо элемента системы (или системы в целом) описывается некоторым набором (вектором) характеристик  $P(\tau)$ . По своей физической сущности  $P(\tau)$  представляет собой совокупность внутренних свойств (характеристик) элемента (системы), оказывающих влияние на выходные параметры этого элемента. Множество этих внутренних характеристик в литературе называют пространством состояний, а  $P(\tau)$  – **состоянием системы**. Пространство состояний можно рассматривать как своего рода хранилище информации, необходимое для предсказания влияния настоящего на будущее, а процесс функционирования системы – это процесс перехода во времени системы из одного состояния в другое.

Обычно, рассматривают поведение системы в некоторый период времени  $(\tau_0 \leq \tau \leq \tau_k)$ , т.е. от начального  $\tau = \tau_0$  до конечного  $\tau = \tau_k$  моментов времени, который в дальнейшем будем обозначать  $[\tau_0; \tau_k]$ . Совокупность входных параметров за весь этот период функционирования системы называется **входным процессом**, который обозначим через  $X_{\text{ок}}$ . Отрезок входного процесса на интервале времени  $[\tau_0; \tau]$  при  $\tau < \tau_k$ , назовём **начальным фрагментом входного процесса** (для краткости изложения будем называть его далее просто **фрагментом**) и обозначим через  $X_{\text{от}}$ . Будем рассматривать так называемые **системы без последствий**, т.е. такие системы, состояние которых в момент времени  $\tau - P(\tau)$  полностью определяется состоянием системы в начальный момент времени при  $\tau = \tau_0 - P(\tau_0)$ , фрагментом входного процесса на интервале  $[\tau_0; \tau] - X_{\text{от}}$ , интервалом времени  $[\tau_0; \tau]$ , но не зависит от предыстории поведения системы, т.е. от того каким образом система пришла в начальное состояние  $P(\tau_0)$ :

$$P(\tau) = S\{X_{\text{от}}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau]\}, \quad (3.9)$$

где  $S$  – называется **оператором переходов** или **переходным отображением**.

Таким образом, оператор  $S$  устанавливает зависимость  $P(\tau)$ , т.е. состояние системы в данный момент времени  $\tau$ , от состояния этой же системы в начальный момент времени  $P(\tau_0)$ , от начального фрагмента входного процесса на интервале  $[\tau_0; \tau]$ ,  $X_{\text{от}}$ , и интервала времени  $[\tau_0; \tau]$ .

Явная зависимость  $S$  от  $[\tau_0; \tau]$  введена для учета возможности изменения зависимости состояния системы с течением времени. Оператор перехода определяет переход системы из начального состояния в текущее состояние, поэтому уравнение (3.9) называют иногда **уравнением состояния**.

Путём введения в рассмотрение состояния системы получили модель типа «вход–выход–состояние», которую можно представить следующим образом:

$$Y(\tau) = F\{X_{0\tau}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau]\}, \quad (3.10)$$

где  $F$  – носит названия **оператора выхода** или **отображения выхода**. Он устанавливает зависимость выходных параметров системы в данный момент времени  $Y(\tau)$  от начального состояния системы  $P(\tau_0)$ , фрагмента входного процесса на интервале времени  $[\tau_0; \tau] - X_{0\tau}$  и интервала времени  $[\tau_0; \tau]$ . Необходимость введения зависимости  $F$  от  $[\tau_0; \tau]$  обусловлена теми же соображениями, что и для оператора  $S$ .

Уравнение (3.10), учитывая соотношение (3.9), можно записать в виде:

$$Y(\tau) = F\{P(\tau), [\tau_0; \tau]\}. \quad (3.11)$$

Операторы  $S$  и  $F$  должны удовлетворять свойству **однозначности**. В соответствии с этим свойством определение выходных параметров  $Y(\tau_k)$  и параметров состояния  $P(\tau_k)$  в конечный момент времени  $\tau_k$  произвольного интервала функционирования системы  $[\tau_0; \tau_k]$  при известном входном процессе на этом интервале  $X_{0k}$  и начальном состоянии  $P(\tau_0)$ , можно производить в два этапа (см. рис. 3.7).

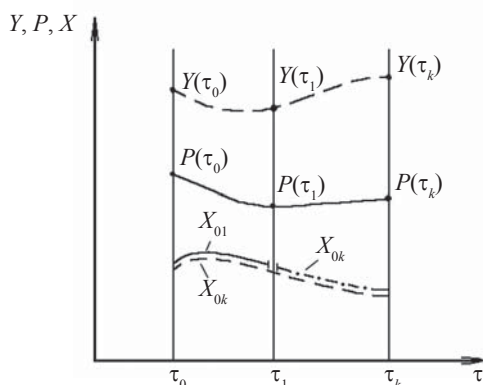


Рис. 3.7. К свойству однозначности операторов перехода  $S$  и выхода  $F$



Предварительно интервал  $[\tau_0; \tau_k]$  разбивается точкой  $\tau_1$  на два произвольных интервала  $[\tau_0; \tau_1]$  и  $[\tau_1; \tau_k]$ , а входной процесс  $X_{0k}$  на фрагменты  $X_{01}$  и  $X_{1k}$ , определённые на этих интервалах. Заметим, что объединение этих фрагментов входного процесса системы даёт входной процесс, а интервалов времени  $[\tau_0; \tau_1]$  и  $[\tau_1; \tau_k]$  – интервал функционирования системы, т.е.

$$X_{0k} = X_{01} \cup X_{1k}; [\tau_0; \tau_k] = [\tau_0; \tau_1] \cup [\tau_1; \tau_k].$$

На первом этапе для интервала  $[\tau_0; \tau_1]$  находится состояние  $P(\tau_1)$ , и выходные параметры в конце этого интервала  $Y(\tau_1)$ , по начальному состоянию  $P(\tau_0)$  и фрагменту входного процесса на этом интервале времени  $X_{01}$ . На втором этапе рассматривается интервал  $[\tau_1; \tau_k]$ , на котором определяются искомые значения  $P(\tau_k)$ , и  $Y(\tau_k)$  по состоянию  $P(\tau_1)$  и фрагменту входного процесса на этом интервале  $X_{1k}$ . Данное свойство можно записать в виде следующих соотношений

$$\begin{aligned} P(\tau_k) &= S\{X_{0k}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau_k]\} = S\{X_{1k}, P(\tau_1), [\tau_1; \tau_k]\} = \\ &= S\{X_{1k}, S\{X_{01}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau_1]\}, [\tau_1; \tau_k]\}; \end{aligned} \quad (3.11a)$$

$$\begin{aligned} Y(\tau_k) &= F\{X_{0k}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau_k]\} = F\{X_{1k}, P(\tau_1), [\tau_1; \tau_k]\} = \\ &= F\{X_{1k}, S\{X_{01}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau_1]\}, [\tau_1; \tau_k]\}. \end{aligned} \quad (3.11b)$$

Таким образом, условие однозначности позволяет разбивать входной процесс на произвольные сочлѐнные между собой участки и анализировать поведение системы на каждом участке отдельно. При этом информацию о входных воздействиях (входном процессе), поступающих в систему, можно использовать для прогнозирования как выходных параметров, так и вектора состояния системы, причѐм в любой момент можно переключаться с решения задачи определения выходных параметров на задачу определения параметров состояния. Следовательно, свойство однозначности упрощает процедуру исследования систем.

На основании введения указанных характеристик модель функционирования элементов системы (или системы в целом) может быть записана в самом общем виде как:

$$MF = \langle X, P, Y, S, F, [\tau_1; \tau_k] \rangle. \quad (3.12)$$

Такая запись модели носит название **общесистемной модели**.

Таким образом, сконструировать общесистемную модель, это значит установить интервал времени её функционирования  $[\tau_0; \tau_k]$ , установить множества входных воздействий из этих существенных воздействий сконструировать множества  $X$ . Следует выяснять, какие элементы необходимо включить во множество  $P, Y$ , т.е. что мы собираемся наблюдать и измерять, какие параметры предполагаем прогнозировать в системе. Затем определяются правила  $S$  (операторы, функции) описания параметров состояния  $P$ . В дальнейшем выводится правило (функция, оператор)  $F$  определения выходных параметров системы.

Используя модель типа «вход–выход–состояние», можно условно выделить следующие основные задачи, решаемые при её использовании:

- поведения (предсказания, прогнозирования) – определения на интервале времени  $[\tau_0; \tau_k]$  параметров состояний  $P$  и (или) выходных параметров  $Y$  при известном на этом интервале входном процессе  $X_{ok}$  и начальном состоянии системы  $P(\tau_0)$ ;
- диагностики – определение на интервале времени  $[\tau_0; \tau_k]$  состояния системы  $P$  по наблюдаемому на этом интервале времени входным  $X_{ok}$  и выходным  $Y_{ok}$  процессам;
- проектирования – определение структуры системы по заданным множествам входных  $X_{ok}$  и выходных процессов (параметров)  $Y_{ok}$ , в общем случае так же заданных на интервале времени  $[\tau_0; \tau_k]$ ;
- управления – определение управляющих входных воздействий (управлений)  $U^*(\tau)$ , позволяющих перевести систему из определённого начального состояния  $P(\tau_0)$ , в заданное (целевое) состояние  $P^*(\tau_k)$ .

Если все компоненты в (3.12) известны, то модель функционирования полностью определена и может быть использована для описания и изучения системы. Исследователю, задавшемуся целью построить модель функционирования конкретной системы, следует взять общесистемную модель за основу, а затем, последовательно определяя и конкретизируя свойства ее компонентов, получить уравнения, пригодные для инженерных расчётов.

Поясним содержание (3.12) на примере математической модели процесса конвективного нагрева термически тонкого тела, который описывается дифференциальным уравнением:

$$\frac{mc}{\alpha\Phi_M} \frac{dt_M}{d\tau} + t_M(\tau) = t_T(\tau), \quad (3.13)$$

где  $t_M, t_T$  – температуры тела и газа соответственно;  $m$  – масса;  $c$  – теплоёмкость;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи;  $\Phi_M$  – поверхность тела.

Начальные условия: при  $\tau = \tau_0$ ,  $t_M = t_M^0$ .

В этом случае имеем:

- вход: температура газа  $t_\Gamma(\tau)$ ;
- выход: температура материала  $t_M(\tau_k)$  в данный момент времени  $\tau_k$ ;
- время функционирования:  $[\tau_0; \tau_k]$ ;
- состояние системы: температура материала  $t_M(\tau)$  в любой момент времени  $\tau$  на интервале  $[\tau_0; \tau_k]$ ; параметры, входящие в комплекс  $(mc)/(\alpha\Phi_M)$ ;
- состояние системы в начальный момент времени характеризуется начальными условиями, т.е. температурой тела в начальный момент времени  $t_M(\tau_0) = t_M^0$ ;
- правило  $S$ : решение дифференциального уравнения (3.13)

$$t_M(\tau) = \left\{ t_M^0 + \frac{\alpha\Phi_M}{mc} \int_{t_\Gamma} \exp \left[ \frac{\alpha\Phi_M}{mc} (\theta - \tau_0) \right] d\theta \right\} \exp \left[ \frac{\alpha\Phi_M}{mc} (\tau - \tau_0) \right]; \quad (3.14)$$

- правило  $F$ : подстановка в решение дифференциального уравнения надлежащего момента времени  $\tau = \tau_k$ .

Если считать выходом не значение  $t_M(\tau_k)$ , а текущую температуру материала, то получим совпадение операторов  $F$  и  $S$ . Такая ситуация, когда выходом в системе служит параметр состояния, довольно типична при моделировании систем.

Поясним определение модели (3.12) ещё на одном примере. Пусть разрабатывается математическая модель нагрева металла в нагревательной печи. В этом случае в модели можно выделить:

- входы (внешние воздействия): подача топлива, воздуха, скорость движения металла, его начальная температура, температуры подогрева топлива и воздуха, их составы и т.п.;
- выходы: конечные значения температуры нагрева металла и перепады температур по его толщине, производительность печи, удельный расход топлива, угар металла и т.д.;
- состояния системы: поля температур металла; поля температур, скоростей, давлений и состава газа в рабочем пространстве печи; геометрия самого рабочего пространства и т.д.;
- правило  $S$ : уравнения (операторы), описывающие процессы горения топлива, теплообмена, движения газа, нагрева металла и т.п.;
- правило  $F$ : запись конечной температуры нагрева металла, перепада температур, удельного расхода топлива, производительности и т.д.

Очевидно, что число составляющих общесистемной модели не является универсальным, неизменным. Операторы и множества, составляющие общесистемную модель (3.12), могут обладать различными свойствами, совокупность которых позволяет конкретизировать характер функционирования систем. Наделяя модель системы теми или иными свойствами, получим набор так называемых **системных моделей**, которые описывают отдельные, причём достаточно широкие, классы моделей систем. Вид системных моделей определяется характеристикой интервала времени  $[\tau_0; \tau_k]$ , свойствами операторов  $S, F$  входами  $X$ , выходами  $Y$  и состоянием системы  $P$ . Область выбора таких моделей ограничена и содержит всего 16 вариантов. Основные типы системных моделей представлены на рис. 3.8.

Общее обозначение системной модели имеет вид

$$MF\{C, L, K, N\}, \quad (3.15)$$

причём смысл идентификаторов  $C, L, K, N$  и их численные значения также указаны на рис. 3.8. Свойства кодируются или единицей, или нулём. Возможна любая комбинация указанных характеристик моделей.

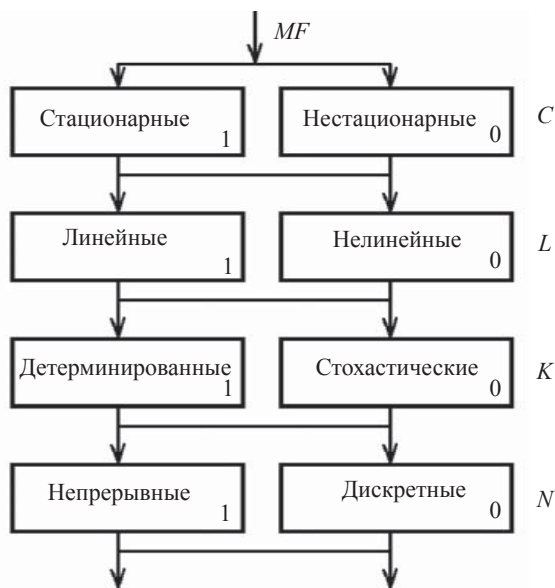


Рис. 3.8. Виды системных моделей

Например, модель MF1111 – стационарная, линейная, детерминированная, непрерывная. Этот класс моделей, как правило, наиболее изучен; для него имеется достаточное информационное, математическое и программное обеспечение. Наоборот, модель MF0000 – нестационарная, нелинейная, стохастическая, дискретная является наименее изученной, наиболее громоздкой и сложной. Интерпретация результатов здесь затруднена.

Хотя смысл признаков классификации системных моделей ясен на интуитивном уровне, уточним эти свойства.

**Стационарные и нестационарные модели.** Разделение процессов на стационарные и нестационарные характерно практически для любой предметной области. Мы говорим о стационарной теплопроводности, нестационарном массопереносе и т.д. Однако традиционная трактовка этих понятий отличается (иногда весьма существенно) от принятой в теории систем.

В общесистемной модели функционирования операторы выхода и перехода имеют вид

$$Y(\tau) = F\{X_{0\tau}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau]\}, \quad (3.16)$$

$$P(\tau) = S\{X_{0\tau}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau]\}. \quad (3.17)$$

Такая запись означает, что  $Y(\tau)$  и  $P(\tau)$  являются функциями не только  $X_{0\tau}$ , и  $P(\tau_0)$ , но и самого интервала времени  $[\tau_0; \tau]$ . В связи с этим при одних и тех же значениях  $X_{0\tau}$ , и  $P(\tau_0)$ , перемещая по оси времени интервал  $[\tau_0; \tau]$ , можно получить различные значения  $Y(\tau)$  и  $P(\tau)$ .

Рассмотрим функционирование одной и той же системы при некоторых сдвигах времени на величину  $\nabla\tau$ . Введём новые обозначения  $\tau_0^* = \tau_0 + \nabla\tau$ ;  $\tau^* = \tau + \nabla\tau$ . Дополнительно примем одинаковыми внешние условия функционирования системы, т.е. одинаковыми начальные состояния в моменты времени  $\tau_0$  и  $\tau_0^*$ ,  $P(\tau_0) = P(\tau_0^*)$ , а также фрагменты входных параметров  $X_{0\tau} = X_{0^*\tau^*}$  соответственно на интервалах  $[\tau_0; \tau]$  и  $[\tau_0^*; \tau^*]$ .

Модель системы называется стационарной, если для операторов выхода (3.16) и перехода (3.17) выполняются условия

$$F\{X_{0\tau}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau]\} = F\{X_{0^*\tau^*}, P(\tau_0^*), [\tau_0^*; \tau^*]\}; \quad (3.18a)$$

$$S\{X_{0\tau}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau]\} = S\{X_{0^*\tau^*}, P(\tau_0^*), [\tau_0^*; \tau^*]\}. \quad (3.18б)$$

На рис. 3.9 графически представлены условия (3.18a), (3.18б), согласно которым должны выполняться равенства  $Y(\tau) = Y(\tau^*)$ ,  $P(\tau) = P(\tau^*)$ .

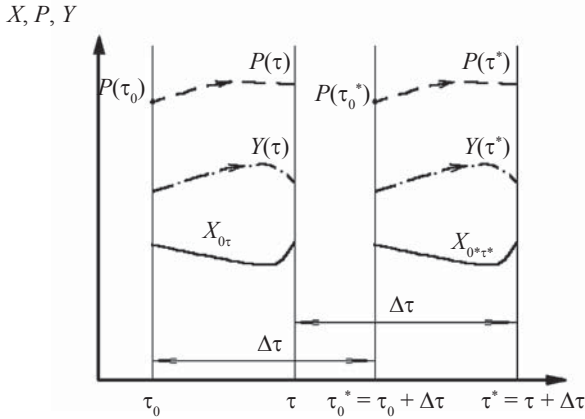


Рис. 3.9. К понятию стационарности модели

Поскольку стационарная система при фиксированном начальном состоянии одинаково реагирует на эквивалентные (отличающиеся только сдвигом во времени) входные воздействия, расположение интервала  $[\tau_0; \tau]$  на оси времени не влияет на процесс функционирования. Следовательно, для стационарной модели системы вместо (3.16), (3.17) можно записать более простые уравнения:

$$Y(\tau) = F\{X_{0\tau}, P(\tau_0)\}, \quad (3.19a)$$

$$P(\tau) = S\{X_{0\tau}, P(\tau_0)\} \quad (3.19б)$$

и представить модель функционирования в виде

$$MF = \langle X, P, Y, S, F \rangle, \quad (3.20)$$

т.е. в ней не содержится в явном виде интервал функционирования  $[\tau_0; \tau]$ .

Таким образом, нестационарность модели системы связана с изменением во времени операторов  $S$  и  $F$  модели системы. Если свойства преобразования входных параметров, т.е. структура и свойства операторов  $S$  и  $F$  не изменяются во времени, то систему и её модель называют стационарной; в противоположном случае – нестационарной.

При этом и в стационарной модели как входные, так и выходные параметры, а также состояния системы могут изменяться во времени, но функциональная связь между ними всегда остаётся неизменной.

Реакция же нестационарной системы зависит как от текущего момента времени, так и от момента приложения входного воздействия, т.е. от  $[\tau_0; \tau]$ . При этом в случае сдвига входного сигнала (без изменения его формы) выходные параметры не только сдвигаются во времени, но и изменяют свою форму. Примерами нестационарных моделей являются, например, математические модели нагревательных и плавильных печей, учитывающие изменение конфигурации рабочего пространства вследствие износа футеровки, нарастания или оплавления гарнисажа и т.п.

Частным случаем стационарных моделей являются **статические** модели. Отличительной особенностью последних является то обстоятельство, что они включают описание связей входных параметров с состояниями системы и выходными параметрами в установившихся (равновесных) режимах и не включают вообще в качестве параметра время, т.е. и  $X, Y, P$  не зависят от времени.

**Динамические модели** позволяют рассчитать стационарные или нестационарные режимы технологических процессов и других объектов. Они описывают развитие (динамику) процесса во времени или вдоль некоторого направления, которое в физическом плане в чем-то эквивалентно времени (так называемая **маршевая координата**). Примером процесса, в котором маршевая координата играет роль времени, является развития динамического и теплового пограничных слоёв при обтекании поверхности установившимся потоком газа (жидкости).

Основное отличие динамических моделей от статических заключается в том, что они обладают «памятью», т.е. значение выходных параметров и состояния системы в данный момент времени для динамической модели определяется не только значениями входов в тот же момент времени, но и «предысторией» процесса, состоянием системы в предыдущие моменты времени. Например, при нагреве термически массивных тел любой формы при граничных условиях третьего рода температура в произвольной точке тела в данный момент времени в стадии неупорядоченного (иррегулярного) режима зависит не только от температуры газа в этот момент времени, но и от начального распределения температур. Отметим, что моделирование металлургических процессов и агрегатов требует в подавляющем большинстве случаев использования именно динамических моделей.

#### **Линейные и нелинейные модели**

Линейность и нелинейность анализируемого процесса оказываются зачастую решающим фактором, определяющим её сложность. С целью упрощения изложения существа этих признаков моделей будем считать, что все параметры являются скалярными величинами.

Для определения линейности рассмотрим на одном интервале  $[\tau_0; \tau]$  два фрагмента входного параметра  $X_{10\tau}$  и  $X_{20\tau}$ , а в один и тот же начальный момент времени  $\tau_0$  два различные начальные состояния  $P_1(\tau_0)$  и  $P_2(\tau_0)$ .

Определим состояние и выходной параметр в момент времени  $\tau$  для каждой из этих ситуаций:

$$P_1(\tau) = S\{X_{10\tau}, P_1(\tau_0), [\tau_0; \tau]\}; Y_1(\tau) = F\{X_{10\tau}, P_1(\tau_0), [\tau_0; \tau]\}; \quad (3.21a)$$

$$P_2(\tau) = S\{X_{20\tau}, P_2(\tau_0), [\tau_0; \tau]\}; Y_2(\tau) = F\{X_{20\tau}, P_2(\tau_0), [\tau_0; \tau]\}. \quad (3.21б)$$

Если для фрагментов входного процесса и состояний системы определены операции сложения и умножения на постоянное число  $k$ , то следует ввести в рассмотрение:

- фрагменты входного процесса

$$X_{0\tau} = X_{10\tau} + X_{20\tau} \text{ и } kX_{0\tau};$$

- начальные состояния системы

$$P(\tau_0) = P_1(\tau_0) + P_2(\tau_0) \text{ и } kP(\tau_0);$$

- выходной параметр

$$Y(\tau) = F\{X_{0\tau}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau]\}.$$

- состояние системы

$$P(\tau) = S\{X_{0\tau}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau]\}.$$

По отношению к операциям сложения и умножения на константу операторы  $S$  и  $F$  могут обладать свойствами:

Однородности

$$F\{kX_{0\tau}, kP(\tau_0), [\tau_0; \tau]\} = kF\{X_{0\tau}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau]\};$$

$$S\{kX_{0\tau}, kP(\tau_0), [\tau_0; \tau]\} = kS\{X_{0\tau}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau]\}$$

и аддитивности

$$F\{X_{0\tau}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau]\} = F\{X_{10\tau}, P_1(\tau_0), [\tau_0; \tau]\} + F\{X_{20\tau}, P_2(\tau_0), [\tau_0; \tau]\}$$

или  $Y(\tau) = Y_1(\tau) + Y_2(\tau)$ ;

$$S\{X_{0\tau}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau]\} = S\{X_{10\tau}, P_1(\tau_0), [\tau_0; \tau]\} + S\{X_{20\tau}, P_2(\tau_0), [\tau_0; \tau]\}$$

или  $P(\tau) = P_1(\tau) + P_2(\tau)$ .

Операторы  $S$  и  $F$  называются линейными, если они одновременно однородны и аддитивны. Система, описываемая линейными операторами  $S$  и  $F$ , называется линейной.



Таким образом, основное свойство линейности определяется возможностью использования принципа суперпозиции, т.е. на интервале  $[\tau_0; \tau]$  реакция системы на сумму входных процессов и начальных состояний системы равна сумме реакций от этих входных процессов и начальных состояний в отдельности

$$\text{Если} \quad X_{0\tau} = \sum_i X_{i0\tau} \text{ и } P(\tau_0) = \sum_i P_i(\tau_0),$$

$$\text{то} \quad Y(\tau) = \sum_i Y_i(\tau) \text{ и } P(\tau) = \sum_i P_i(\tau). \quad (3.22)$$

Линейность системы означает, что среди коэффициентов, входящих в уравнения модели, отсутствуют величины, зависящие от переменных, их производных и интегралов. Учитывая основное свойство линейных моделей, оказывается, достаточно определить, например, реакцию линейной динамической модели системы только на стандартные входные воздействия, например, единичные импульсные и ступенчатые. Произвольное же изменение входных параметров обычно можно аппроксимировать суммой этих типовых воздействий.

В заключение рассмотрения этого признака систем заметим, что результаты, полученные для скалярных величин, допускают обобщение и на многомерный случай, при этом сама линейность модели может являться как естественным отражением свойств системы, так и искусственным введением для целей упрощения моделей. Операция замены нелинейной модели приближенными линейными называется линеаризацией и она широко используется, в частности, при моделировании систем управления.

### **Детерминированность и стохастичность**

При использовании аналитического подхода для разработки математической модели металлургических процессов эта модель в конечном счете сводится к системе дифференциальных, интегро-дифференциальных и интегральных уравнений различных типов, которая (система) при последующем решении тем или иным способом **однозначно** определяет состояние системы и его выходные параметры в данный момент времени через фрагменты входного процесса и параметры состояния в начальный момент времени. Эта однозначность решения и характеризует детерминированность модели. В то же время любому реальному процессу присущи случайные флуктуации состояния, входов и выходов. Однако до тех пор, пока эти флуктуации не существенны, то их можно не учитывать или компенсировать изменением коэффициентов настройки модели, при этом саму модель можно полагать детерминированной.

Стохастический характер модели системы связан с наличием неконтролируемых и одновременно существенных факторов как на входе системы, так и внутри самой системы, которые вносят неопределённость в систему. Например, один и тот же технологический процесс в металлургии может протекать по различным схемам. Так чугун в сталеплавильный агрегат могут подавать либо из миксера, либо непосредственно из доменного цеха; разливка стали может осуществляться то на одной площадке, то на другой. Химические составы сырья, топлива подвержены случайным колебаниям. Изменение продолжительности различных периодов плавки представляет собой типичный пример случайных воздействий. Таким образом, неопределённость может быть связана как с изменением состояний системы, так и с помехами, накладываемыми на входы и выходы систем.

Для описания стохастических систем вводится понятие случайного оператора, т.к. функционирование подобных систем происходит при наличии случайных факторов. Операторы переходов и выходов задаются в виде случайных операторов  $S$  и  $F$ :

$$P(\tau) = S \{X_{0\tau}, E_x(\tau), P(\tau_0, E_0), [\tau_0; \tau]\}; \quad (3.23)$$

$$Y(\tau) = F \{P(\tau), E_y(\tau), [\tau_0; \tau]\}, \quad (3.24)$$

где  $E_x(\tau)$ ,  $E_0(\tau)$ ,  $E_y(\tau)$  – случайные события, как правило, с заданным, известным законом распределения.

Отметим, что как следует из анализа выражений (3.23) и (3.24),  $E_0(\tau)$  – характеризует неоднозначность задания начальных состояний системы,  $E_x(\tau)$  – неоднозначность входного процесса, а  $E_y(\tau)$  – неоднозначность определения выходных параметров. При этом, если  $E_x$  и  $E_y$  фиксированы, то стохастическая модель системы называется моделью со случайным начальным состоянием; если  $E_0(\tau)$ ,  $E_y(\tau)$  фиксированы, то стохастическая система называется системой со случайными переходами; если фиксированы  $E_0$  и  $E_x$ , то стохастическая модель называется моделью со случайными выходами.

Распространённый метод анализа стохастических систем заключается в замене случайных величин  $P(\tau)$  и  $Y(\tau)$  их математическими ожиданиями:

$$M\{P(\tau)\} = S\{X_{0\tau}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau]\}; \quad (3.25a)$$

$$M\{Y(\tau)\} = F\{X_{0\tau}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau]\}, \quad (3.25б)$$

где  $M\{P(\tau)\}$ ,  $M\{Y(\tau)\}$  – математические ожидания соответственно состояний системы и выходных параметров;  $S$  и  $F$  – неслучайные, детерминированные операторы.

В простейшем случае имеем:

$$P(\tau) = S\{X_{0\tau}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau]\} + E_p(\tau); \quad (3.26a)$$

$$Y(\tau) = F\{P(\tau), [\tau_0; \tau]\} + E_y(\tau). \quad (3.26б)$$

В этих выражениях  $S$  и  $F$  описывают детерминированные составляющие, а все отклонения от этого регулярного поведения образуют «случайные помехи»  $E_p(\tau)$  и  $E_y(\tau)$ .

### Непрерывность и дискретность

Непрерывными считают модели, состояние  $P(\tau)$  и выходные параметры  $Y(\tau)$  которых являются непрерывными как во времени, так и пространстве. Следовательно, если интервал функционирования системы  $[\tau_0; \tau_k]$  представляет собой отрезок, заданный началом  $\tau_0$  и концом  $\tau_k$ , то модель является непрерывной во времени. Если, кроме того, непрерывны и операторы  $F$  и  $S$ , то модель относится к классу непрерывных моделей. Физически непрерывность операторов  $F$  и  $S$  означает, что малые изменения входных воздействий приводят к такого же порядка малым изменениям выходных параметров и параметров состояния системы. Подавляющее большинство реальных металлургических процессов, состояние которых характеризуется макроскопическими физическими величинами (температура, давление, скорость, состав сред и т.д.), описываются непрерывными моделями.

Важнейшей особенностью этих непрерывных моделей, является возможность их описания дифференциальными и алгебраическими уравнениями.

Покажем это, воспользовавшись рис. 3.10 и устремив длительность интервала  $[\tau_1; \tau_k]$  к нулю.

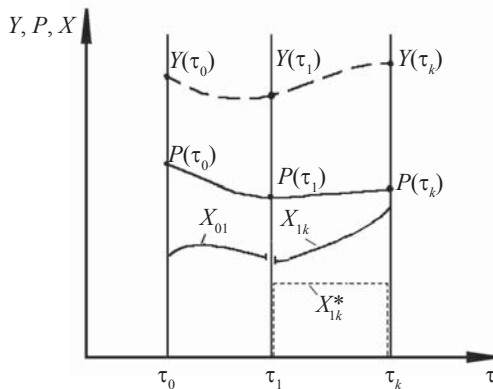


Рис. 3.10. К понятию непрерывности

По определению производной для точки  $\tau_1$  имеем

$$\frac{dP}{d\tau} = \lim_{\tau_k \rightarrow \tau_1} \frac{S\{X_{0k}, P(\tau_0), [\tau_1; \tau_k]\} - S\{X_{01}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau_1]\}}{\tau_k - \tau_1}$$

или

$$\frac{dP}{d\tau} = \lim_{\tau_k \rightarrow \tau_1} \frac{S\{X_{1k}, S\{X_{01}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau_1]\}, [\tau_1; \tau_k]\} - S\{X_{01}, P(\tau_0), [\tau_0; \tau_1]\}}{\tau_k - \tau_1} = \lim_{\tau_k \rightarrow \tau_1} \frac{S\{X_{1k}, P(\tau_1), [\tau_1; \tau_k]\} - P(\tau_1)}{\tau_k - \tau_1} \quad (3.26\text{в})$$

Если бы в последнем пределе вместо фрагмента  $X_{1k}$  стоял фрагмент  $X_{1k}^*$ , в котором все входные воздействия имеют значение  $X(\tau_1)$ , то этот предел был бы функцией только величины  $P(\tau_1)$  и  $X(\tau_1)$ .

Следовательно, можно записать

$$\lim_{\tau_k \rightarrow \tau_1} \frac{S\{X_{1k}^*, P(\tau_1), [\tau_1; \tau_k]\} - P(\tau_1)}{\tau_k - \tau_1} = s\{P(\tau_1), X(\tau_1), \tau_1\} \quad (3.26\text{г})$$

Рассмотрим теперь разность пределов (3.26в) и (3.26г)

$$\begin{aligned} & \frac{dP}{d\tau} - s\{P(\tau_1), X(\tau_1), \tau_1\} = \\ & = \lim_{\tau_k \rightarrow \tau_1} \frac{S\{X_{1k}^*, P(\tau_1), [\tau_1; \tau_k]\} - S\{X_{1k}, P(\tau_1), [\tau_1; \tau_k]\}}{\tau_k - \tau_1}. \end{aligned} \quad (3.26\text{д})$$

Поскольку малые изменения входных воздействий приводят к такого же порядка изменения состояния системы, последнее выражение будет равно нулю. Из (3.26д) получим дифференциальное уравнение

$$dP(\tau)/d\tau = s[X(\tau), P(\tau), \tau], \quad (3.26\text{е})$$

решая которое при определённых начальных условиях, можно определить изменение состояния системы на интервале  $[\tau_0; \tau_k]$ . Последнее означает, что (3.26е) является по существу уравнением состояния. Однако, оно записано в более простом, чем (3.17) виде,

поскольку содержит функцию  $s$  действительных переменных  $X(\tau)$ ,  $P(\tau)$  и  $\tau$ , а не оператор  $S$ , определяемый на множестве функций вида  $X_{0\tau}$ , функция  $s(\tau)$  называется функцией перехода, в отличие от оператора перехода  $S(\tau)$ .

Рассмотрим уравнение выхода. В силу условия непрерывности имеем

$$Y(\tau) = \lim_{\tau_k \rightarrow \tau_1} F\{X_{1k}, P(\tau_1), [\tau_1; \tau_k]\} = \lim_{\tau_k \rightarrow \tau_1} F\{X_{1k}^*, P(\tau_1), [\tau_1; \tau_k]\}$$

или

$$\begin{aligned} Y(\tau) &= \lim_{\tau_k \rightarrow \tau_1} [F\{X_{1k}, P(\tau_1), [\tau_1; \tau_k]\} - F\{X_{1k}^*, P(\tau_1), [\tau_1; \tau_k]\}] = \\ &= \lim_{\tau_k \rightarrow \tau_1} F\{X_{1k}^*, P(\tau_1), [\tau_1; \tau_k]\}. \end{aligned} \quad (3.26ж)$$

Предел выражения, стоящего в квадратных скобках, равен нулю, так как должен выполняться принцип непрерывности, т.е. малые изменения входных воздействий приводят к такого же порядка малым изменениям выходных воздействий. Учитывая, что  $X_{1k}^* = X(\tau_1)$ , а момент времени  $\tau_1$  выбран произвольно, выражение (3.26ж) можно записать в виде

$$Y(\tau) = f[X(\tau), P(\tau), \tau], \quad (3.26з)$$

где  $f$  — называется функцией выходов.

Уравнения, аналогичные (3.26е) и (3.26ж), можно получить и когда состояние системы, входные и выходные воздействия описываются векторными величинами  $P(\tau)$ ,  $X(\tau)$ ,  $Y(\tau)$ .

В этом случае уравнения состояния и выхода будут иметь векторный вид

$$dP(\tau)/d\tau = s[X(\tau), P(\tau), \tau] \quad (3.27а)$$

$$Y(\tau) = f[X(\tau), P(\tau), \tau]. \quad (3.27б)$$

В итоге модель функционирования непрерывной системы примет вид:

$$MF = \langle X, P, Y, s, f, [\tau_0; \tau_k] \rangle. \quad (3.27в)$$

Дискретными считают модели, в которых хотя бы одно из множества состояний системы  $P$ , выходных параметров  $Y$  дискретны во времени или в пространстве. Заметим, однако, что дискретность

входного процесса  $X_{0k}$  (импульсы внешних сил, ступенчатые воздействия и т.п.) в общем случае не ведут к дискретности модели в целом. Иными словами, если предположить дискретность интервала функционирования системы  $[\tau_0; \tau_k]$  и (или) дискретность операторов  $S, F$ , то модель относится к классу дискретной.

В частном случае, если состояния системы  $P$  и выходные параметры  $Y$  определены только в определённые моменты времени  $\tau_1, \tau_j, \tau_k$ , то модель системы является дискретной во времени, и при моделировании систем их значения описываются в виде последовательности

$$P(\tau_1), \dots, P(\tau_j), \dots, P(\tau_k); Y(\tau_1), \dots, Y(\tau_j), \dots, Y(\tau_k).$$

Аналогичным образом можно рассматривать дискретность этих же параметров по пространственным координатам.

Отметим, что дискретная модель системы может быть естественным отображением свойств самой системы (реле, переключатели, агрегаты дискретного действия и т.п.), а также искусственно внесённой исследователем особенностью при разработке систем. Так, при решении задач теплопереноса, гидро- и газодинамики, широко используются разностные виды дискретизации непрерывных задач, определённых дифференциальными уравнениями, описывающих непрерывные процессы. Поэтому модели непрерывных систем, полученных с помощью дискретных методов, называют иногда **дискретизированными** в отличие от дискретных моделей дискретных систем.

### **Распределённость и сосредоточенность моделей**

Класс моделей с распределёнными и сосредоточенными параметрами, хотя и не относится к системным моделям, однако он занимает особое место при моделировании процессов в металлургии, а термин «модели с распределёнными и сосредоточенными параметрами» широко используется в литературе. Действительно, все технологические процессы, протекающие в металлургических агрегатах, можно разделить на две группы. В одной из них, как, например, в нагревательных печах камерного типа, температура газа одинакова в любой точке объёма рабочего пространства (по крайней мере, в первом приближении), хотя и изменяется во времени. Это так называемые объекты с сосредоточенными параметрами. Функционирование таких объектов описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями (как правило, первого порядка) и алгебраическими соотношениями и может быть представлено как изменение во времени состояния характерной точки. В связи с этим модели с сосредоточенными параметрами означают дискретность в пространстве и они являются частным случаем дискретных моделей.

Этим, по-видимому, и объясняется отсутствие рассматриваемого класса моделей в классификации системных моделей.

Вторая группа процессов (объектов) характеризуется **полями** параметров в объёме рабочего пространства агрегата, т.е. их распределением. Математические модели объектов с распределёнными параметрами представляют собой системы дифференциальных уравнений в частных производных (обычно второго порядка). Общий вид дифференциального уравнения в частных производных (ДУЧП) с двумя независимыми переменными  $x$  и  $y$  следующий:

$$A \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + B \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + D \frac{\partial \Phi}{\partial x} + E \frac{\partial \Phi}{\partial y} + F \Phi + G = 0, \quad (3.28)$$

где коэффициенты от  $A$  до  $G$  – постоянные, а под  $y$  понимается либо пространственная координата, либо время;  $x$  – координата.

В зависимости от соотношения между коэффициентами при старших производных ДУЧП делятся на три типа:

Эллиптическое	$B^2 - 4AC < 0;$
Параболическое	$B^2 - 4AC = 0;$
Гиперболическое	$B^2 - 4AC > 0.$

Каждый тип ДУЧП обладает своими собственными математическими свойствами, значение которых позволяет качественно оценить закономерности функционирования системы, не решая уравнений математической модели; это значение также даёт возможность выбрать наиболее подходящий метод численного решения уравнений модели. Не останавливаясь на доказательствах, перечислим лишь основные выводы, вытекающие из вышеприведённой классификации ДУЧП.

Прежде всего, отметим, что различные типы ДУЧП могут ассоциироваться с различными категориями задач тепломассопереноса, гидроаэродинамических задач. Параболические ДУЧП определяют собой процессы, обладающие тем или иным механизмом диссипации (рассеивания) амплитуды возмущений, например такие, где существенны вязкие напряжения или теплопроводность. В этом случае решения будут гладкими, а градиенты с течением времени будут уменьшаться, если только граничные условия не зависят от времени. Если же диссипативные механизмы отсутствуют, то решение будет сохранять постоянную амплитуду в случае линейности ДУЧП и будет даже возрастать в случае его нелинейности. Такое решение характерно для процессов, определяемых гиперболическими ДУЧП.

Эллиптические ДУЧП обычно определяют собой задачи, относящиеся к установившимся или равновесным состояниям.

В математическом плане тип ДУЧП определяет количество характеристических направлений и сами направления, только вдоль которых ДУЧП позволяют находить полные дифференциалы переменных. Эти направления называют **характеристиками** и именно они определяют свойства решения в пространстве и во времени. В общем случае уравнение характеристик имеет вид:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}. \quad (3.29)$$

Таким образом, гиперболические ДУЧП имеют две вещественные характеристики, параболические – одну, а характеристики эллиптических ДУЧП комплексны.

Простейшим примером гиперболического ДУЧП является волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 0. \quad (3.30)$$

При начальных условиях:  $\Phi(x, 0) = \sin(\pi x)$ ,  $\partial \Phi(x, 0) / \partial \tau = 0$  и граничных условиях:  $\Phi(0, \tau) = \Phi(1, \tau) = 0$ .

Уравнение (3.30) имеет точное решение

$$\Phi(x, \tau) = \sin(\pi x) \cos(\pi \tau). \quad (3.31)$$

Можно видеть, что затухание (диссипация)  $\Phi$  отсутствует.

Уравнение (3.30) имеет две характеристики:

$$\partial x / \partial \tau = \pm 1,$$

т.к. для него  $B = 0$ ,  $A = -1$  и  $C = 1$  (здесь «у» играет роль времени) (рис. 3.11).

Это означает, что возмущение решения  $\Phi$  в точке  $P$  может повлиять на поведение решения только в области  $CPD$ . И наоборот, решение в точке  $P$  подвержено только влиянию возмущений, идущих из области  $APB$ . Кроме того, если начальные условия заданы при  $\tau = 0$ , т.е. на линии  $AB$ , то их достаточно, чтобы единственным образом определить решение в точке  $P$ . И, наконец, ещё раз подчеркнём, что для гиперболических уравнений не существует диссипативного (или сглаживающего) механизма. Отсюда следует, что если



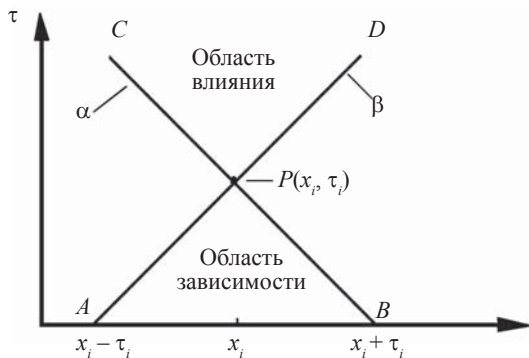


Рис. 3.11. Характеристика волнового уравнения:  
 $CB$  –  $\alpha$ -характеристика;  $AD$  –  $\beta$ -характеристика

начальные (или граничные) данные содержат разрывы (скачки), то эти разрывы вдоль характеристик будут передаваться во внутреннюю область без размывания.

Классическим примером параболического ДУЧП является уравнение диффузии или теплопроводности

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}. \quad (3.32)$$

При начальном условии:  $\Phi(x, 0) = \sin(\pi x)$  и граничных условиях  $\Phi(0, \tau) = \Phi(1, \tau) = 0$  уравнение (3.32) допускает точное решение

$$\Phi(x, \tau) = \sin(\pi x) \exp(-\pi^2 \tau). \quad (3.33)$$

Экспоненциальное затухание, демонстрируемое формулой (3.33), представляет собой разительный контраст в сравнении с осциллирующим решением (3.31) волнового уравнения (3.30).

Уравнение (3.32) имеет единственную характеристику, определяемую соотношением  $d\tau/dx = 0$ , поскольку для него  $A = 1$ ,  $B = C = 0$  (или  $dx/d\tau = \infty$ ), которая представляет собой линию  $\tau = \tau_0$ , параллельную оси  $x$  (здесь «у» играет роль времени). Характерная вычислительная область для этого уравнения представлена на рис. 3.12, из которого видно, что для параболических задач типичны решения, реализующие маршевое продвижение во времени, но создающие рассеяние в пространстве. Так, например, возмущение

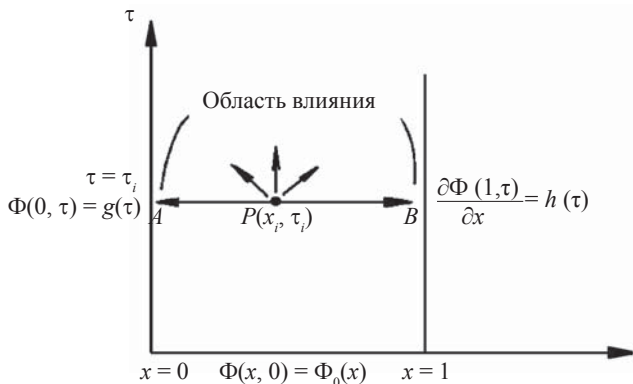


Рис. 3.12. Вычислительная область для параболического ДУЧП: функции на координатных линиях – краевые условия задачи

решения, введённое в точке  $P$ , может оказать влияние на любую часть вычислительной области, соответствующую условию  $\tau \geq \tau_i$ . Однако при этом величина возмущения быстро уменьшается по мере удаления от точки  $P$ . Проявление диссипативного механизма косвенно указывает также на тот факт, что даже если начальные условия содержат разрыв, то решение во внутренней области всегда будет оставаться непрерывным.

Параболические ДУЧП описывают широкий спектр процессов и явлений переноса, а также металлургических технологий. Обобщённое уравнение переноса, которое мы будем рассматривать ниже, представляет собой линейное параболическое ДУЧП, а уравнение Навье–Стокса для неустановившегося течения является нелинейным параболическим ДУЧП. Если иметь в виду строго установившееся течение, то пограничные слои и сдвиговые слои, как правило, определяются посредством параболических ДУЧП, причём координата вдоль направления потока играет роль времени. Многие из упрощённых вариантов уравнений Навье–Стокса представляют собой параболические ДУЧП. Заметим однако, что ДУЧП, определяющие решение более чем в одном пространственном направлении и являющиеся параболическими по времени (например, нестационарные двумерные уравнения Навье–Стокса), становятся эллиптическими в стационарном состоянии.

Простейший пример эллиптического ДУЧП даёт уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0, \quad (3.34)$$

которое определяет закономерности стационарной теплопроводности в двумерной области или потенциальное течение несжимаемой жидкости. При граничных условиях  $\Phi(x, 0) = \sin(\pi x)$ ,  $\Phi(x, 1) = \sin(\pi x)\exp(-\pi)$ ;

$$\Phi(0, y) = \Phi(1, y) = 0,$$

уравнение (3.34) имеет решение

$$\Phi(x, y) = \sin(\pi x)\exp(-\pi y) \quad (3.35)$$

в области  $0 \leq x, y \leq 1$ . В данном случае вещественных характеристик не имеется (здесь  $B = 0$ ,  $A = C = 1$ ); поэтому отсутствует и какое-то преимущественное направление. Это означает, что возмущение, внесённое в любую точку  $P$  вычислительной области, оказывает влияние на решение во всех других точках этой области, хотя вдалеке от точки  $P$  это влияние будет малым. Тем самым косвенно утверждается, что при отыскании численных решений эллиптических задач необходимо рассматривать глобальную область. В противоположность этому параболические и гиперболические ДУЧП можно решать прогрессивно-маршевым путем, отталкиваясь от начальных условий. Разрывы в граничных условиях для эллиптических ДУЧП сглаживаются внутри области.

Для эллиптических ДУЧП второго порядка, представленных в форме (3.28) существует важный принцип максимума, согласно которому как максимальные, так и минимальные значения  $\Phi$  должны достигаться на границах системы. Принцип максимума весьма полезен при моделировании систем для проверки соответствия разработанной модели закономерностям функционирования реальной системы.

### 3.4. Верификация и идентификация математических моделей

Задачей этого исключительно важного этапа является проверка модели на соответствие, подобие объекту исследования. В этом случае говорят *об адекватности* математической модели. Каким бы методом не строилась математическая модель объекта, она, в конечном счёте, является его идеализацией.

*Математическая модель адекватна (идентична) объекту исследования, если полученные с её помощью характеристики*

объекта совпадают с наперёд заданной степенью точности с реальными. Реальные данные получаются на самом объекте исследования, или на его физической модели, либо на объекте-аналоге, близком по своим технологическим характеристикам к исследуемому. На каждом этапе моделирования систем приходится применять те или иные допущения, упрощения, значимость которых можно оценить лишь по конечному результату. Поэтому возникает задача «настройки» математической модели на реальный объект, что и составляет содержание этапа *верификации и идентификации модели*. Процедура проверки адекватности математической модели объекту исследования называется *верификацией* математической модели.

Таким образом, для установления соответствия математической модели объекту исследования необходимо кроме компьютерной реализации самой модели:

- выбрать заранее меру соответствия расчётных характеристик, полученных на компьютере с помощью математической модели объекта и реальных данных, используемых для верификации. Такая мера носит названия *критерия адекватности* математической модели, который представляет собой, как правило, функционал рассогласования модельных и реальных характеристик объекта исследования;
- выбрать величину допустимого уровня рассогласования модельных и реальных данных характеристик объекта, при котором математическая модель может считаться адекватной объекту.

Процедура верификации математической модели обычно приводит к серьёзным трудностям, связанным с тем, что не все параметры и коэффициенты математической модели известны по завершению её построения.

Проведём условно следующую операцию: «расщепим» модель элемента на структуру  $St$ , т.е. вид операторов  $F$ ,  $S$  и вектор параметров модели  $C = (C_1, \dots, C_p, \dots, C_k)$  и представим модель в виде диады:

$$\langle St, C \rangle. \quad (3.36)$$

В зависимости от объёма априорной информации в системе различают задачи идентификации в широком и узком смыслах. Задача идентификации в широком смысле ставится обычно в случае использования метода «чёрного ящика», когда априорная информация об объекте недостаточна, в связи с чем возникает необходимость выбора структуры системы (объекта)  $St$  и определения параметров  $C$ . При этом необходимо решение ряда задач, связанных с декомпозицией модели, выбором класса модели, оценки её стационарности,

линейности, распределённой параметров, стохастичности и др. Следует отметить, что в настоящее время теория идентификации в широком смысле не получила ещё достаточного развития и находится в стадии становления. Идентификация в широком смысле является пока не столько наукой, сколько искусством, так как определение адекватной структуры модели системы при сложности металлургических процессов требует большой интуиции, глубокого знания конкретных особенностей и основных закономерностей функционирования системы. По сути своей идентификация в широком смысле – это почти вся совокупность рассмотренной ранее последовательности разработки систем.

Таким образом, задача идентификации в самом общем и широком смысле заключается в определении множества состояний системы  $P(\tau)$ , операторов переходов  $S$  и выходов  $F$  по известным: входным  $X_{0k}$  и выходным  $Y_{0k}$  процессам на интервале времени функционирования системы  $[\tau_0; \tau_k]$ .

Подчеркнём однако, что решение этой задачи имеет смысл лишь в том случае, когда о системе не имеется никакой другой информации кроме информации о её входах и выходах. Для металлургических объектов такого рода ситуация нетипична, а учёт закономерностей технологических процессов (пусть даже неполный) сводит «чёрный ящик» и задачу идентификации – к идентификации в узком смысле.

При решении задач идентификации в узком смысле считается, что известна структура системы  $S$  и необходимо лишь уточнить некоторые внутренние параметры модели. Такая постановка задачи идентификации наиболее соответствует реальным условиям моделирования систем в металлургии (и вообще в теплофизике) и поэтому широко используется в инженерной практике. Действительно, после этапа композиции модели и составления уравнений связей необходимо задание численных значений параметров, входящих в уравнения модели и связей. Эти параметры условно можно разбить на две большие группы. Первая группа – это те параметры, численные значения которых известны и (или) их можно задать, или определить с достаточной степенью точности. В рассмотренном ранее примере декомпозиции модели при моделировании процессов в шахтной печи металлзации это – геометрия рабочего пространства, расходы и составы газа-восстановителя и топлива, шихтовых материалов, температуры газа и материала на входе в печь. Вторая группа параметров – это те параметры, численные значения которых можно задать только весьма приближённо, но которые в то же время определяют интенсивность протекания процессов, функционирование системы. Для этого же примера – это коэффициенты теплоотдачи, массообмена, порозность слоя материалов, коэффициент

сопротивления слоя газовому потоку и т.п. Главная задача идентификации модели в узком смысле или **параметрической идентификации** является определение численных значений именно этих параметров по результатам сопоставления расчётных и экспериментальных выходов при одинаковых заданных входах. В дальнейшем для иллюстрации существа процедуры параметрической идентификации, будем считать, что структура модели нам известна, а для простоты и доступности изложения под ней будем понимать вид оператора  $F$ .

Итак, под параметрической идентификацией модели мы будем подразумевать процесс определения её параметров

$$C = (C_1, \dots, C_p, \dots, C_k)$$

в режиме нормальной эксплуатации, т.е. без организации специальных (пробных) воздействий на вход системы. Искусство идентификации – это искусство пассивного наблюдения. Необходимость пассивного наблюдения связана, в частности, с тем, что сложные системы, к которым относятся металлургические агрегаты и процессы, как правило, не допускают активных экспериментов с ними. Сами параметры идентификации могут быть либо постоянными, либо изменяться во времени.

В заключение уточним понятие адекватности математической модели. Математическая модель считается адекватной объекту исследования, если с её помощью по условию наилучшего соответствия модельных и реальных характеристик удаётся определить значения всех неизвестных коэффициентов и параметров и при этом модельные характеристики должны совпадать с реальными с заданной степенью точности. Если адекватность математической модели объекту исследования на этапе верификации и идентификации обеспечить не удалось, то математическая модель дорабатывается, обычно в итерационном режиме с последующим компьютерным анализом адекватности его доработанного варианта.

### 3.5. Вычислительный эксперимент при моделировании систем

Основные требования, предъявляемые к математической модели процесса функционирования системы:

- Полнота модели должна предоставлять пользователю возможность получения необходимого набора оценок характеристик системы с требуемой точностью и достоверностью.
- Гибкость модели должна давать возможность воспроизведения различных ситуаций при варьировании структуры, алгоритмов и параметров системы.

- Должна быть по возможности минимальной при учете ограничений на имеющиеся ресурсы.
- Структура модели должна быть блочной, т.е. допускать возможность замены, добавления и исключения некоторых частей без переделки всей модели.
- Информационное обеспечение должно предоставлять возможность эффективной работы модели с базой данных систем.
- Программные и технические средства должны обеспечивать эффективную (по быстродействию и памяти) машинную реализацию модели и удобное общение с ней пользователя.
- Должно быть реализовано проведение целенаправленных (планируемых) машинных экспериментов с моделью системы с использованием аналитико-имитационного подхода при наличии ограниченных вычислительных ресурсов.

Разработка систем всегда преследует достижение вполне определённого набора целей. В свою очередь, достижение целей может быть в какой-то мере гарантировано лишь в том случае, когда при проектировании системы были достаточно полно учтены все особенности ее настоящего или будущего функционирования. Именно для возможностей такого учета и выполняется этап математического моделирования.

В свете изложенного становится очевидным то обстоятельство, что математическая модель объекта необходима не только для последующей разработки системы автоматического управления им, но и для выяснения внутренних связей и закономерностей функционирования объекта, для оптимизации самой процедуры разработки системы. Но если это так, то тогда оказывается, что, начиная с этапа конструирования математической модели объекта, процедура разработки системы совпадает с методологией вычислительного эксперимента (ВЭ), который можно определить как создание и изучение математических моделей объектов с помощью компьютера.

Как видим, ВЭ начинается с разработки математической модели объекта. О математических моделях все уже сказано ранее, поэтому здесь мы отметим лишь два момента. Во-первых, напомним, что сами модели и методы их построения могут быть различны и зависят от целей разработки систем. Однако, в любом случае модель должна быть адекватна исследуемому объекту. Во-вторых, обратим внимание на то, что сейчас во многих областях применение методов системного анализа и информатики сдерживается не отсутствием компьютеров, как это принято думать, а отсутствием содержатель-

ных математических моделей. В связи с этим возникает закономерный вопрос: кто должен заниматься конструированием математической модели изучаемого объекта? Весьма распространено мнение, что это – задача профессиональных математиков. Такое мнение в корне ошибочно! Математик не может разработать математическую модель конкретного, скажем металлургического, процесса или агрегата по той простой причине, что от этого процесса или агрегата не знает; он не специалист в конкретной предметной области. Конечно, математика можно научить, например металлургической теплотехнике, и на это потребуется не пять лет, а гораздо меньше, но вряд ли можно признать такой способ разработки математических моделей целесообразным. Нет, **формулирование математических моделей конкретных технических или технологических объектов должны выполнять профессионалы в этой конкретной области знаний, т.е. инженеры.** Их специально обучали конкретной технологии, конкретным процессам. Никто лучше инженера не может знать какой из параметров процесса играет определяющую роль, а влиянием какого на процесс можно полностью пренебречь.

Разумеется, сказанное выше не исключает возможности привлечения математика к совместному с инженером конструированию математической модели, однако опыт показывает, что их совместная работа над моделью будет иметь смысл лишь при условии тесного творческого контакта, взаимной заинтересованности и полном понимании друг друга. У математика другая, не технологическая психология; он «тонет» в деталях задачи и быстро теряет интерес к работе. С другой стороны, «свежий взгляд» на сложившееся в предметной области представления часто приводит к неожиданным результатам. По-видимому, идеальным вариантом решения проблемы была бы целенаправленная подготовка специалистов по ВЭ (специализация по ВЭ) на выпускающих кафедрах инженерного, в том числе и теплофизического профиля.

Математическое моделирование представляет собой изучение поведения разработанной модели, т.е. решение входящих в неё уравнений при варьировании значений параметров, управляющих процессом. Но компьютер, как правило, «не понимает» дифференциальных уравнений (хотя в последнее время появились математические среды позволяющие записывать в память компьютера дифференциальные уравнения, но возможности их невелики), поэтому **второй этап** вычислительного эксперимента связан с разработкой метода решения уравнений модели на ЭВМ, или, как говорят, **вычислительного алгоритма.** По сути дела, он представляет собой совокупность цепочек алгебраических формул, по которым ведутся



вычисления, и логических условий, позволяющих установить нужную последовательность применения этих формул.

Для одной и той же математической задачи существует множество вычислительных алгоритмов и это обстоятельство не может не поражать, ибо совершенно очевидно, во-первых, что среди большого разнообразия алгоритмов не все одинаковы по своим качествам и, во-вторых, что для каждой задачи существует свой наилучший алгоритм. Как отмечал акад. А.А. Самарский, «есть алгоритмы хорошие и плохие, и нужно уметь отличать одни от других, причём делать это, не тратя времени и труда на программирование и расчёты, а заранее, априори, по, так сказать, их внешнему виду». К сожалению, в настоящее время это совершенно справедливое замечание является не более чем пожеланием, т.к. теория численных методов развита пока недостаточно, и любое руководство по численным методам напоминает скорее справочник алгоритмов.

На этапе выбора алгоритма чрезвычайно полезна помощь математика-вычислителя. Будучи профессионалом в области численных методов, он обладает «чутьём» на алгоритмы и на их «родственность» решаемой задачи. Возможно, он посоветует вам переформулировать задачу для ускорения её решения и т.д. Однако в любом случае инженер, работая совместно с математиком, должен настолько освоить численный метод, чтобы быть в состоянии самостоятельно его изменять в случае необходимости.

На **третьем** этапе ВЭ составляется программа для компьютера, реализующая разработанный алгоритм, т.е. «переводящая» его на понятый для вычислительной машины язык. Этот «перевод» – не шаблонный механический процесс. Не напрасно настольная книга профессионалов программистов 3-томник Д. Кнута – называется «Искусство программирования». Не следует, однако, впасть и в другую крайность и полагать, что программирование – это ремесло, где все определяется искусством и опытом исполнителя. Современное программирование представляет собой самостоятельную науку со своими фундаментальными принципами, подходами, методами. Она имеет много общего с теорией систем в идеологическом плане: разработку программ проектируют, а большую сложную программу называют сложной системой. Разумеется, инженеру не уследить за всеми перипетиями этой науки, но в этом и нет необходимости – вполне достаточно освоить основные принципы программирования и хорошо ориентироваться в том алгоритмическом языке, который наиболее приспособлен к решению задач, относящихся к предметной области моделируемого объекта. Что действительно требуется от занимающегося ВЭ на третьем этапе, так

это чёткое понимание возможностей математического и программного обеспечения того компьютера, на котором предполагается проводить вычислительный эксперимент. Дело в том, что программное обеспечение современных компьютеров представляет собой сложное хозяйство, включающее языки, трансляторы, операционные системы, библиотеки стандартных программ и т.п. Наиболее ценной для пользователя составляющей этого обеспечения являются пакеты проблемно-ориентированных прикладных программ, из которых (как из кубиков детского конструктора) можно составить большую часть своей программной системы.

Следует отметить, что разработке математических пакетов (так называемым, математическим средам) большое внимание уделяют производители компьютеров. В соответствии с программными заявлениями ведущих фирм-производителей целью таких разработок является полное исключение необходимости в составлении программы на каком-то алгоритмическом языке и замена данного этапа ВЭ диалогом с компьютером на языке дифференциальных уравнений. Нам представляется, однако, что полная замена этапа программирования математическими средами возможна, в основном, при анализе стандартных ситуаций. При разработке новых систем или при математическом моделировании сложных металлургических процессов использование математических сред компьютера может лишь обеспечить составление программы, реализующей алгоритм, но полностью исключить этот этап ВЭ не в состоянии из-за невозможности предусмотреть нестандартные случаи и будущее развитие теории численных методов.

Самый эмоциональный и драматический этап вычислительного эксперимента – **отладка и тестирование составленных программ**. Здесь выясняются синтаксические, сематические, алгоритмические и прочие ошибки программы, быстродействие и надёжность выбранного вычислительного алгоритма, при которых программа устойчиво работает. На этой стадии математического моделирования инженера подстерегает большое число неприятностей и разочарований. Может оказаться, что вычислительный алгоритм был выбран неудачно, задача очень долго считается или вообще не сходится, и все нужно начинать сначала. В общем случае поиск ошибок программы – очень нелёгкое дело. Среди специалистов бытует мнение, что некоторая часть ошибок вообще не выявляется на стадии отладки программы и «всплывает» уже потом через годы в процессе ее эксплуатации. Как бы там ни было, в общем времени разработки программы отладка занимает, по оценкам специалистов, от 50 до 90 %. Непременным условием является адаптация

численной модели, проверка её адекватности реальному процессу, т.е. сравнение вычисляемых результатов с практикой и уточнение модели. При этом необходимо иметь в виду, что модель называется адекватной реальному объекту, если она с заданной точностью описывает свойства объекта, существенные для цели исследования. С решением этих задач и связаны следующие этапы ВЭ.

**Пятый этап ВЭ – проведение вычислений на компьютере** по отлаженным программам. Во многом он похож на обычный эксперимент. На машине (экспериментальной установке) проводится серия расчётов (измерений), в результате которых исследователь получает совокупность чисел, описывающих поведение объекта. Здесь важно подчеркнуть, что сама процедура вычислений (варианты расчётов) должна быть настолько продумана, чтобы с наименьшими затратами ресурсов компьютера получить максимум информации. Коротко говоря, **вычислительный эксперимент нужно планировать.**

На завершающем, **шестом**, этапе проводится **анализ результатов**, сопоставление их с чисто теоретическими прогнозами и данными натурального эксперимента. Становится ясно, удачно ли выбраны математическая модель и вычислительный алгоритм. При необходимости они уточняются, и «цикл» ВЭ повторяется на более совершенной основе. Итогом вычислительного эксперимента являются – **выраженные в точной количественной форме детали и конкретные практические рекомендации**, достигающие заданной цели (например, улучшение каких-либо параметров объекта или режима его работы).

Основной ВЭ связан с двумя вспомогательными экспериментами: по изучению свойств среды и обработке данных натурального эксперимента.

В большинстве задач свойства среды (физической, химической и т.д.) учитываются путём задания коэффициентов математической модели (например, теплопроводности, вязкости, констант скоростей реакций для модели сплошной среды при наличии химических реакций).

При обработке данных реального (натурального) эксперимента нужно также выбирать математическую модель и провести весь цикл вычислительного эксперимента. Дело в том, что для большинства реальных экспериментов непосредственное измерение величин, характеризующих состояние изучаемого объекта, представляет большие трудности, а иногда вообще невозможно, поэтому результаты измерений необходимо обрабатывать математическими средствами. Проблема обработки наблюдений представляет специалистам огромное поле деятельности, значение которой в рамках вычислительного эксперимента исключительно велико.

Таким образом, в прикладных исследованиях эксперимент часто носит подчинённый характер и служит для контроля за правильностью модели и для наполнения её константами, учитывающими свойства среды. Более того, натурный эксперимент, как правило, является косвенным и его данные нуждаются в расшифровке, что, в свою очередь, является предметом специального моделирования и вычислительного эксперимента. Следовательно, натурный эксперимент должен составлять часть ВЭ – новой технологии производства знаний (информации). Очевидно, что вычислительный эксперимент имеет междисциплинарный характер и не сводится ни к вычислительной, ни к прикладной математике, ни к конкретной технологии. ВЭ требует участия специалистов различного профиля (в идеале), коллективно обеспечивающих сложный научно-производственный процесс. Успех дела зависит от согласованного взаимодействия всех участников вычислительного эксперимента и, в частности, от умения находить компромиссные решения вопроса в областях, где перекрещиваются интересы различных специалистов.

В связи с проведением ВЭ возникают ряд важных вопросов. Прежде всего, следует определить, какова сфера его приложения. Вычислительный эксперимент предназначен для **изучения, прогнозирования, оптимизации сложных многопараметрических процессов**, теоретическое и экспериментальное исследование которых традиционными методами затруднено или невозможно. Например, работа доменной печи зависит от такого числа взаимосвязанных факторов, что не может быть в полной мере описана простыми теоретическими средствами. Натурное моделирование в меньших масштабах даёт лишь частичную информацию о ее работе. Не существует полного пространственно-временного соответствия между гигантской промышленной установкой и небольшими экспериментальными устройствами (отсутствие физического подобия – типичная ситуация для большинства современных научно-технических задач). Проведение серии полномасштабных опытов проблематично из-за их дороговизны и длительности.

Во всех подобных ситуациях проведение ВЭ становится насущной необходимостью, так как во много раз сокращаются сроки и стоимость исследований, число занятых в них учёных, инженеров, рабочих, повышается обоснованность принимаемых решений.

Велика роль ВЭ в повышении качества проектных разработок, да и в изменении самого содержания труда проектанта (конструктора). Ещё в конце XIX века сложились традиционные методы проектирования технологических процессов. Проектирование разбивалось, как правило, на две части: разработку техно-

логического агрегата и экспериментальный набор технологических режимов, осуществляемых последовательно на лабораторных, полупромышленных и промышленных аппаратах. При этом успех проектирования существенно зависит от способностей проектировщика-технолога, его опыта и интуиции. Отличительной чертой традиционного подхода к проектированию является то, что разработка технологического аппарата и подбор режимов ведётся изолированно друг от друга: при проектировании технологического аппарата не учитывается, как принимаемые проектные решения скажутся на возможности оптимизации процесса за счет подбора режимов обработки материалов.

Отмеченные свойства позволяют характеризовать классические (традиционные) подходы к проектированию технологических процессов как субъективные и по большей части неоптимальные. Тем не менее, до недавнего времени традиционный подход являлся единственно возможным, да и теперь он оправдан для сравнительно несложных технологических операций.

Что вносит ВЭ в проектирование. Внедрение вычислительной техники даёт возможность использовать высокоэффективные аналитические модели технологических процессов (что даёт проектировщику возможность глубже понять физическую сущность явлений, протекающих в ходе процесса), а также позволяет заменить натурный эксперимент математическим моделированием, что приводит к снижению временных и материальных затрат на проектирование. Замена натуральных экспериментов математическим моделированием особенно важна для сложных высокотемпературных металлургических процессов, для которых натурные испытания являются дорогостоящими, а иногда и небезопасными.

При ВЭ можно заменить не только параметры технологического режима, но и конструктивные параметры установки, для изменения которых в натурном эксперименте пришлось бы изготавливать каждый раз новую установку. Таким образом, внедрение вычислительной техники позволяет взаимосвязано решать вопросы проектирования технологического агрегата и определения параметров технологических режимов, причём осуществляется это решение с использованием математических методов многопараметрической оптимизации, а это в значительной мере повышает качество спроектированных процессов. Короче говоря, проектируется оптимальный агрегат для оптимального протекания процесса.

Исследователям, осуществляющим математическое моделирование (как, впрочем, и другие виды моделирования), часто приходится сталкиваться с невольным вопросом: насколько можно верить его

результатам? Ведь изучается не самообъект, а его математическая модель... Как решается этот основополагающий вопрос в данном случае.

Прежде всего, отметим, что **формирование модели для вычислительного эксперимента** не умозрительный акт, совершаемый на «пустом месте». Оно основано на всех имеющихся экспериментальных сведениях и теоретических представлениях, на всем приобретённом ранее опыте. Кроме того, этапы его проведения предусматривают **«внутренний контроль»**, гарантирующий непротиворечивость выбранной модели, достаточную «разрешающую способность» алгоритма; правильность работы программы; адаптацию численной модели и оценку ее адекватности.

Для представления математической модели могут использоваться различные формы записи. Основными являются инвариантная, аналитическая, алгоритмическая и схемная (графическая).

*Инвариантная форма* – запись соотношений модели с помощью традиционного математического языка безотносительно к методу решения уравнения модели.

*Аналитическая форма* – запись модели в виде результата решения исходного уравнения. Обычно модель в аналитической форме представляют собой явные выражения выходных параметров как функция входов и переменных состояния.

*Аналитическая модель исследуется несколькими методами:*

- Аналитическим, когда стремятся получить в общем виде явные зависимости, связывающие искомые характеристики с начальными условиями, параметрами и переменными состояниями системы.
- Численными, когда, не умея решать уравнения в общем виде, стремятся получить численные результаты при конкретных начальных данных (напомним, что такие модели называются цифровыми).
- Качественным, когда, не имея решения в явном виде, можно найти некоторые свойства решения (например, оценить устойчивость решения, системы).

*Алгоритмическая форма* записи – запись соотношений модели и выбранного численного метода решения в форме алгоритма. Среди алгоритмических моделей важный класс составляют имитационные модели, предназначенные для имитации физических или информационных процессов при различных внешних воздействиях. Собственно имитацию названных процессов называют имитационным моделированием. При имитационном моделировании воспроизводится алгоритм функционирования системы во времени – поведение системы, причём имитируются элементарные явления, со-

ставляющие процесс, с сохранением их логической структуры и последовательности протекания, что позволяет по исходным данным получить сведения о состояниях процесса в определённые моменты времени. Основными преимуществами имитационного моделирования по сравнению с аналитическими является возможность решения более сложных задач. Имитационные модели позволяют достаточно просто учитывать такие факторы, как наличие дискретных и непрерывных элементов, нелинейные характеристики элементов системы, многочисленные случайные воздействия и другие, которые часто создают трудности при аналитических исследованиях.

Математическое моделирование многие считают скорее искусством, чем стройной и законченной теорией. Здесь очень велика роль опыта, интуиции и других интеллектуальных качеств человека.

Однако к настоящему времени уже накоплен значительный опыт, дающий основание сформулировать некоторые принципы и подходы к построению моделей.

1. **Адекватность.** Этот принцип предусматривает соответствие модели целям исследования по уровню сложности и организации, а также соответствие реальной системе относительно выбранного множества свойств.

2. **Соответствие модели решаемой задаче.** Модель должна строиться для решения определённого класса задач или конкретной задачи исследования системы. Попытка создания универсальной модели, нацеленной на решение большого числа разнообразных задач, приводит к такому усложнению, что она оказывается практически непригодной. Опыт показывает, что при решении каждой конкретной задачи нужно иметь свою модель, отражающую те аспекты системы, которые являются наиболее важные в данной задаче.

3. **Упрощение при сохранении существенных свойств системы.** Модель должна быть в некоторых отношениях проще прототипа – в этом смысл моделирования. Этот принцип может быть назван принципом абстрагирования от второстепенных деталей, принцип допущений.

4. **Соответствие между требуемой точностью результатов моделирования и сложностью модели.**

Модели по своей природе всегда носят приближенный характер. Возникает вопрос, каким должно быть это приближение. С одной стороны, чтобы отразить все сколь-нибудь существенные свойства, модель необходимо детализировать. С другой, строить модель, приближающуюся по сложности к реальной системе, нет смысла. Она не должна быть настолько сложной, чтобы нахождение решения оказалось слишком затруднительным. Компромисс между этими двумя требованиями достигается нередко путём проб и ошибок.

Практическими рекомендациями по уменьшению сложности моделей являются:

- Изменение числа переменных, достигаемое либо исключением несущественных переменных, либо их объединением. Процесс преобразования модели в модель с меньшим числом переменных и ограничений называют агрегированием. Например, все типы компьютеров в модели гетерогенных сетей можно объединить в четыре типа – ПЭВМ, рабочие станции, мейнфреймы, контроллеры.
- Изменение природы переменных параметров. Переменные параметры рассматриваются как постоянные, дискретные – как непрерывные и т.п.
- Изменение функциональной зависимости между переменными. Нелинейная зависимость заменяется обычно линейной, дискретная функция – непрерывной и т.п.
- Ограничение точности модели. Точность результатов модели не может быть выше точности исходных данных.

**5. Многовариантность реализации элементов модели.** Разнообразие реализаций одного и того же элемента, отличающихся по точности (а следовательно, и по сложности), обеспечивает регулирование соотношения «точность/сложность».

**6. Блочное строение.** При соблюдении принципа блочности строения облегчается разработка сложных моделей и появляется возможность использования накопленного опыта и готовых блоков с минимальными связями.

Завершая параграф и главу в целом, отметим следующее. Как вытекает из изложенного выше, процедуру моделирования системы (и ВЭ) можно обобщенно выразить в виде цепочки «модель–алгоритм–программа». По этой причине в следующих главах основное внимание уделяется вопросам конструирования математических моделей металлургических объектов и разработке программного обеспечения.



## ГЛАВА 4. ОБОБЩЁННЫЙ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ ПОДХОД ПРИ ПОСТРОЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Разработка информационно-управляющих систем всегда преследует достижение вполне определённого набора целей. В свою очередь, достижение целей может быть в какой-то мере гарантировано лишь в том случае, когда при проектировании системы были достаточно полно учтены все особенности её настоящего или будущего функционирования. Именно для возможностей такого учёта и выполняется математическое моделирование.

Разработка математического описания теплофизического процесса или теплотехнического агрегата в целом (обобщённо говоря, математической модели изучаемого объекта) является первым этапом ВЭ, во многом определяющим успешность всей процедуры изучения и оптимизации процессов тепломассопереноса с помощью ЭВМ. Как было показано в предыдущей главе, этот этап осуществляется по специальному алгоритму, учитывающему основные требования системного подхода.

Рассмотрим, не вдаваясь в детали и считая основные положения физической химии известными читателю, уравнения тепломассопереноса и движения среды, обращая особое внимание на нелинейность, неравновесность и взаимосвязанность определяющих физических явлений.

### 4.1. Общий вид законов сохранения

Обозначим через  $Z$  любую экстенсивную функцию состояния системы (масса, энергия, энтропия и т.п.). Если значение  $Z$ , действительное для элементарного объёма непрерывной системы, разделить на объём этого пространственного элемента, то получим интенсивную величину  $Z_V$  – *плотность*  $Z$ , в общем случае изменяющуюся во времени и в пространстве

$$Z_V = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{Z}{V} = \frac{dZ}{dV}. \quad (4.1)$$

Если в рассматриваемой непрерывной системе выделить фазу с объёмом  $V$ , то величина  $Z$  для данной фазы системы будет равна

$$Z = \int_V Z_V dV. \quad (4.2)$$

Здесь и далее под фазой понимается область пространства (фактическая или мысленная), однородная на всём протяжении.

Изменение  $Z$  во времени в общем случае вызвано двумя причинами: *вводом* или *выводом*  $Z$  через поверхность раздела фаз или наличием *источников* или *стоков*  $Z$  внутри фаз системы. Например, количество вещества (масса или число молей) определённого вида частиц может измениться в

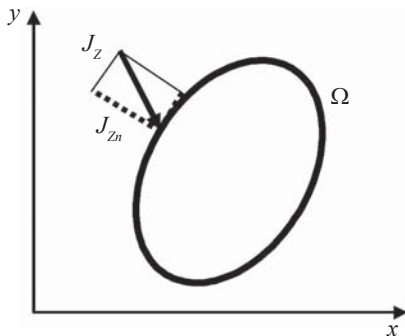


Рис. 4.1. К переносу параметра  $Z$

открытой системе как в результате обмена веществом с внешней средой, так и вследствие химических реакций внутри системы.

Количество  $Z$ , переносимое через поверхность фазы  $\Omega$  (рис. 4.1) в единицу времени называется *потоком* величины  $Z$  через эту поверхность. Мерой интенсивности процесса является *плотность потока*  $J_z$  – вектор, направление которого совпадает с направлением переноса. Проекция этого вектора на направление внешней нормали к поверхности раздела фаз  $J_{zn}$  (т.е. нормали, направленной во внешнее пространство) указывает количества  $Z$ , проходящее в единицу времени через единицу данной поверхности. Итак, если ограничить рассматриваемую фазу поверхностью раздела  $F$  и общей площадью  $\Omega$  и выделить на ней элемент  $d\Omega$ , то  $J_{zn}d\Omega$  представляет собой поток  $Z$  через этот элемент в направлении нормали к нему.

Источник или сток  $Z$  измеряется при помощи величины  $q(Z)$  – количества  $Z$ , образовавшегося внутри единичного элемента объёма за единицу времени, и называется *локальным производством*  $Z$ . Выражение  $q(Z)dV$  – вклад элементарного объёма  $dV$  в производстве  $Z$  внутри всего объёма фазы.

Таким образом, общей формой уравнения баланса величины  $Z$  [см. уравнение (4.2)] будет

$$\frac{dZ}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} \int_V Z_V dV = - \oint_{\Omega} J_{zn} d\Omega + \int_V q(Z) dV, \quad (4.3)$$

где  $\tau$  – время, интеграл  $\int_V$  следует брать по всему объёму  $V$  системы, а интеграл  $\oint_{\Omega}$  – по замкнутой поверхности  $\Omega$  системы. Используя теорему Остроградского–Гаусса

$$\oint_{\Omega} J_{zn} d\Omega = \int_V \operatorname{div} (J_z) dV,$$

из (4.4) получаем

$$\frac{dZ}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} \int_V Z_V dV = \int_V \frac{\partial Z_V}{\partial \tau} dV = - \int_V \operatorname{div} (J_z) dV + \int_V q(V) dV, \quad (4.4)$$

или

$$\int_V \left[ \frac{\partial Z_V}{\partial \tau} + \operatorname{div} (J_z) - q(Z) \right] dV = 0. \quad (4.5)$$

В (4.4) полная производная интеграла по времени заменена интегралом от частной производной  $Z_V$  по времени, так как объём  $V$  постоянен. Скалярная величина  $\operatorname{div}(J_z)$  является, как известно, дивергенцией  $J_z$ , плотностью источника  $Z$ , т.е. количеством  $Z$ , протекающим наружу из элемента объёма через единицу площади поверхности раздела в единицу времени. Напомним, что в прямоугольных координатах  $(x, y, z)$  для изменяющегося в пространстве вектора

$$J = iJ_x + jJ_y + kJ_z$$

можно записать

$$\operatorname{div} J = \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z}.$$

Так как выражение (4.5) справедливо для части системы любой величины, то можно, уменьшив объём до элементарного, записать

$$\frac{\partial Z_V}{\partial \tau} = -\operatorname{div} J_z + q(Z). \quad (4.6)$$

Как  $Z$ , так и  $J_z$  и  $q(Z)$  зависят от времени и пространственных координат.

Соотношение (4.6) – общее уравнение локального баланса величины  $Z$  – назовём *общим условием неразрывности*. Оно показывает, что скорость увеличения плотности  $Z$  в каждом элементе объёма равна локальному производству  $Z$  за вычетом дивергенции (плотности источника) потока  $Z$ . Если  $Z$  является величиной, для которой справедлив закон сохранения, например полной массой или полной энергией, то из уравнения (4.6) выпадает слагаемое  $q(Z)$ .

## 4.2. Характеристическая макроскопическая скорость и диффузионный поток

Общее условие неразрывности потока и называется «общим», что оно справедливо для любой переносимой величины. Однако прежде чем конкретизировать его запись для конкретных параметров, обратим внимание на следующее обстоятельство.

Во всяком элементе рабочего пространства любого технологического агрегата или теплотехнического устройства в качестве движущейся среды содержится некоторое количество частиц разных веществ (компонентов). Их средние скорости зависят от массы молекул и могут различаться, так что имеет место не только макроскопическое движение элемента объёма (конвекция), но и макроскопически осязаемое относительное движение различных видов частиц (*диффузия в широком смысле слова*).

Обозначим среднюю скорость частиц вида  $k$  вектором  $v_k$ . Чтобы количественно описать диффузию (в широком смысле слова), введём относительную скорость  $v_k - a$ , где  $a$  – какая-либо характеристическая скорость. Плотность диффузионного потока  $J_k$  частиц вида  $k$  тогда будет равна

$$J_k \equiv c_k(v_k - a), \quad (4.7)$$

где  $c_k$  – молярная объёмная концентрация вещества  $k$ , т.е. количество молей вещества  $k$  в единице объёма:  $c_k = n/V$ . В соответствии с этим вектор  $J_k$ , строго говоря, – количество (в молях) вещества  $k$ , проходящего в единицу времени через единицу площади поверхности, движущейся в направлении нормали к ней со скоростью  $a$ . Характеристическую скорость в газах и жидких средах выбирают так, чтобы выполнялись условия

$$a = \sum_k b_k v_k, \quad (4.8)$$

$$\sum_k b_k = 1. \quad (4.9)$$

Величины  $b_k$  являются весовыми коэффициентами для получения скоростей, соответствующих условию (4.9). Суммы в формулах (4.8) и (4.9) следует распространять на все виды частиц.

Из выражений (4.7)–(4.9) следует

$$v_k = J_k/c_k + a, \quad \sum_k \frac{b_k}{c_k} J_k + a \sum_k b_k = a, \quad \sum_k \frac{b_k}{c_k} J_k = 0, \quad (4.10)$$

т.е. при  $N$  видах частиц подвижной среды имеется только  $N - 1$  независимых плотностей диффузионных потоков. Существует, по крайней мере, пять характеристических скоростей, каждая из которых наиболее удобна в тех или иных конкретных исследованиях. Рассмотрим эти скорости подробнее.

**Скорость центра масс  $v$**

Эта величина вводится соотношением

$$\rho v = \sum_k \rho_k v_k, \quad (4.11)$$

где  $\rho_k$  – парциальная плотность (удельная объёмная или грамм-концентрация) вещества  $k$ ,  $\rho$  – общая плотность. Введя понятие о массовой доле  $m_k$  вещества  $k$ , получим соотношения:

$$\rho = \sum_k \rho_k, \quad (4.12)$$

$$m_k = \rho_k / \rho, \quad (4.13)$$

$$\sum_k m_k = 1, \quad (4.14)$$

$$v = \sum_k m_k v_k. \quad (4.15)$$

Сравнение (4.8) и (4.15) даёт

$$a = v, \quad b_k = m_k. \quad (4.16)$$

С учётом (4.14) можно сделать вывод, что условие (4.9) выполнено. Согласно (4.7), соответствующая плотность диффузионного потока составит

$$J_k \equiv c_k(v_k - v). \quad (4.17)$$

Из (4.10), (4.14) и (4.16) с учётом

$$\rho_k = M_k c_k, \quad (4.18)$$

где  $M_k$  – молекулярная масса частиц вида  $k$ , получаем

$$\sum_k M_k J_k = 0. \quad (4.19)$$

При последовательном обращении к переменным  $\rho_k$  и  $m_k$  вместо величины (4.17) используют плотность диффузионного потока

$$J_k^* \equiv \rho_k(v_k - v) = M_k J_k, \quad (4.20)$$

для которой, согласно уравнению (4.19), справедливо равенство

$$\sum_k J_k^* = 0. \quad (4.21)$$

Скорость центра масс наиболее удобна при составлении уравнения сохранения количества движения и получения баланса энергии. Характеристическую систему, базирующуюся на скорости  $v$ , называют системой центра масс.

**Средняя молярная скорость  $u$**  определяется соотношением

$$cu = \sum_k c_k v_k, \quad (4.22)$$

где

$$c = \sum_k c_k \quad (4.23)$$

– общая молярная объёмная концентрация. Если ввести молярную долю вещества  $k$   $x_k = c_k/c$ , то получим

$$\sum_k x_k = 1, \quad u = \sum_k x_k v_k,$$

т.е.  $a = u$  и  $b_k = x_k$ . Соответствующая плотность диффузионного потока, согласно (4.7), имеет вид

$$J_k^u \equiv c_k(v_k - u),$$

и для неё справедливо соотношение:  $\sum_k J_k^u = 0$ .

Средняя молярная скорость  $u$  имеет важное значение для кинетической теории диффузионных явлений (диффузия, седиментация, термодиффузия и т.п.), так как она является средней скоростью движения частиц. Поэтому характеристическую систему, базирующуюся на скорости  $u$ , называют системой частиц.

### Средняя объёмная скорость

$$w = \sum_k c_k V_k v_k, \quad (4.24)$$

где  $V_k$  – парциальный молярный объём частиц вида  $k$ , является важнейшей характеристической скоростью для оценки опытных данных, так как она практически идентична скорости конвективного переноса вещества, и условие  $w = 0$  соответствует отсутствию конвекции с точки зрения экспериментатора.

Соответствующая плотность диффузионного потока

$$J_k^w \equiv c_k (v_k - w),$$

при этом выполняется равенство:  $\sum_k V_k J_k^w = 0$ . Характеристическую систему, базирующуюся на скорости  $w$ , называют характеристической системой Фика.

#### Скорость $v_1$ частиц вида 1:

в этом случае

$$b_1 = 1, b_j = 0 \quad (j = 2, 4, \dots, N),$$

так что условие (4.9) выполнено. Соответствующая плотность диффузионного потока определяется из (4.7):

$$J_k^1 \equiv c_k (v_k - v_1),$$

откуда с учётом (4.10) получаем:  $J_1^1 = 0$ . Такой выбор характеристической скорости удобен, когда нужно выделить один компонент (например,  $\text{SiO}_2$  или  $\text{CaO}$ ) или когда в случае «медленного движения» необходимо исключить все зависимые величины (например, в теории тепловой коагуляции частиц аэрозоля). Характеристическую систему, основанную на скорости  $v_1^1$ , называют характеристической системой Хитторфа.

Для непрерывно движущихся сред (газы, жидкости) характеристические скорости взаимозаменяемы. Пусть имеются две характеристические скорости  $a'$  и  $a''$  и требуется перейти от одной плотности диффузионного потока

$$J_k' = c_k (v_k - a') \quad (4.25)$$

к другой

$$J_k'' = c_k (v_k - a''). \quad (4.26)$$

Выделим некоторый компонент  $i$  и перепишем (4.26) в виде

$$J_i'' = c_i(v_i - a'') = c_i(v_i - a' + a' - a'') = J_i' + c_i(a' - a''). \quad (4.27)$$

В соответствии с определением характеристической скорости

$$\sum_k b_k'' v_k = a'', \quad \sum_k b_k'' = 1.$$

Из (4.25) находим

$$v_k = J_k' / c_k - a'.$$

Тогда

$$a' - a'' = a' - \sum_k b_k'' v_k = a' - \sum_k b_k'' \frac{J_k'}{c_k} - a' \sum_k b_k'' = - \sum_k b_k'' \frac{J_k''}{c_k},$$

и, следовательно, вместо (4.27) получим

$$J_i'' = J_i' - c_i \sum_k b_k'' \frac{J_k''}{c_k}, \quad (4.28)$$

т.е. новые плотности диффузионных потоков  $J_k''$  являются однородными линейными функциями старых диффузионных потоков  $J_k'$ . По этой причине в дальнейшем используется, главным образом, скорость центра масс  $v$ .

### 4.3. Баланс массы

Применяя приведённые в § 4.1 соотношения к числу молей  $n_k$  частиц вида  $k$ , вместо  $Z$  подставим  $n_k$ , а вместо  $Z_V$  – молярную объёмную концентрацию  $c_k$  вещества  $k$  (напомним, что  $c_k = n_k/V$ ). Плотность потока  $J_k$  будет равна вектору  $c_k v_k$ , величина которого представляет собой количество вещества (в молях) частиц вида  $k$ , которое проходит в единицу времени через единицу поверхности перпендикулярно находящейся в покое границе раздела фаз. Величина  $q(Z)$  – локальное производство  $Z$  – будет равна количеству (в молях) вещества  $k$ , образующегося вследствие химических реакций в рассматриваемой фазе в единицу времени и в единице объёма. Обозначив через  $v_{kr}$  стехиометрический коэффициент частиц вида  $k$  в химической реакции  $r$  и через  $w_r$  скорость реакции  $r$ , отнесённую к единице объёма, запишем

$$q(Z) = q(n_k) = \sum_r v_{kr} w_r,$$

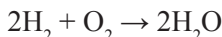


причём суммирование распространяется на все реакции. Тогда общее условие неразрывности (4.6) принимает следующий вид:

$$\frac{\partial c_k}{\partial \tau} = -\operatorname{div}(c_k v_k) + \sum_r v_{kr} w_r. \quad (4.29)$$

Это соотношение представляет локальный баланс массы.

Отметим, что стехиометрический коэффициент  $v_{kr} > 0$ , если он стоит в правой части уравнения реакции (при продуктах реакции) и  $v_{kr} < 0$ , если он стоит в левой части уравнения (при реагентах). Например, в реакции горения водорода



имеем:  $v_{\text{H}_2} = -2$ ,  $v_{\text{O}_2} = -1$ ,  $v_{\text{H}_2\text{O}} = +2$ .

Если количество вещества  $k$  задано не в молях, а, как обычно, в килограммах, то с помощью (4.18) вводим парциальную плотность  $\rho_k$  вещества  $k$ . Тогда вместо (4.27) для локального баланса массы получаем

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial \tau} = -\operatorname{div}(\rho_k v_k) + M_k \sum_r v_{kr} w_r, \quad (4.30)$$

Закон сохранения массы применительно к химическим реакциям требует, чтобы

$$\sum_k M_k v_{kr} = 0, \quad (4.31)$$

причём сумму следует распространять на все реагирующие вещества, и уравнение справедливо для каждой отдельной реакции.

Суммируя (4.50) для всех веществ, с учётом (4.11), (4.14) и (4.31) получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = -\operatorname{div}(\rho v), \quad (4.32)$$

где  $\rho$  – общая плотность и  $v$  – скорость центра масс. Уравнение (4.32), выражающее локальный баланс массы, известное в гидродинамике и механике газов как условие неразрывности в эйлеровой форме. Оно тождественно уравнению (4.6), если  $Z_r = \rho$ ,  $J_z = \rho v$ ,  $q(Z) = 0$ , причём последнее выражение представляет собой математическое оформление формулировки универсального закона сохранения массы. Применяя оператор полной (субстанциональной) производной,

$$\frac{d(\ )}{d\tau} = \frac{\partial(\ )}{\partial \tau} + v \cdot \operatorname{grad}(\ ), \quad (4.33)$$

который определяет производную по времени какой-либо величины для наблюдателя, движущегося со скоростью  $v$ , из (4.32) с учётом соотношений

$$\frac{d\rho}{d\tau} = \frac{\partial\rho}{\partial\tau} + v \cdot \text{grad}\rho, \quad (4.34)$$

$$\text{div}(\rho v) = v \cdot \text{grad}\rho + \rho \text{div}(v), \quad (4.35)$$

получаем уравнение баланса массы в лагранжевой форме

$$\frac{d\rho}{d\tau} + \text{div}(v) = 0. \quad (4.36)$$

Скорость движения частиц вида  $k$  обычно недоступна в экспериментальных исследованиях, так как результаты измерений дают скорость центра масс. Поэтому для возможности адаптации математической модели объекта целесообразно иметь уравнение, которое, сохраняя сущность уравнения (4.40), не включало бы величину  $v_k$ . Используя уравнение (4.20), определяющее величину плотности диффузионного потока (в широком смысле):

$$\rho_k v_k = \rho_k v + J_k^*, \quad (4.37)$$

вместо (4.3) можно записать

$$\frac{d\rho_k}{d\tau} = -\text{div}(\rho_k v) - \text{div}(J_k^*) + M_k \sum_r v_{kr} w_r. \quad (4.37a)$$

Уравнение (4.37) – уравнение локального баланса массы. Однако, чтобы учесть универсальный закон сохранения массы, прибавим и отнимем от (4.3) выражение

$$\rho_k \left[ \frac{\partial\rho}{\partial\tau} - \text{div}(\rho v) \right] = 0.$$

Тогда, вводя массовую долю компонента  $m_i$ , приходим к уравнению

$$\frac{\partial(\rho m_i)}{\partial\tau} + \text{div}(\rho m_i v) = -\text{div}(\rho J_i^*) + \rho M_i \sum_r v_{kr} w_r. \quad (4.38)$$

В простейшем случае (об этом мы будем говорить позже) плотность диффузионного потока  $J_k^*$  определяется законом Фика

$$J_k^* = -D_k \text{grad}(m_k),$$

поэтому, обозначая локальное производство массы символом  $R_k$ , перепишем общее уравнение баланса массы в форме

$$\frac{\partial (\rho m_i)}{\partial \tau} + \text{div} (\rho m_i v) = \text{div} (D_i \rho \text{grad} m_i) + R_i. \quad (4.38a)$$

Уравнение (4.38a) является типичным уравнением переноса. Нетрудно установить физическое содержание этого уравнения. Первое слагаемое в левой части (4.38a) характеризует локальное изменение параметра, т.е. изменение параметра в данной точке пространства во времени (оно так и называется – локальным составляющим). Второе слагаемое в левой части представляет собой конвективный перенос параметра, т.е. изменение параметра, вызванное самим фактом перемещения среды (конвективный перенос). В правой части первое слагаемое описывает диффузионный перенос параметра, интенсивность которого определяется коэффициентом переноса  $\rho D_i$ . И, наконец, слагаемое  $R_i$  отражает локальное производство параметра (источниковое слагаемое), обусловленное физико-химическими превращениями или другими причинами. Поскольку уравнение (4.38a) получено на основе общего условия неразрывности (4.6), то такую же структуру должно иметь уравнение переноса любого параметра.

В ряде случаев более удобной бывает другая форма (4.38a)

$$\rho \frac{dm_i}{d\tau} = -\text{div} J_i^* + M_i \sum_r v_{ir} w_r. \quad (4.38b)$$

#### 4.4. Закон сохранения количества движения

Применение второго закона Ньютона, или закона сохранения количества движения, к элементу объёма непрерывной системы требует некоторой осторожности, так как такой элемент системы имеет непостоянную массу и изменяющийся состав, и внешние силы могут различно воздействовать на отдельные виды частиц. Однако можно показать, что обычные уравнения, сформулированные для однокомпонентных систем, сохраняют силу, если вместо величины, называемой обычно в гидродинамике и механике газов просто

скоростью, подставить скорость центра масс элемента объёма, что можно видеть уже при выводе уравнений (4.32) или (4.36).

Рассмотрим сначала только изотропные среды. Тогда наряду с такими внешними силами, как сила тяжести, центробежная сила, электрические силы и т.п., в изотропных твёрдых телах появляются силы, вызванные лишь давлением  $p$ , равномерным во всех направлениях, а в жидкостях и газах появляются также силы, обусловленные внутренним трением. Чтобы начать с более простого случая, исключим вначале силы трения, т.е. будем рассматривать гидродинамически идеальные среды.

Пусть, как и ранее,  $\rho$  – плотность;  $v$  – скорость центра масс;  $\tau$  – время;  $c_k$  – молярная объёмная концентрация вещества  $k$  и  $K_k$  – внешняя сила, действующая на 1 моль частиц вида  $k$ . Тогда для рассматриваемого здесь случая будет справедливо известное из механики газов уравнение движения идеальной жидкости Эйлера

$$\rho \frac{dv}{d\tau} = \sum_k c_k K_k - \text{grad} p. \quad (4.39)$$

В сумму следует включать все виды частиц. Величина  $dv/d\tau$  – ускорение центра масс, т.е. ускорение для наблюдателя, движущегося совместно с центром масс элемента объёма, представляющее сумму локального ускорения в фиксированной точке пространства и ускорения, вызванного перемещением центра масс (конвективно-го ускорения – см. уравнение (4.34)).

Умножим скалярно обе части уравнения (4.39) на  $v$ :

$$\rho v \cdot (dv/d\tau) = v \cdot \left( \sum_k c_k K_k - \text{grad} p \right). \quad (4.40)$$

Далее имеем ( $v \cdot v \equiv v^2$ )

$$\rho v \cdot \frac{dv}{d\tau} = \frac{\rho}{2} \frac{dv^2}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\rho v^2}{2} \right) - \frac{v^2}{2} \frac{d\rho}{d\tau},$$

откуда с учётом формул (4.34)–(4.36) получаем

$$\rho v \cdot \frac{dv}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\rho v^2}{2} \right) + v \cdot \text{grad} \left( \frac{\rho v^2}{2} \right) + \frac{v^2}{2} \rho \text{div} v. \quad (4.41)$$

Вследствие соотношения

$$\operatorname{div} \left( \frac{\rho v^2}{2} \mathbf{v} \right) = \frac{\rho v^2}{2} \operatorname{div} \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \operatorname{grad} \left( \frac{\rho v^2}{2} \right)$$

из уравнений (4.40) и (4.41) получаем

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\rho v^2}{2} \right) + \operatorname{div} \left( \frac{\rho v^2}{2} \mathbf{v} \right) = \mathbf{v} \cdot \left( \sum_k c_k K_k - \operatorname{grad} p \right). \quad (4.42)$$

Выражение (4.42) представляет собой уравнение локального баланса кинетической энергии единицы объёма идеальной жидкости. Первое слагаемое левой части этого уравнения характеризует локальную скорость изменения  $\rho v^2/2$ , второе – скорость изменения этой величины за счёт конвективного переноса движущейся средой. Правая часть описывает суммарную мощность всех сил, совершающих работу на единичном объёме жидкости. Иными словами, уравнение (4.42) утверждает, что полная скорость изменения кинетической энергии единицы объёма жидкости обусловлена результирующей мощностью всех сил, действующих на этот объём.

Данная формулировка имеет общий характер; при переходе к реальным жидкостям изменяется лишь содержание сил, действующих на объём. Здесь наряду со статическим давлением  $p$  (которое может быть и в отсутствие движения) необходимо ввести силы трения. Совокупное действие этих сил проявляется через тензор напряжений  $p_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 4$ ), включающий три нормальных напряжения ( $p_{11}, p_{22}, p_{44}$ ) и шесть касательных напряжений  $p_{ij}$  ( $i \neq j$ ), действующих на каждый элемент объёма движущейся среды:

$$\Pi = \begin{bmatrix} p + p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p + p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p + p_{33} \end{bmatrix}, \quad (4.43)$$

где компоненты  $p_{ij}$  однозначно выражаются через компоненты тензора скоростей деформации элементарного объёма

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial z_j} + \frac{\partial v_j}{\partial z_i} \right),$$

где  $i, j = 1, 2, 4$ ;  $v_1 = v_x$ ,  $v_2 = v_y$ ,  $v_4 = v_z$ ,  $z_1 = x$ ,  $z_2 = y$ ,  $z_4 = z$ . Указанная связь имеет вид

$$p_{ii} = -2\mu \left( D_{ii} - \frac{1}{3} \operatorname{div} v \right) = -2\mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial z_i} - \frac{1}{3} \operatorname{div} v \right);$$

$$p_{ij} = -2\mu D_{ij} = -\mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial z_j} - \frac{\partial v_j}{\partial z_i} \right). \quad (4.44)$$

Здесь  $\mu$  – коэффициент динамической молекулярной вязкости среды. Отметим, что приведённые соотношения указывают на симметричность тензора напряжений, т.е.  $p_{ij} = p_{ji}$ .

Для пояснения дальнейших преобразований напомним некоторые положения теории поля. Во-первых, укажем, что с точки зрения этой теории все величины, в обобщённом плане, относятся к классу тензоров, причём скаляр (температура, давление, концентрация и т.п.) является тензором нулевого ранга, вектор (плотность теплового потока, скорость, сила и т.п.) – тензором первого ранга и т.д. Можно видеть, что ранг тензора представляет собой ту степень  $n$  числа 3, при которой получается необходимое для полного описания величины количество компонентов. Все слагаемые физического уравнения должны иметь одинаковый тензорный ранг.

Во-вторых, операции дифференцирования и интегрирования величины изменяют её тензорный ранг. Если величина дифференцируется по аргументу, индекс которого отсутствует в индексе дифференцируемой функции (например,  $\partial p / \partial z_p$ ,  $\partial v_i / \partial z_j$  и т.д.) – такой индекс называют свободным, – то ранг тензора повышается на единицу (скаляр превращается в вектор, вектор – в тензор второго ранга и т.п.). При дифференцировании по аргументу, индекс которого присутствует в индексе компонента дифференцируемой функции (например,  $\partial v_i / \partial z_i$ ,  $\partial D_{ij} / \partial z_j$  и т.д.) – такой индекс называется индексом суммирования или неммым индексом, – тензорный ранг на единицу уменьшается (вектор  $v$  становится скаляром  $\operatorname{div} v$ , тензор второго ранга  $D_{ij}$  – вектором  $\operatorname{div} D$  и т.д.). Подходя с этих позиций к обобщению уравнения (4.39) на случай реальных жидкостей и газов и замечая, что тензор напряжений имеет второй ранг, приходим к необходимости выбрать такую операцию дифференцирования  $\Pi$ , которая давала бы функцию, имеющую векторный характер. Тогда вектор  $\operatorname{grad} p$  в предыдущих уравнениях следует заменить вектором  $\operatorname{div} \Pi$  – дивергенцией тензора  $\Pi$ . Тремя проекциями вектора  $\operatorname{div} \Pi$  на оси прямоугольной системы координат являются

$$\frac{\partial p}{\partial z_i} + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial p_{ji}}{\partial z_j},$$

где  $i, j = 1, 2, 4$ , а оператор  $\partial/\partial z_i$  означает производную по пространственной координате при постоянном времени. Теперь вместо уравнения (4.39) второй закон Ньютона выразится формулой

$$\rho \frac{dv}{d\tau} = \sum_k c_k K_k - \operatorname{div} \Pi. \quad (4.45)$$

Соответственно соотношение

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\rho v^2}{2} \right) + \operatorname{div} \left( \frac{\rho v^2}{2} v \right) = v \cdot \left( \sum_k c_k K_k - \operatorname{div} \Pi \right) \quad (4.46)$$

заменяет уравнение (4.42).

Рассмотрим уравнение (4.45) подробнее. В большинстве случаев единственной внешней силой является сила тяжести. Тогда первое слагаемое правой части упрощается и принимает вид

$$\sum_k c_k K_k = \rho g,$$

где  $g$  – ускорение свободного падения. Записанные ранее соотношения, выражающие связь компонентов тензора напряжений с компонентами тензора скоростей деформации, можно, используя индексную форму записи, представить в виде одного уравнения

$$\Pi_{ij} = p \delta_{ij} - \mu \left[ \partial v_i / \partial z_j + \partial v_j / \partial z_i - (2/3) \delta_{ij} \operatorname{div} v \right], \quad (4.47)$$

где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера. Подставив (4.47) в (4.45), получаем

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial \tau} + (v \cdot \nabla) v \right) = -\operatorname{grad} p + \operatorname{div} \left\{ \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial z_j} + \frac{\partial v_j}{\partial z_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \delta \operatorname{div} v \right\} + \rho g, \quad (4.48)$$

где  $\delta$  – единичный тензор второго ранга, компонентами которого являются символы Кронекера  $\delta_{ij}$ .

Уравнение (4.48) используется как составная часть математической модели теплотехнологического объекта в тех случаях, когда в исследуемой области весьма существенна неравномерность температурного поля (зависимостью  $\mu$  от давления для газов можно пренебречь) или когда значительны эффекты турбулентности потока (например, при факельном отоплении агрегата с применением в топливосжигающих устройствах специальных турбулизаторов). Для потоков с развитой турбулентностью коэффициент динамической

молекулярной вязкости  $\mu$  в (4.48) заменяют его эффективным значением  $\mu_{\text{эф}} = \mu + \mu_{\tau}$ , где  $\mu_{\tau}$  – коэффициент динамической турбулентной (вихревой) вязкости.

При моделировании высокотемпературных плавильных (или термических) печей в первом приближении можно полагать  $\mu = \text{const}$  (вычисленным по средней температуре печи). Тогда из (4.48) получаем хорошо известные уравнения Навье–Стокса для сжимаемой жидкости с постоянной вязкостью, которые после объединения их с общим уравнением неразрывности для двумерного течения принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau}(\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_x v_y) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_{\text{эф}} \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_{\text{эф}} \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\mu_{\text{эф}} \text{div} v), \end{aligned} \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau}(\rho v_y) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x v_y) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y^2) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_{\text{эф}} \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_{\text{эф}} \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial y} (\mu_{\text{эф}} \text{div} v) - \rho g. \end{aligned} \quad (4.50)$$

Опять замечаем, что если первые и последние слагаемые правой части (2.49) и (4.50) интерпретировать как источники (стоки) количества движения, то этим уравнениям можно придать каноническую форму:

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\rho v_x) + \text{div}(\rho v v_x) = \text{div}(\mu_{\text{эф}} \text{grad} v_x) + R_{v_x}, \quad (4.51a)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\rho v_y) + \text{div}(\rho v v_y) = \text{div}(\mu_{\text{эф}} \text{grad} v_y) + R_{v_y}, \quad (4.51б)$$

где

$$R_{v_x} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\mu_{\text{эф}} \text{div} v),$$

$$R_{v_y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial y} (\mu_{\text{эф}} \text{div} v) - \rho g.$$



## 4.5. Баланс энергии

При составлении уравнения баланса энергии для высокотемпературных теплофизических систем обязательно нужно учитывать то обстоятельство, что практически все эти системы являются *открытыми*. Поэтому для элемента объёма непрерывной системы важно правильно определить понятие «теплота». В термодинамике показывается, что теплоту  $dQ$ , подведённую к отдельной открытой фазе при бесконечно малом изменении состояния, можно определить следующим образом:

$$dQ \equiv dE - dW^* - \sum_k H_k d_e n_k, \quad (4.52)$$

где  $E$  – полная энергия фазы;  $dW^*$  – бесконечно малая работа, совершаемая над соответствующей фазой, если бы она была закрытой;  $H_k$  – парциальная молярная энтальпия частиц вида  $k$  в фазе и  $d_e n_k$  – бесконечно малое приращение числа молей вещества  $k$  в фазе вследствие массообмена с окружающей средой. Напомним, что в формулировке первого закона термодинамики (4.52) полным дифференциалом является только дифференциал полной энергии  $E$ . Распространим теперь условие (4.52) на непрерывные системы.

Полную энергию  $E$  любой системы или области системы можно разложить на составляющие следующим образом:

$$E = U + E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}}, \quad (4.53)$$

где  $U$  – внутренняя энергия;  $E_{\text{кин}}$  – макроскопическая кинетическая энергия и  $E_{\text{пот}}$  – потенциальная энергия во внешних консервативных силовых полях.

В непрерывных системах, как уже отмечалось, принято относить макроскопическое движение к центру масс каждого элемента объёма. Следовательно, для плотности кинетической энергии, т.е. для макроскопической кинетической энергии элемента объёма, отнесённой к единице объёма, запишем

$$E_{\text{кин}} = \rho v^2/2.$$

Соответственно должны измениться выражения для полной энергии элемента объёма, работы, совершаемой над элементом объёма, который предполагается закрытым, и аналогичное последнему слагаемому уравнения (4.52) выражение для наблюдателя, движу-

щегося совместно с центром масс, так что аналог  $dQ$  для непрерывных систем также определяется в системе центра масс.

Предположим сначала, что система изотропна и не имеет внутреннего трения. Интенсивность переноса теплоты из системы в окружающую среду (или наоборот) будем характеризовать вектором *плотности теплового потока*  $J_Q$ , модуль которого численно равен количеству теплоты, проходящей в единицу времени через единицу поверхности системы (или границы раздела фаз) по направлению внешней нормали к ней. Читатель знаком с основными положениями термодинамики хотя бы из курса физики, поэтому здесь мы отметим лишь два момента. Во-первых, укажем, что не все приращения величин, входящих в (4.52), имеют одинаковый математический характер (об этом мы уже говорили ранее). Полным дифференциалом является лишь  $dE$ , так как работа  $dW^*$ , теплота  $dQ$  и энергия переноса массы  $\sum H_k d_e n_k$  зависят от процесса перехода системы из одного состояния в другое. Во-вторых, аналогом полного дифференциала функции  $dZ$  для непрерывной системы (см., например, (4.5) или (4.6)) является выражение  $\partial Z_V / \partial \tau + \text{div} J_Z$ . Поскольку  $dW^*$ ,  $dQ$  и  $d_e n_k$  не представляют собой полных дифференциалов, то в их представлении для непрерывных систем локальная производная  $\partial Z_V / \partial \tau$  выпадает. Учитывая, что в общем случае

$$dW^* = -pdV + \sum_k K_k^{(e)} dz_k,$$

где  $K_k^{(e)}$  – внешняя сила  $k$ -того типа, действующая на систему (фазу) со стороны окружающей среды, а  $z_k$  – координата системы, соответствующая силе  $K_k^{(e)}$ , и используя результаты, полученные в предыдущих параграфах, для вектора плотности теплового потока находим

$$\begin{aligned} -\text{div} J_Q &= \frac{dU_V}{d\tau} + \text{div} (U_V v) + \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{1}{2} \rho v^2 v \right) + \text{div} \left( \frac{1}{2} \rho v^2 v \right) - \\ &- \sum_k c_k K_k v_k + \text{div} (pv) + \text{div} \left( \sum_k H_k J_k \right). \end{aligned} \quad (4.54)$$

Чтобы выяснить физический смысл этого уравнения, умножим обе его части на  $dt$ , проинтегрируем по объёму  $V$  любой фазы рассматриваемой системы, имеющей замкнутую поверхность  $\Omega$ , используем теорему Остроградского–Гаусса и учтём (4.17). Тогда получим

$$\begin{aligned}
-\int_{\Omega} J_{Qn} d\Omega d\tau = & \int_V U_V dV + \int_{\Omega} U_V v_n d\Omega d\tau + d \left( \int_V \frac{1}{2} v^2 dV \right) + \int_{\Omega} \left( \frac{1}{2} v^2 \right) v_n d\Omega - \\
& - \sum_k \int_V c_k K_k v_k dV d\tau + \int_{\Omega} \rho v_n d\Omega d\tau + \sum_k \int_{\Omega} H_k c_k (v_{kn} - v_n) d\Omega d\tau.
\end{aligned}$$

Здесь  $J_{Qn}$ ,  $v_n$  и  $v_{kn}$  – нормальные составляющие  $J_Q$ ,  $v$  и  $v_k$  – в соответствующей точке поверхности фазы (системы). Из этого уравнения можно видеть, что для промежутка времени  $d\tau$  левая часть обозначает теплоту, подводимую извне в фазу системы; первые четыре слагаемые правой части представляют собой увеличение внутренней и кинетической энергии фазы системы с учётом потерь путём конвекции (в системе центра масс); пятое слагаемое описывает увеличение потенциальной энергии фазы во внешних консервативных силовых полях (что справедливо при любых характеристических скоростях, так как это слагаемое зависит только от движения частиц относительно неподвижных силовых полей); шестое слагаемое с обратным знаком представляет работу статического давления в (предполагаемой закрытой) фазе системы при перемещении поверхности (в системе центра масс). Последнее слагаемое характеризует перенос теплоты с массой (веществом), покидающей фазу или входящей в неё, для наблюдателя, движущегося вместе с центром масс. В соответствии с вышеуказанным, (4.54) является полным аналогом уравнения (4.52) для непрерывной системы.

Необходимо подчеркнуть, что уравнение (4.54) имеет общий характер; здесь не конкретизированы механизмы переноса теплоты и массы.

С помощью (4.42) из (4.54) с учётом (4.17) получаем

$$\frac{dU_V}{d\tau} = -\operatorname{div}(U_V v) - \operatorname{div} \left( J_Q + \sum_k H_k J_k \right) - p \operatorname{div}(v) + \sum_k K_k J_k, \quad (4.55)$$

где использована формула

$$\operatorname{div}(pv) = p \operatorname{div}(v) + v \cdot \operatorname{grad}(p). \quad (4.56)$$

Для системы с внутренним трением вместо (4.55) справедливо более общее соотношение

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U_V}{\partial \tau} = & -\operatorname{div}(U_V v) - \operatorname{div} \left( J_Q + \sum_k H_k J_k \right) - p \operatorname{div}(v) - \\
& - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 p_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial z_j} + \sum_k K_k J_k.
\end{aligned} \quad (4.57)$$

С помощью соотношения (4.56) уравнение (4.57) можно записать как условие *локального баланса внутренней энергии* аналогично (4.48) и (4.51):

$$\frac{\partial U_V}{\partial \tau} = -\operatorname{div}(U_V v) - \operatorname{div} J_U + q(U), \quad (4.58)$$

где

$$J_U \equiv J_Q + pv + \sum_k H_k J_k; \quad q(U) \equiv v \cdot \operatorname{grad} p - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 p_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial z_j} + \sum_k K_k J_k. \quad (4.59)$$

Сопоставляя (4.6) и (4.58) можно видеть, что они имеют одинаковую структуру. В соответствии с этим левую часть (4.58) можно трактовать как локальную (в точке) скорость изменения плотности внутренней энергии  $U_V$ , а первое слагаемое правой части  $-\operatorname{div}(U_V v)$  — как скорость изменения  $U_V$  вследствие конвективного переноса, причём  $U_V v$  представляет собой вектор *плотности потока внутренней энергии*. Так как эта величина включает скорость центра масс  $v$ , то в литературе слагаемое  $\operatorname{div}(U_V v)$  часто называют конвективным потоком внутренней энергии, хотя этот термин не вполне точен. В противоположность этому слагаемое  $\operatorname{div} J_U$  называют неконвективным потоком энергии, несмотря на то, что вектор плотности потока  $J_U$  характеризует перенос энергии в разной форме через границу раздела фаз. В соответствии с ранее данными определениями, можно трактовать  $J_U$  как суммарный поток (или отток) энергии в фазу системы непосредственно в виде теплоты ( $J_Q$ ), работы, произведённой статическим давлением, и с массой через границу раздела фаз вследствие диффузии в широком смысле слова. Локальное производство внутренней энергии  $q(U)$  складывается из работы статического давления и сил трения внутри фазы, а также из работы внешних сил по перемещению компонентов фазы внутри неё. Подчеркнём, что локальное производство возможно лишь для внутренней энергии, но не для полной энергии системы.

Вводя внутреннюю энергию  $u = U_V/\rho$  и используя правило дифференцирования произведения, левую часть и первое слагаемое правой части уравнений (4.57) и (4.58) можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial U_V}{\partial \tau} + \operatorname{div}(U_V v) = \rho \frac{du}{d\tau}. \quad (4.60)$$

Это соотношение позволяет записать условие локального баланса внутренней энергии в форме уравнения (4.48)

$$\rho \frac{du}{d\tau} = -\operatorname{div} J_U + q(U). \quad (4.61)$$

Подведём промежуточные итоги. Уравнение (4.61) исчерпывает ту часть математической модели теплоэнергетического агрегата или теплофизического процесса, которая определяется энергетическими аспектами. Здесь важно подчеркнуть, что уравнения локального баланса любой субстанции имеют один и тот же вид – общего уравнения неразрывности (4.6). Это очень важное обстоятельство, поскольку оно позволяет впоследствии унифицировать блоки численной модели процесса или агрегата (и программы решения задачи).

Однако все сформулированные выше уравнения ничего не говорят о взаимосвязанности разных явлений (если не иметь в виду общие соображения о развитии процесса), а также об их направлениях. Они и не могут этого сделать, так как из термодинамики известно, что о направлении и неравновесности процессов свидетельствует изменение такого параметра состояния системы, как энтропии.

#### 4.6. Баланс энтропии

Для любого элемента объёма изотропной системы при достаточно медленном протекании необратимых процессов справедливо известное их термодинамики *уравнение Гиббса*, которое можно записать в нескольких формах, например

$$Td\bar{S} = d\bar{U} + pd\bar{V} - \sum_k \mu_k dx_k,$$

$$TdS_V = dU_V - \sum_k \mu_k dc_k. \quad (4.62)$$

Здесь  $\bar{S}$  – молярная энтропия;  $S_V$  – плотность энтропии (энтропия на единицу объёма);  $\mu_k$  – химический потенциал, связанный с энтропией  $S$  соотношением

$$\mu_k = -T \left( \frac{\partial S}{\partial n_k} \right)_{T, p, n_i}.$$

Условие достаточно медленного протекания необратимых процессов, вообще говоря, совершенно не определено. Однако можно утверждать, что уравнение Гиббса справедливо практически для всех теплофизических процессов.

Возьмём за основу второе уравнение (4.62). Если в нём вместо дифференциалов ввести частные производные по времени, то для *локальной скорости увеличения плотности энтропии*  $S_V$  в рассматриваемом элементе объёма получим

$$\frac{\partial S_V}{\partial \tau} = \frac{1}{T} \frac{\partial U_V}{\partial \tau} - \frac{1}{T} \sum_k \mu_k \frac{\partial c_k}{\partial \tau}. \quad (4.63)$$

Это уравнение является исходным для составления баланса энтропии.

Скорости изменения параметров, фигурирующие в правой части уравнения (4.63), определим из уравнения баланса вещества (4.29) и энергии (4.57), которые уже учитывают закон сохранения количества движения. Тогда с учётом (4.59) имеем

$$\frac{\partial c_k}{\partial \tau} = -\operatorname{div}(c_k v_k) + \sum_k v_{kr} w_r, \quad (4.64)$$

$$\frac{\partial U_V}{\partial \tau} = -\operatorname{div}\left(J_Q + \sum_k H_k c_k v_k\right) + v \cdot \operatorname{grad} p - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 p_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial z_j} + \sum_k K_k J_k. \quad (4.65)$$

Учтём теперь соотношение

$$\mu_k = H_k - T S_k, \quad (4.66)$$

где  $S_k$  – парциальная молярная энтропия частиц вида  $k$ , а также введём понятие *сродства*  $A_r$  химической реакции

$$A_r = -\sum_k v_{kr} \mu_k. \quad (4.67)$$

Воспользовавшись векторными равенствами

$$\begin{aligned} \frac{a}{T} \operatorname{div} J &= \operatorname{div} \left( \frac{J}{T} \right) - J \cdot \operatorname{grad} \left( \frac{a}{T} \right), \\ \frac{1}{T} \operatorname{div} J &= \operatorname{div} \left( \frac{J}{T} \right) + \frac{J}{T^2} \cdot \operatorname{grad} (T), \end{aligned}$$

из (4.64)–(4.65) после несложных преобразований получим

$$\frac{\partial S_V}{\partial \tau} = -\operatorname{div} \left( \frac{J_Q}{T} \right) - \frac{J_Q}{T^2} \cdot \operatorname{grad} T - \operatorname{div} \left( \sum_k S_k c_k v_k \right) -$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{T^2} \sum_k H_k c_k v_k \cdot \text{grad} T + \frac{v}{T} \cdot \text{grad} p - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 p_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial z_j} + \frac{1}{T} \sum_k K_k J_k - \\
& - \sum_k c_k v_k \cdot \text{grad} \left( \frac{\mu_k}{T} \right) + \frac{1}{T} \sum_r w_r A_r. \tag{4.68}
\end{aligned}$$

Для упрощения (4.68) используем равенство

$$\text{grad}(\mu_k/T) = - (H_k/T^2) \text{grad} T + (\text{grad} \mu_k)_T / T, \tag{4.69}$$

вытекающее из (4.66). Здесь индекс  $T$  при последнем градиенте указывает на то, что слагаемое с  $\text{grad} T$  уже исключено и, следовательно, речь идёт лишь о градиенте химических потенциалов, обусловленных градиентами давления и концентрации. С помощью соотношения Гиббса–Дюгема

$$S_V dT - dp + \sum_k c_k d\mu_k = 0$$

определяем

$$\sum_k c_k (\text{grad} \mu_k)_T = \text{grad} p. \tag{4.70}$$

Выражения (4.69) и (4.70) совместно с тождеством (4.17) позволяют обобщить четвёртое, пятое, седьмое и восьмое слагаемые правой части уравнения (4.68) следующим образом:

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{T^2} \sum_k H_k c_k v_k \cdot \text{grad} T + \frac{v}{T} \cdot \text{grad} p + \frac{1}{T} \sum_k K_k J_k - \sum_k c_k v_k \cdot \text{grad} \left( \frac{\mu_k}{T} \right) = \\
& = \frac{1}{T} \sum_k J_k \cdot [K_k - (\text{grad} \mu_k)_T]. \tag{4.71}
\end{aligned}$$

Из (4.68) и (4.71) получаем конечную формулу для локальной скорости роста плотности энтропии в элементе объёма непрерывной системы

$$\frac{\partial S_V}{\partial \tau} = -\text{div} J_S + \mathfrak{S}, \tag{4.72}$$

где

$$J_S \equiv \frac{J_Q}{T} + \sum_k S_k c_k v_k; \tag{4.73}$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{Q} \equiv & -\frac{1}{T^2} J_Q \cdot \text{grad } T + \frac{1}{T} \sum_k J_k \cdot [K_k - (\text{grad} \mu_k)_T] + \\ & + \frac{1}{T} \sum_r w_r A_r - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 p_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial z_j}. \end{aligned} \quad (4.74)$$

Уравнение (4.72) аналогично (4.6) и, следовательно, представляет соотношение для локального баланса энтропии или уравнение неразрывности энтропии. В соответствии с этим  $J_S$  – плотность потока энтропии и  $\mathfrak{Q} = q(S)$  – локальное производство энтропии.

Отрицательная дивергенция плотности потока энтропии  $J_S$  является той частью локальной скорости увеличения плотности энтропии, которая связана с тепло- и массообменом между рассматриваемым элементом объёма и внешней средой. Эта величина, важная для характеристики системы, тем не менее, никак не отражает взаимовлияние разных процессов внутри агрегата.

Локальное производство энтропии – та часть локальной скорости приращения плотности энтропии, которая связана с необратимостью процессов внутри рассматриваемого элемента объёма и с самими процессами. Поэтому можно считать, что именно эта величина характеризует взаимосвязь разнородных явлений или, как ещё говорят, *перекрёстные эффекты*. Нетрудно показать, что *всегда*

$$\mathfrak{Q} \geq 0, \quad (4.75)$$

тогда как знаки  $\text{div} J_S$  могут быть разными.

#### 4.7. Феноменологические законы

В соответствии с результатами предыдущего параграфа, общей характеристикой протекания необратимых процессов в непрерывных системах является локальное производство энтропии  $\mathfrak{Q}$  или, что то же самое, произведение

$$\Psi = T\mathfrak{Q}.$$

Величину  $\Psi$  называют *диссипативной функцией*. Согласно (4.74) и (4.75), для любых процессов в изотропных средах при постоянных внешних силовых полях

$$\Psi = J_Q X_Q + \sum_k J_k X_k + \sum_r w_r A_r + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 p_{ij} X_{ij} \geq 0, \quad (4.76)$$



где

$$X_Q \equiv -(1/T)\text{grad}T, \quad (4.77)$$

$$X_k \equiv K_k - (\text{grad}\mu_k)_T, \quad (4.78)$$

$$X_{ij} \equiv -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial z_j} + \frac{\partial v_j}{\partial z_i} \right), \quad (i, j = 1, 2, 3). \quad (4.79)$$

Величины  $J_Q$  (плотность теплового потока),  $J_k$  (плотности диффузионных потоков в широком смысле слова),  $w_r$  (скорости реакций) и  $p_{ij} = p_{ji}$  (компоненты сил трения или плотности импульсных потоков) называются *обобщёнными потоками*. Величины  $X_Q$ , содержащие температурный градиент,  $X_k$  – разности между внешней молярной силой и градиентом химического потенциала при постоянной температуре,  $A_r$  – сродства и  $X_{ij} = X_{ji}$ , содержащие скорость деформации, называются *обобщёнными силами*. Следовательно, диссипативная функция  $\Psi$  имеет *билинейную форму* (сумму из двухчленных произведений) из обобщённых потоков и сил.

Как уже отмечалось, из  $N$  диффузионных потоков независимы являются лишь  $N - 1$ . Поэтому исключим из (4.76) зависимый диффузионный поток и одновременно введём в качестве расчётных диффузионных потоков величины

$$J_k^* = M_k J_k,$$

для которых справедливо равенство (4.21)  $\sum_k J_k^* = 0$ . Тогда какой-либо поток, например первый, можно исключить соотношением

$$J_1^* = -\sum_{k=2}^N J_k^*$$

и вместо (4.76) использовать выражение

$$\Psi = J_Q X_Q + \sum_{K=2}^N J_K^* \cdot (X_K^* - X_1^*) + \sum_{r=1}^R w_r A_r + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 p_{ij} X_{ij} \geq 0, \quad (4.76a)$$

где

$$X_k^* = \frac{X_k}{M_k} = \frac{1}{M_k} [K_k - (\text{grad}\mu_k)_T], \quad (4.78a)$$

а  $R$  – число независимых химических реакций.

По определению, если в системе все интенсивные величины (температура, давление, концентрация и т.д.) имеют не зависящие от времени значения, то система находится или в равновесии, или в стационарном неравновесном состоянии. Последнее мы будем кратко называть стационарным состоянием. Различие между этими двумя вариантами можно установить на следующем примере.

Пусть в стенку агрегата, в котором поддерживается некоторая постоянная температура  $t_1$ , вмонтирован металлический стержень, контактирующий как с внутренним пространством агрегата, так и с окружающей средой, имеющей температуру  $t_2 < t_1$ . Если для простоты считать боковую поверхность стержня теплоизолированной, то в условиях, когда температуры системы не зависят от времени, состояние стержня будет характеризоваться линейной функцией координаты

$$t(x) = t_1 - (t_1 - t_2) \frac{x}{L},$$

где  $x$  – текущая координата, отсчитываемая от левого сечения стержня, а  $L$  – длина стержня. Такому изменению температуры соответствует плотность теплового потока (обобщённая сила), равная  $J_Q = \lambda(t_1 - t_2)/L$ , где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности стержня, и градиент температуры  $\text{grad}t = (t_1 - t_2)/L$ . Это, очевидно, стационарное состояние, так как, во-первых, происходит непрерывная передача теплоты из агрегата в окружающую среду, и, во-вторых, при равновесии температура во всех точках стержня должна быть одинаковой. Если стержень изолировать и от агрегата, и от окружающей среды, что приведёт к изолированной системе, то различие между стационарным состоянием и равновесием станет очевидным: в первом случае после изоляции ещё протекают процессы (выравнивание температуры), во втором случае в системе не происходит изменений.

Но изолировать систему – значит исключить проникновение в неё потоков теплоты и массы. Следовательно, при полном равновесии в системе, прежде всего, становятся равными нулю обобщённые потоки:

$$J_Q = 0, \quad J_k^* = 0, \quad w_r = 0, \quad p_{ij} = 0 \quad (\text{равновесие}).$$

Далее, по физическому смыслу и из определяющих уравнений (4.67), (4.77)–(4.79) имеем

$$X_Q = 0, \quad X_k = 0, \quad A_r = 0, \quad X_{ij} = 0 \quad (\text{равновесие}).$$

Таким образом, и обобщённые потоки, и обобщённые силы, которые входят в диссипативную функцию  $\Psi$ , в случае равновесия

становятся равными нулю. Это обстоятельство, а также математические свойства билинейной функции позволяют предположить, что отклонения от равновесия, т.е. необратимые процессы, протекающие в рассматриваемой системе, можно описать в первом приближении с помощью однородных линейных соотношений между потоками и силами типа

$$J_i = \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} X_j, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (4.80)$$

Здесь  $m$  – верхний предел переменной ( $N$  или  $R$ ). Связи (2.80) называются *феноменологическими законами*, а величины  $\alpha_{ij}$  – *феноменологическими коэффициентами*.

$\alpha_{ij}$  не являются ни термодинамическими функциями, ни кинетическими константами и их значения выясняются только при рассмотрении какого-либо конкретного процесса. Феноменологические коэффициенты могут быть любыми функциями параметров состояния системы (температуры, давления, состава и т.д.), однако они не зависят ни от потоков  $J_r$ , ни от сил  $X_j$ .

Соотношения (4.80) справедливы для состояния, не слишком удалённого от равновесия. Это не очень чёткое ограничение, но другого попросту не имеется. Можно только отметить, что практически все плавильные процессы удовлетворяют этому неопределённому условию.

Рассмотрим сначала самый общий случай. За исходное примем уравнение (4.76а), в котором все потоки и силы независимы. Тогда в качестве феноменологических соотношений для типичной феноменологической системы можно записать

$$J_i^* = \sum_{k=2}^N \alpha_{ik} (X_k^* - X_1^*) + \alpha_{iQ} X_Q, \quad i = 2, 3, \dots, N; \quad (4.81)$$

$$J_Q = \alpha_{QQ} X_Q + \sum_{i=2}^N \alpha_{Qi} (X_i^* - X_1^*); \quad (4.82)$$

$$w_r = \sum_{s=1}^R a_{rs} A_s - \beta'_r \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \delta_{ij} X_{ij}, \quad r = 1, 2, \dots, R; \quad (4.83)$$

$$p_{ij} = \beta_r X_{ij} + \delta_{ij} \sum_{r=1}^R a_{sr} A_r, \quad (4.84)$$

где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера ( $\delta_{ij} = 1$  при  $i = j$ ;  $\delta_{ij} = 0$  при  $i \neq j$ ).

В линейных уравнениях (4.81) и (4.82) не учитывалась зависимость диффузионных потоков  $J_j^*$  и тепловых потоков  $J_Q$ , которые являются векторами, от скалярного сродства  $A_r$  и от тензора скоростей деформации  $\|X_{ij}\|$  (и наоборот). Такие зависимости абсолютно невозможны вследствие *принципа симметрии Кюри*, согласно которому величины разного тензорного характера не могут быть сопоставлены или, более строго, в одно феноменологическое уравнение могут входить тензоры, ранг которых отличается на 2. Напомним, что скалярная величина является тензором нулевого ранга, вектор – тензором 1-го ранга и тензор напряжений  $p_{ij}$  (или тензор скоростей деформации  $X_{ij}$ ) – тензором 2-го ранга.

Феноменологические коэффициенты подчиняются соотношениям *взаимности Онзагера*, конкретный вид которых зависит от тензорного ранга обобщённых потоков и сил. Применительно к (4.81)–(4.84) эти соотношения имеют вид

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ji} \quad (i, j = 2, 4, \dots, N), \quad (4.85)$$

$$\alpha_{iQ} = \alpha_{Qi} \quad (i = 2, 4, \dots, N), \quad (4.86)$$

$$a_{rs} = a_{sr} \quad (r, s = 1, 2, \dots, R), \quad (4.87)$$

$$\beta_r = -\beta_r' \quad (r = 1, 2, \dots, R). \quad (4.88)$$

Отличие (4.88) от остальных выражений объясняется физическими причинами, в которые мы вдаваться не будем.

Рассмотрим теперь подробнее соотношения (4.81), (4.82). В соответствии с определениями (4.77) и (4.78а) величины тепловых и диффузионных потоков зависят от градиента температуры (обобщённая сила  $X_Q$ ), внешних массовых сил и градиента химического потенциала, взятого при постоянной температуре (обобщённая сила  $X_k^*$ ). Будем полагать, простоты ради, что массовая сила  $K_k$  – сила тяжести  $M_k g$ .

Кроме того, учтём следующее выражение для градиента химического потенциала

$$(\text{grad} \mu_k)_T = V_k \text{grad} p + (\text{grad} \mu_k)_{T,p},$$

где индексы  $T$  и  $p$  указывают на то, что влияние этих параметров уже исключено. Тогда можно записать

$$X_k^* = g - (V_k/M_k) \text{grad} p - (1/M_k) (\text{grad} \mu_k)_{T,p}.$$

Наконец отметим, что в соответствии с уравнением Гиббса–Дюгема

$$(\text{grad}\mu_k)_{T,p} = \sum_{j=2}^N \left( \frac{\partial\mu_k}{\partial c_j} \right)_{T,p} \text{grad}c_j = \sum_{j=2}^N \left( \frac{\partial\mu_k}{\partial m_j} \right)_{T,p} \text{grad}m_j.$$

Таким образом, как показывают полученные результаты, обобщённые силы  $X_O$  и  $X_k^*$  определяются градиентами трёх параметров состояния системы: температуры, давления и концентрации. В общем случае от этих же градиентов зависят и обобщённые потоки  $J_O$  и  $J_i^*$ . Не останавливаясь на вопросах получения указанных зависимостей для многокомпонентных движущихся сред, приведём выражение для диффузионного потока (в широком смысле) в случае бинарной системы (например, горючее и окислитель):

$$J_i^* = -\rho D [\text{grad}m_i \pm (\delta_p/p) \cdot \text{grad}p \pm (k_T/T) \cdot \text{grad}T], \quad (4.89)$$

где верхний знак справедлив при  $i = 1$ , а нижний – при  $i = 2$ ;  $D$  – коэффициент диффузии;  $\delta_p$  – фактор бародиффузии, связанный с коэффициентом бародиффузии  $D_p$  и концентрациями компонентов соотношением

$$\delta_p = D_p m_1 m_2 / (D x_1 x_2);$$

$k_T = D_i m_1 m_2 / (D x_1 x_2)$  – термодиффузионный фактор или термодиффузионный коэффициент;  $D_i$  – коэффициент термодиффузии.

Из (4.86) следует, что в реальных промышленных агрегатах нет такого явления, как чистая диффузия. В однородной многокомпонентной системе, в которой имеют место градиенты температуры, концентрации и давления, нужно учитывать следующие механизмы переноса массы:

- диффузию (перенос вещества вследствие градиента концентрации);
- бародиффузию, обусловленную градиентом давления;
- термодиффузию, часто называемую *эффектом Соре*, – перенос вещества вследствие температурного градиента.

Следует оговориться, что если коэффициент диффузии  $D$  всегда положителен, то коэффициенты  $\delta_p$  и  $k_T$  могут иметь разные знаки. Так, например, для идеальных газовых смесей (а к ним можно отнести почти все продукты сгорания топлив) знак фактора бародиффузии определяется соотношением молекулярных масс компонентов. Можно отметить, что при бародиффузии в идеальных бинарных газовых смесях молекулы с меньшей молекулярной массой перемещаются из зоны с более высоким давлением в зону с более низким

давлением, а тяжёлые молекулы – наоборот. Коэффициенты  $D_i$  и  $k_T$  определяются таким образом, что их положительное значение соответствует переносу вещества с большей молекулярной массой в результате термодиффузии в направлении от более высокой к более низкой температуре, тогда как субстанция с меньшей молекулярной массой перемещается в направлении градиента температур.

Аналогичным образом, используя известные соотношения химической термодинамики и ранее полученные результаты, можно показать, что результирующее выражение для вектора плотности теплового потока в случае бинарной системы будет

$$J_Q = -\lambda_0 \text{grad}T - Q_2^* \rho D \cdot \text{grad}m_2 - Q_2^* \rho D \frac{M_1 M_2}{\rho \bar{V}^2} \text{grad}p, \quad (4.90)$$

где  $\lambda_0$  – коэффициент теплопроводности *при однородном перемешивании*, т.е. коэффициент, характеризующий перенос теплоты в системе, не имеющей градиентов давления и концентрации;  $Q_2^*$  – теплота переноса частиц второго компонента, т.е. теплота, переносимая одним молекул частиц второго компонента в результате диффузии в широком смысле слова при нулевой разности температур ( $\text{grad}T = 0$ );  $\bar{V} = 1/c$  – молярный объём смеси.

Таким образом, перенос теплоты складывается из трёх составляющих:

- теплопроводности – вследствие температурного градиента;
- термоэффекта, обусловленного давлением, – вследствие градиента давления;
- диффузионного термоэффекта (*эффекта Дюфора*) – в результате градиента концентрации.

Выражения (4.89) и (4.90) завершают решение задачи определения обобщённых потоков и феноменологических коэффициентов. Относительная значимость отдельных слагаемых этих уравнений в каждом конкретном теплофизическом процессе своя, и её нужно выявлять тщательным анализом, а возможно – и специально проведёнными экспериментами. Заметим, что эти уравнения охватывают не все явления, характерные для теплотехнологического агрегата, – здесь пока ничего не говорилось о закономерностях развития химических реакций, о тепловом излучении и т.п. Это сделано специально: во-первых, химические реакции всегда специфичны, и их целесообразно рассматривать для конкретной ситуации и, во-вторых, тепловое излучение обладает в значительной степени свойствами равновесного процесса, и его также лучше анализировать на примере конкретных систем.

#### 4.8. Обобщённые уравнения тепло- и массопереноса в технологических агрегатах

Воспользуемся теперь полученными результатами для записи введенных ранее уравнений локального баланса в окончательной (расчётной) форме. Прежде всего, начнём с уравнения сохранения массы  $k$ -того компонента. Воспользуемся соотношением (4.48а):

$$\rho \frac{dm_k}{d\tau} = -\operatorname{div} J_k^* + M_k \sum_{r=1}^R v_{kr} w_r.$$

Подставив сюда значение  $J_k^*$  из формулы (4.89) и раскрыв содержание субстанциональной производной, получим обобщённое дифференциальное уравнение диффузии

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{m}_k}{\partial \tau} + v \cdot \operatorname{grad} m_k \right) = \operatorname{div} \left[ \rho D \left( \operatorname{grad} m_k + \frac{\delta_p}{p} \operatorname{grad} p + \frac{k_T}{T} \operatorname{grad} T \right) \right] + M_k \sum_{r=1}^R v_{kr} w_r, \quad (4.91)$$

где  $k = 1, 2, \dots, N-1$ .

Формально при выводе уравнения (4.91) мы должны были к правой части общего уравнения неразрывности (4.46) прибавить слагаемое, обозначающее изменение полной массы, обусловленное излучением энергии. Однако для температур, которые имеют место в условиях работы типовых теплотехнологических агрегатов, этим изменением можно пренебречь.

Помимо  $(N-1)$ -го уравнения вида (4.91) должно выполняться и общее уравнение неразрывности (4.46)

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \operatorname{div} (\rho v) = 0$$

или, что то же самое

$$\frac{d\rho}{d\tau} + \rho \operatorname{div} v = 0.$$

Чтобы гарантировать выполнения баланса общей массы в процессе численного решения системы уравнений (4.91), объединим каждое уравнение этой системы с (4.46). Тогда получим

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (\rho m_k) + \operatorname{div} (\rho v m_k) = \operatorname{div} \left[ \rho D \left( \operatorname{grad} m_k + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\delta_p}{p} \operatorname{grad} p + \frac{k_T}{T} \operatorname{grad} T \right) \right] + M_k \sum_{r=1}^R v_{kr} w_r, \quad k = 1, 2, \dots, N-1. \quad (4.92)$$

Уравнение (4.92) имеет *дивергентную форму*, т.е. форму, обеспечивающую выполнение баланса массы как для бесконечно малого элемента системы, так и для системы в целом.

Если в качестве первого приближения полагать коэффициенты переноса постоянными (не зависящими от координат), то (4.91) можно записать в виде

$$\rho \left( \frac{\partial m_k}{\partial \tau} + v \cdot \nabla m_k \right) = \rho D \left( \nabla^2 m_k + \frac{\delta_p}{p} \nabla^2 p + \frac{k_T}{T} \nabla^2 T \right) + \\ + M_k \sum_{r=1}^R v_{kr} w_r, \quad (4.91a)$$

где  $\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}$  – векторный дифференциальный оператор (оператор градиента);  $\nabla^2 ( ) = \nabla \cdot [\nabla ( )] = \operatorname{div}[\operatorname{grad}( )]$  – оператор Лапласа (лапласиан);  $i, j$  и  $k$  – единичные орты системы координат. Форма уравнения (4.91a) может быть полезной при получении приближённых аналитических решений, результаты расчётов по которым обычно используются в качестве *контрольных вариантов* при отладке программ в процессе вычислительного эксперимента.

Следующим является дифференциальное уравнение переноса импульса. Как уже указывалось, при использовании скорости центра масс  $v$  уравнение движение газа (жидкости) сохраняет традиционную форму уравнения Навье (4.48). В дополнение к указанному ранее, отметим следующее обстоятельство. В большей части теплотехнологических агрегатов весьма существенную роль в теплопереносе играет теплообмен излучением. Квант энергии излучения  $h\nu$  связан с количеством движения (импульсом)  $h\nu/c$  ( $h$  – постоянная Планка;  $\nu$  – частота колебаний волны излучения;  $c$  – скорость света). Поэтому тепловой луч, проходя через газовую среду, создаёт в ней напряжения, которые характеризуются *тензором напряжений излучения*  $\tau_R$  с компонентами

$$\tau_{Rij} = -\frac{1}{c} \int_{4\pi} I_n n_j d\omega,$$



где  $I$  – интенсивность излучения;  $\omega$  – телесный угол и  $n_i$  – направляющий косинус теплового луча относительно  $i$ -той оси системы координат. Если эти напряжения существенны, то к правой части уравнений (4.48) следует добавить слагаемое  $\text{div}(\tau_{Rij})$ .

Оценить значимость напряжений излучения можно следующим образом. Определим по аналогии со средним статическим давлением  $\bar{p}$  давление излучения  $\bar{p}_R$  соотношением

$$\bar{p}_R = -(\tau_{R11} + \tau_{R22} + \tau_{R33})/3 = -\frac{1}{c} \int_{4\pi} Id\omega = E_R/3,$$

где  $E_R$  – объёмная плотность излучения для всего спектра, т.е. энергия излучения на единицу объёма. Она подобна внутренней энергии газа и, следовательно, должна рассматриваться как часть полной энергии газа в рассматриваемой точке в уравнении баланса энергии.

Для изотропного излучения, когда интенсивность излучения  $I$  не зависит от направления тепловой волны

$$\bar{p}_R = -\tau_{R11} = -\tau_{R22} = -\tau_{R33} = E_R/4.$$

Простейшим случаем теплового излучения является равновесное излучение, при котором температура среды постоянна во всём объёме. Для него

$$E_R = 4\sigma_0 T^4/c,$$

где  $\sigma_0$  – постоянная Стефана–Больцмана. Тогда

$\bar{p}_R = 4\sigma_0 T^4/(4c) = 2,52 \cdot 10^{-16} T^4$ , Па, и можно привести следующие значения давления излучения:

$T$ , К	1200	1600	2000	2500	4000	4500
$\bar{p}_R$ , Па	52,4	16,5	40,4	98,4	204,1	478,2

Таким образом, для реальных условий работы теплотехнологических агрегатов при атмосферном давлении  $10^5$  Па напряжение излучения можно не учитывать.

Для повышения точности численных расчётов целесообразно в дальнейшем использовать дивергентную форму уравнений движения:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \text{div}(\rho v \cdot v) = \text{div}(\mu_{эф} \text{grad} v) - \text{grad} p + \frac{1}{3} \text{grad}(\mu_{эф} \text{grad} v) + \rho g. \quad (4.93)$$

Перейдём теперь к уравнению баланса внутренней энергии (4.61), учитывая при этом наличие поля излучения. Подставим (4.90) в (4.61). При этом учтём, что интенсивность лучистого теплопереноса характеризуется плотностью потока излучения  $q_R$  (здесь мы использовали нетрадиционное обозначение этой величины, чтобы не путать её с полной энергией системы  $E$ ). Тогда после элементарных преобразований, используя ряд термодинамических соотношений, окончательно получим

$$c_p \left[ \frac{\partial}{\partial \tau} (\rho T) + \operatorname{div} (\rho v T) \right] = \operatorname{div} \left[ q_R + \lambda \operatorname{grad} T + \rho D \sum_{k=1}^N Q_k^* \operatorname{grad} m_k + \right. \\ \left. + \frac{1}{\rho V^2} \left( \sum_{k=1}^{N-1} Q_k^* D_{pk} M_k M_{k+1} \right) \operatorname{grad} p \right] - \sum_{r=1}^R \sum_{k=1}^N v_{kr} H_k w_r - \frac{T}{V} \left( \frac{d\bar{V}}{dT} \right) \frac{dp}{d\tau} - \\ - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 p_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial z_j} - \sum_{k=1}^N c_{pk} J_k^* \cdot \operatorname{grad} T - \sum_{k=1}^N \frac{1}{M_k} J_k^* \cdot (\operatorname{grad} H_k)_{T,p} + \sum_{k=1}^N J_k^* \cdot K_k^* \quad (4.94)$$

Это – дифференциальное уравнение *Фурье–Кирхгофа*. Левая часть (4.94) отражает полное изменение энтальпии потока в данной точке. В правой части первое слагаемое характеризует перенос теплоты излучением, теплопроводностью, диффузионной теплопроводностью, а также за счёт градиента давления. Второе слагаемое является источником (стоком) теплоты, обусловленным протеканием химических реакций; третье отражает работу сил давления. Четвёртое слагаемое является источником теплоты за счёт диссипации энергии движения, т.е. за счёт перехода работы сил внутреннего трения в теплоту. Пятое и шестое слагаемые отображают перенос теплоты за счёт диффузионного потока массы, и, наконец, последнее является источником теплоты, обусловленным работой внешних сил в процессе диффузионного переноса массы.

Отметим, что уравнение (4.94) является *интегро-дифференциальным*, поскольку вектор плотности потока излучения  $q_R$  имеет компоненты

$$q_{Ri} = \int_{4\pi} I n_i d\omega,$$

где  $n_i$  – направляющий косинус теплового луча относительно  $i$ -той оси системы координат. Интенсивность излучения  $I$ , в свою очередь, является функцией частоты  $\nu$  волны излучения

$$I = \int_0^{\infty} I_\nu d\nu,$$

причём спектральная интенсивность излучения  $I_\nu$  даже при пренебрежимо малом рассеянии излучения газовой средой определяется довольно сложным уравнением переноса

$$l \frac{\partial I_\nu}{\partial x} + m \frac{\partial I_\nu}{\partial y} + n \frac{\partial I_\nu}{\partial z} = \rho k'_\nu (B_\nu - I_\nu),$$

где  $l, m, n$  – направляющие косинусы теплового луча,

$k'_\nu = k_\nu \left[ 1 - \exp \left( 1 - \frac{\hbar \nu}{kT} \right) \right]$  – приведённый коэффициент поглощения;

$k_\nu$  – коэффициент поглощения (ослабления) излучения;  $k$  – постоянная Больцмана,

$$B_\nu = \frac{2\hbar \nu^2}{c^2 \left[ \exp \left( \frac{\hbar \nu}{kT} \right) - 1 \right]} - \text{функция Планка.}$$

Уравнения (4.91)–(4.94) не исчерпывают математической модели теплотехнологического объекта. Например, пока нет уравнений, описывающих изменение состояния обрабатываемых изделий, ограждающих рабочее пространство стенок, нет граничных условий и т.п. Но всё то, чего пока нет, определяется конкретным технологическим процессом. В то же время *уравнения (4.91) – (4.94) должны выполняться в любом случае*. Они являются *обязательным блоком* любой математической модели. Можно уверенно утверждать, что если в какой-то конкретной математической модели агрегата отсутствует хотя бы одно из этих трёх уравнений, то результаты моделирования не имеют общего характера и, в большинстве случаев, не позволяют проникнуть в сущность теплофизических процессов.

#### **4.9. Пример использования термодинамического подхода для разработки полных моделей систем с распределёнными параметрами**

В каждом конкретном случае математическая модель объекта или процесса будет включать различное количество из приведённых выше обобщённых уравнений, причём число этих уравнений устанавливается путём тщательного физического анализа.

Выберем для иллюстрации конкретную схему агрегата, представленную на рис. 4.2. Пусть это будет одна из зон методической нагрева-

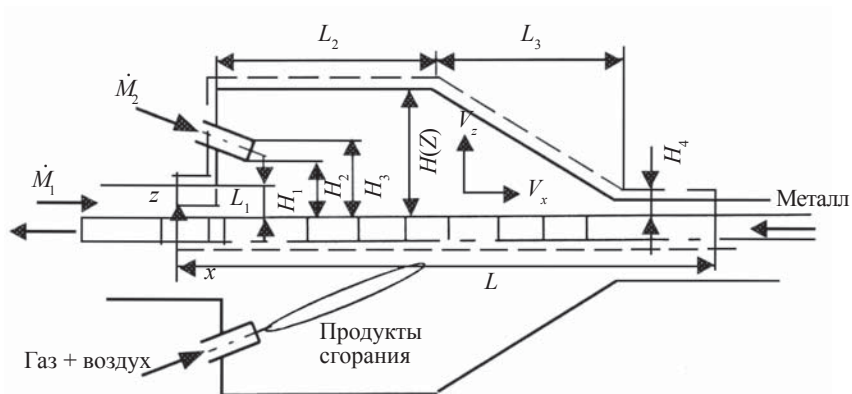
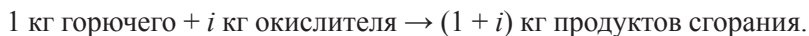


Рис. 4.2. Принципиальная схема нагревательной печи

тельной печи или самостоятельная нагревательная печь такой конструкции. Хотя известно, что при такой схеме печи верхняя и нижняя зоны работают несимметрично, простоты ради предположим существование симметрии переменных процесса. Тогда можно ограничиться анализом процессов в контрольном объёме, показанном штриховой линией.

Основным энергоносителем в данном агрегате является топливо (или, более точно, продукты его сгорания). Поэтому, прежде всего, нужно описать процесс горения. Система химических реакций, которые возникают при горении, весьма сложна. Например, углеводородное топливо может содержать сотни отдельных компонентов, которые, соединяясь с кислородом, образуют многочисленные промежуточные продукты сгорания с малым временем существования, помимо стабильных оксидов  $H_2O$ ,  $CO$  и  $CO_2$ . Даже если бы возможности вычислительной техники позволяли включать все эти компоненты и реакции в схему расчёта, то и тогда этого не удалось бы сделать, так как термодинамические и переносные свойства, а также константы химического равновесия для огромного большинства компонентов и промежуточных продуктов неизвестны.

Поэтому поступим стандартным образом. Будем считать топливо и окислитель простыми реагентами, которые всегда соединяются в одном и том же (стехиометрическом) соотношении. Тогда, обозначая индексом «гор» и «ок» соответственно топливо (горючее) и окислитель, можно записать:



Если  $R_{\text{гор}}$  и  $R_{\text{ок}}$  обозначить скорости расходования горючего и окислителя в процессе химической реакции ( $R_j = M_j v_j w_j$ ), то данное предположение сводится к соотношению  $R_{\text{гор}} = R_{\text{ок}}/i$ .

Как правило, изменение давления в рабочем пространстве нагревательных печей весьма мало, так что без существенной потери точности допустимо полагать  $\text{grad} p \approx 0$ . Учитывая, что для газов в области температур до 2500 К  $k_T \sim 10^{-3} \dots 10^{-5}$ , можно пренебречь и термодиффузией. Тогда уравнение (4.92) значительно упростится и примет вид

$$\rho \left( \frac{\partial m_{\text{гор}}}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial m_{\text{гор}}}{\partial x} + v_z \frac{\partial m_{\text{гор}}}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{\text{эф гор}} \rho \frac{\partial m_{\text{гор}}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_{\text{эф гор}} \rho \frac{\partial m_{\text{гор}}}{\partial z} \right) + R_{\text{гор}}. \quad (4.94a)$$

Аналогичный вид имеет уравнение для  $m_{\text{ок}}$ . Здесь  $D_{\text{эф}}$  – эффективный коэффициент диффузии, свой для ламинарного и турбулентного режимов течения,

$$R_{\text{гор}} = -K p^2 m_{\text{гор}} m_{\text{ок}} \exp \left( -\frac{E}{RT} \right).$$

Эмпирические константы  $E$  и  $K$  определяются видом топлива и типом топливосжигающего устройства.

Объединив общее уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial (\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} = 0$$

с выражением (а), получим

$$\frac{\partial (\rho m_j)}{\partial \tau} + \frac{\partial (\rho v_x m_j)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v_z m_j)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{\text{эф}j} \rho \frac{\partial m_j}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_{\text{эф}j} \rho \frac{\partial m_j}{\partial z} \right) + R_j, \quad (4.95)$$

где  $j = \text{гор}, \text{ок}$ .

Это – первое уравнение математической модели рассматриваемого агрегата. Его преимущество перед соотношением (4.94a) состоит в том, что (4.95) записано в консервативной или дивергентной форме, т.е. в форме закона сохранения, причём данный закон выполняет

ся как для бесконечно малого объёма непрерывной среды, так и для объёма конечных размеров. Кроме того, при использовании уравнения (4.95) не нужно заботиться об удовлетворении закона сохранения общей массы системы, так как последнее уже содержится в (4.95).

Переходя уравнению движения (уравнению баланса импульса) отметим два обстоятельства. Во-первых, при турбулентном и переходном режимах течения реагирующего газа основной составляющей коэффициента переноса импульса является турбулентная вязкость, и, следовательно, коэффициент динамической молекулярной вязкости  $\eta$  должен быть заменён на коэффициент эффективной вязкости  $\eta_{\text{эф}}$ . Во-вторых, при ширине печи, превышающей её высотные размеры, можно ограничиться анализом закономерностей двумерного движения. Тогда, объединяя (4.93) с общим уравнением неразрывности, можно записать:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho v_x^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_x v_z)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_{\text{эф}} \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_{\text{эф}} \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\eta_{\text{эф}} \text{div} v), \end{aligned} \quad (4.96)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho v_z v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_z^2)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_{\text{эф}} \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_{\text{эф}} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\eta_{\text{эф}} \text{div} v) - \rho g. \end{aligned} \quad (4.97)$$

Рассмотрим теперь уравнение энергии – уравнение Фурье–Кирхгофа. Для условий работы анализируемого агрегата, как уже отмечалось, градиент давления крайне мал и, следовательно, термоэффектом, обусловленным давлением, можно пренебречь. Незначительна также работа сил давления и аэродинамического нагрева, перенос теплоты за счёт диффузии под действием внешних сил (сил тяжести), а также диффузионный термоэффект. Учёт этих обстоятельств позволяет существенно упростить уравнение (4.94). Однако здесь есть и новые аспекты. Прежде всего это касается коэффициента теплопроводности  $\lambda$ , который следует заменить на его эффективное значение  $\lambda_{\text{эф}}$ , включающее турбулентный перенос. Далее необходимо учесть энергию турбулентных пульсаций (флуктуаций) или

$$\text{интенсивность турбулентности } E_{\tau} = \left[ (v'_x)^2 + (v'_y)^2 + (v'_z)^2 \right] / 2,$$

для которой в турбулентном потоке также должен выполняться своеобразный закон сохранения (уравнение переноса), и, наконец, необходимо преобразовать уравнение (4.94) для условий турбулентного течения.

Таким образом, с достаточной степенью точности можно записать

$$c_p \left[ \frac{\partial(\rho T)}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho v_x T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_z T)}{\partial z} \right] = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_{\text{эф}} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{\text{эф}} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + R_i, \quad (4.98)$$

где

$$R_i = - \sum_{j=1}^2 H_j R_j + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \eta_{\text{эф}} \frac{\partial(v^2/2)}{\partial x} + \Gamma_k \frac{\partial E_{\text{т}}}{\partial x} + \rho \sum_{j=1}^2 Q_j^* D_{\text{эф}j} \frac{\partial m_j}{\partial x} \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \eta_{\text{эф}} \frac{\partial(v^2/2)}{\partial z} + \Gamma_k \frac{\partial E_{\text{т}}}{\partial z} + \rho \sum_{j=1}^2 Q_j^* D_{\text{эф}j} \frac{\partial m_j}{\partial z} \right] - \sum_{j=1}^2 c_{pj} J_j^* \text{grad} T. \quad (4.99)$$

Здесь  $\Gamma_k = (\eta + \eta_{\text{тип}})/(\rho \sigma_E)$ , а  $\sigma_E$  – эмпирический коэффициент.

В широко распространённой в настоящее время модели турбулентности, включающей два уравнения, в качестве одного из них входит *уравнение переноса кинетической энергии турбулентных пульсаций*  $E_{\text{т}}$

$$\frac{\partial(\rho E_{\text{т}})}{\partial \tau} + \text{div}(\rho E_{\text{т}} v) = \text{div}(\Gamma_k \text{grad} E_{\text{т}}) + G - \rho \varepsilon, \quad (4.100)$$

где  $\varepsilon$  – скорость диссипации (рассеяния) энергии турбулентности, а  $G$  – скорость генерации этой энергии. Аналогичное дифференциальное уравнение записывается для переменной  $\varepsilon$ .

Нам осталось теперь описать нагрев обрабатываемых изделий и ограждающих стенок. Здесь мы можем использовать для изделий уравнение теплопроводности. Необходимо учесть только, что изделия перемещаются в сторону начала координат с постоянной скоростью  $v_{\text{м}}$  (см. рис. 4.2). Обозначив температуру металла  $T_1$ , можно записать уравнение теплопроводности

$$-c_m \rho_m v_m \frac{\partial T_1}{\partial x} = \frac{\partial_1}{\partial x} \left( \lambda_m \frac{\partial T_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_m \frac{\partial T_1}{\partial z} \right), \quad (4.101)$$

которое решается при следующих граничных условиях:

$$z = 0, \quad \partial T_1 / \partial z = 0;$$

$$z = S, \quad T_1(x) = T(x); \quad \lambda_m (\partial T_1 / \partial z) = \lambda_{\text{эф}} (\partial T / \partial z) + q_{Rz}.$$

Здесь  $S$  – полутолщина изделий, а  $q_{Rz}$  – тепловой эффект химических реакций на поверхности изделий (окисление, обезуглероживание и т.п.).

На процедуре численного решения представленных уравнений математической модели мы здесь останавливаться не будем. Имеется множество пакетов и систем решения такого рода уравнений (Comsol Multiphysics, ANSYS, Waterloo Maple и т.д. и т.п.). В переносных «завихренность – функция тока» результаты расчётов представлены на рис. 4.3. Конструктивные и режимные параметры принимались по производственным данным, а именно: объёмный расход продуктов сгорания, поступающих из зоны выдержки (спутный поток)  $\dot{M}_1 = 3,51 \text{ м}^3/\text{с}$ , выход продуктов сгорания от сжигания топлива горелкой с предварительным смешением (основной поток)  $\dot{M}_2 = 10,52 \text{ м}^3/\text{с}$ , угол наклона горелки –  $15^\circ$ , максимальная высота рабочего пространства  $H = 2,85 \text{ м}$ , температура спутного потока на входе в зону  $1330 \text{ }^\circ\text{C}$ , температура продуктов сгорания на выходе из горелки  $2050 \text{ }^\circ\text{C}$ . Параметры горелки варьировались таким образом, чтобы получить начальные скорости факела изменяющимися от 18 до 161 м/с. Ширина печи составляла 13 м, продольные размеры зоны показаны непосредственно на рис. 4.3.

На рис. 4.3, а показано распределение функции тока для одного из вариантов расчёта. Можно видеть, что факел сохраняет начальное направление на очень коротком участке (фактически на трёх-пяти калибра от среза сопла, т.е. при  $x = (3 \div 5)d_c$ , где  $d_c$  – диаметр сопла горелки), а затем прижимается к своду спутным потоком. Основной поток проходит вблизи свода.

Мощный вихрь, образующийся в центральной части пространства зоны, отдаёт металлу теплоту конвекцией. Кратность циркуляции газа в зоне вихря возрастает от 0,25 до 1,85 с увеличением начальной скорости факела от 18 до 161 м/с. Спутный поток сразу за пережимом поднимается вверх вдоль торцевой стенки, подсасываясь в корень факела.



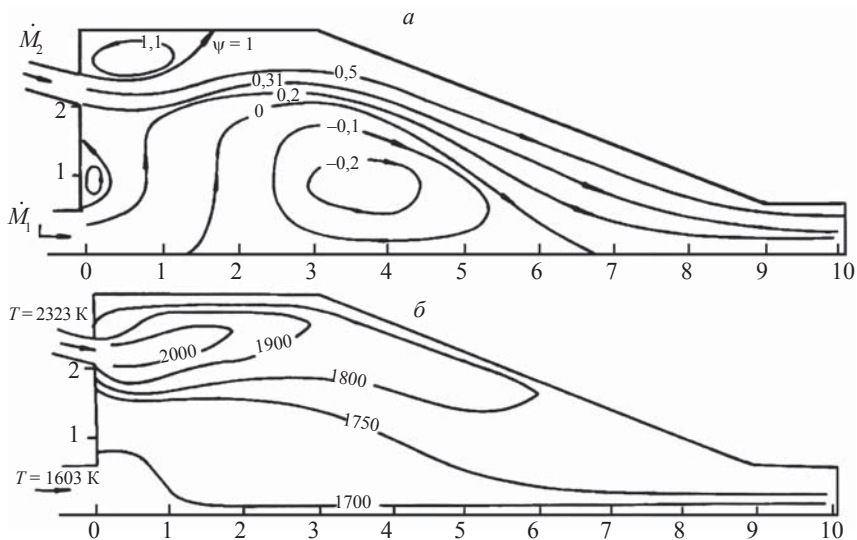


Рис. 4.3. Распределение параметров процесса в рабочем пространстве печи:  
*a* – функция тока; *б* – температура продуктов сгорания

На рис. 4.3, *б* показано распределение температур газа в зоне для поля скорости, соответствующего данным рис. 4.3, *а*. Трудно дать однозначную оценку полученного температурного поля. С одной стороны, оно явно неблагоприятно для огнеупорных материалов свода, так как последние подвергаются воздействию высоких температур, что сокращает срок службы свода. С другой стороны, высокая температура свода приводит к увеличению результирующих потоков излучения на поверхность металла и возрастанию теплового к.п.д. зоны. Очевидно, окончательное заключение может быть сделано лишь после экономической оценки этих двух факторов. Отметим также высокую равномерность температуры газа вблизи поверхности металла.

## ГЛАВА. 5. ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

### 5.1. Линеаризация моделей систем

Для большинства процессов металлургии характерна их нелинейность, нестационарность, распределенность параметров, стохастичность. Моделирование систем в этом случае представляет для исследователя весьма сложную задачу.

Ещё большие проблемы возникают при решении проблемы оптимизации (оптимального управления) системами. В связи с этим исследователю часто приходится искать пути упрощения моделей систем. Одним из таких путей является линеаризация математических моделей систем, которая в ряде случаев упрощает анализ и синтез оптимального управления (оптимизации) систем. Смысл линеаризации математических моделей заключается в том, чтобы исследовать возможность замены нелинейной модели линейной с последующим определением структуры линейной модели и её параметров.

Введём понятие статической характеристики элементов системы (или системы в целом).

*Статической характеристикой* называется зависимость выходных параметров  $Y$  от входных  $X_{\text{вх}}$  в установившемся режиме. В случае одномерного входа и выхода ( $m = n = 1$ ) эта зависимость может быть представлена линейной функцией,  $y = a + bx_{\text{вх}}$ .

Примеры линейных характеристик:

- конвективный теплообмен, описываемый уравнением

$$Q = \alpha f (T_1 - T_2) = k \Delta T; \quad (5.1)$$

- стационарная теплопроводность

$$Q = \frac{\lambda}{S} f (T_1 - T_2) = k \Delta T \quad (5.2)$$

- массопередача через границу раздела фаз

$$\tilde{m} = \beta f \Delta c.$$

Приведённые зависимости будут линейными только при условии некоторых допущений, т.е. если  $\alpha, \lambda, \beta, f, S$  – постоянные числа.

Однако статические характеристики в подавляющем большинстве случаев нелинейны, например:

Теплоотдача излучением:

$$Q = c_0 \varepsilon_{\text{пр}} \left( \frac{t + 273}{100} \right)^4; \quad (5.3)$$

массообмен при идеальном перемешивании потоков

$$c_{\text{ср}} = \frac{(m_1 c_1 + m_2 c_2)}{(m_1 + m_2)}, \quad (5.4)$$

когда в качестве входных параметров приняты массы  $m_1$  и  $m_2$  и температура  $t$ .

Нелинейные элементы в свою очередь подразделяются на элементы с существенно нелинейной статической характеристикой и элементы с несущественно нелинейной характеристикой.

Статическая характеристика является *несущественно нелинейной*, если она описывается непрерывной дифференцируемой функцией. В ограниченном диапазоне изменения входной величины  $x_{\text{вх}}$  такая характеристика может быть приближённо заменена (аппроксимирована) линейной функцией. Приближённая замена нелинейной функции линейной называется *линеаризацией*.

Линеаризацию относительно гладких статических характеристик можно осуществлять либо по методу касательной, либо по методу секущей.

При линеаризации по **методу касательной** нелинейную зависимость, показанную на рис. 5.1, *a* можно заменить в окрестностях точки *A* прямой линией, являющейся касательной в точке *A*. При этом получается линейная зависимость

$$\Delta y = k_A \Delta x_{\text{вх}}, \quad \text{где } \Delta y = y - y_0, \quad \Delta x_{\text{вх}} = x_{\text{вх}} - x_0. \quad (5.5)$$

Зависимость получена не в абсолютных значениях  $x_{\text{вх}}$  и  $y$ , а в их отклонениях  $\Delta x_{\text{вх}}$ ,  $\Delta y$  в точке *A*. Очевидно, эта зависимость будет тем ближе к истинной, чем меньше отклонения  $\Delta x_{\text{вх}}$  и  $\Delta y$ . Рассмотренный способ линеаризации поэтому называют методом «малых отклонений». Полученное при линеаризации уравнение будет справедливо только в окрестности точки *A*.

Заметим, что отношение приращения выходного параметра к входному в установившемся режиме носит название *коэффициента передачи*  $k$ . Он показывает насколько изменится выходной параметр при изменении входного на единицу  $k = \frac{\Delta y}{\Delta x_{\text{вх}}}$ . Очевидно, что при

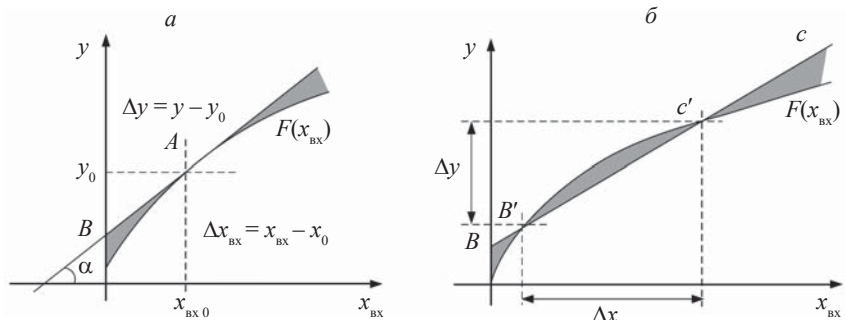


Рис. 5.1. Линеаризация статических характеристик методом касательной (а) и секущей (б)

перемене режима работы (переход к другим значениям  $y_0$ ,  $x_{BX0}$ , например, в точке  $B$ ), величина коэффициента передачи изменяется.

Линеаризация по методу «малых отклонений» заключается по существу в разложении функциональной зависимости  $y = f(x_{BX})$  в ряд Тейлора в окрестностях точки  $A$  и отбрасывании членов второго и выше порядков малости

$$y = y_0 + \left( \frac{dy}{dx_{BX}} \right)_A (x_{BX} - x_{BX0}) + \left( \frac{d^2y}{dx_{BX}^2} \right)_A \frac{(x_{BX} - x_{BX0})^2}{2!} + \dots \quad (5.6)$$

Запишем это уравнение в отклонениях

$$\Delta y = \left( \frac{dy}{dx_{BX}} \right)_A \Delta x_{BX} + \left( \frac{d^2y}{dx_{BX}^2} \right)_A \frac{\Delta x_{BX}^2}{2!} + \dots \quad (5.7)$$

Учитывая, что  $\Delta x_{BX}$  малая величина, а  $\Delta x_{BX}^2$  и  $\Delta x_{BX}^3$  величины второго и третьего порядка малости, отбрасывая в уравнении (5.6) все члены разложения, начиная со второго, получим:

$$\Delta y = \left( \frac{dy}{dx_{BX}} \right)_A \cdot \Delta x_{BX} = k_A \cdot \Delta x_{BX}, \quad (5.8)$$

где  $\left( \frac{dy}{dx_{BX}} \right)_A = k_A = \operatorname{tg} \alpha$  – значение производной в точке  $A$  (тангенс угла наклона в точке  $A$ ).

Если выходной параметр является функцией нескольких входных параметров  $y = f(x_{\text{BX}_1}, x_{\text{BX}_2}, \dots, x_{\text{BX}_n})$ , то эту зависимость тоже следует линеаризовать, разложив выражение в ряд Тейлора и отбросив члены с малыми порядками

$$\begin{aligned} \Delta y &\approx \left( \frac{dy}{dx_{\text{BX}_1}} \right)_0 \Delta x_{\text{BX}_1} + \left( \frac{dy}{dx_{\text{BX}_2}} \right)_0 \Delta x_{\text{BX}_2} + \dots + \left( \frac{dy}{dx_{\text{BX}_i}} \right)_0 \Delta x_{\text{BX}_i} + \dots + \\ &+ \left( \frac{dy}{dx_{\text{BX}_n}} \right)_0 \Delta x_{\text{BX}_n} = k_1 \Delta x_{\text{BX}_1} + k_2 \Delta x_{\text{BX}_2} + \dots + k_i \Delta x_{\text{BX}_i} + \dots + k_n \Delta x_{\text{BX}_n} = \\ &= \sum_{i=1}^n \Delta x_{\text{BX}_i} k_i. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Рассмотренная линеаризация применима к гладким функциям, имеющим в окрестности точки  $A$  непрерывные производные до второго порядка включительно.

Линеаризацию **по методу секущей** осуществляют непосредственно графически, проведением прямой линии (см. рис. 5.1, б) таким образом, чтобы в некотором заданном диапазоне изменения аргумента спрямлённая характеристика была в среднем как можно ближе к исходной линеаризуемой характеристике  $F(x_{\text{BX}})$ . Метод секущей можно применять также при аналитическом решении задачи линеаризации. При этом условие близости линеаризованной характеристики к исходной формулируется в виде критерия минимума суммы квадратов отклонений.

Линеаризация по методу касательной даёт хорошее совпадение вблизи рабочей точки и худшее у границ рабочей зоны, а аппроксимирующая прямая, полученная по методу секущей (наименьших квадратов), имеет меньшее среднее расхождение с исходной характеристикой, хотя её наклон может и не совпадать с наклоном кривой в рабочей точке  $A$ .

Встречаются и так называемые кусочно-линейные зависимости, в которых зависимость можно считать линейной в определённых пределах. Некоторые статические характеристики не поддаются линеаризации таким способом, например, релейные характеристики.

Рассмотрим случай динамической модели с сосредоточенными параметрами. Как уже было отмечено, в этом случае модель будет описываться нелинейным дифференциальным уравнением в общем случае следующего вида:

$$\tilde{F} \left( \frac{d^n y(\tau)}{d\tau^n}, \frac{d^{n-1} y(\tau)}{d\tau^{n-1}}, \dots, \frac{dy(\tau)}{d\tau}, y(\tau), \frac{dx_{\text{BX}}^m(\tau)}{d\tau^m}, \dots, \frac{dx_{\text{BX}}(\tau)}{d\tau}, x_{\text{BX}}(\tau) \right) = 0. \quad (5.10)$$

Здесь  $n$  и  $m$  – целые натуральные числа, определяющие наивысший порядок входящих в уравнение производных выходной и входной величины. Применим метод малых отклонений и здесь. Допустим, что установившийся процесс в системе имеет место при некоторых постоянных значениях  $x_{\text{вх}0}, y_0$ . Тогда уравнение установившегося состояния будет иметь вид:

$$\tilde{F}(0, \dots, y_0, 0, \dots, x_{\text{вх}0}) = 0. \quad (5.11)$$

Обозначим отклонение параметров от установившегося значения  $\Delta y, \Delta x_{\text{вх}}$ . Тогда в динамическом процессе

$$\begin{aligned} y(\tau) &= y_0 + \Delta y(\tau), \quad x_{\text{вх}} = x_0 + \Delta x_{\text{вх}}(\tau), \quad \frac{dy}{d\tau} = \frac{d\Delta y}{d\tau}, \\ \frac{d^2 y(\tau)}{d\tau^2} &= \frac{d^2 \Delta y(\tau)}{d\tau^2}, \dots, \quad \frac{d^n y(\tau)}{d\tau^n} = \frac{d^n \Delta y(\tau)}{d\tau^n}, \dots, \quad \frac{d^m x_{\text{вх}}(\tau)}{d\tau^m} = \\ &= \frac{d^m \Delta x_{\text{вх}}(\tau)}{d\tau^m}. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Разложив уравнение (5.10) в ряд Тейлора по степеням, указанных выше малых отклонений, рассматривая при этом все производные как самостоятельные переменные, получим:

$$\begin{aligned} &\tilde{F}(0, \dots, y_0, 0, \dots, x_{\text{вх}0}) + \left( \frac{\partial \tilde{F}}{\partial y} \right)_0 \Delta y + \left( \frac{\partial \tilde{F}}{\partial y'} \right)_0 \frac{d\Delta y}{d\tau} + \dots + \\ &+ \left( \frac{\partial \tilde{F}}{\partial y^n} \right)_0 \frac{d^n \Delta y}{d\tau^n} + \left( \frac{\partial \tilde{F}}{\partial x_{\text{вх}}} \right)_0 \Delta x_{\text{вх}}(\tau) + \left( \frac{\partial \tilde{F}}{\partial x'_{\text{вх}}} \right)_0 \frac{d\Delta x_{\text{вх}}(\tau)}{d\tau} + \dots + \\ &\left( \frac{\partial \tilde{F}}{\partial x_{\text{вх}}^m} \right)_0 \frac{d^m \Delta x_{\text{вх}}(\tau)}{d\tau^m} = 0. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Все частные производные в полученном уравнении (5.13) представляют собой некоторые постоянные коэффициенты. Они будут переменными во времени, если функция  $\tilde{F}$  содержит  $\tau$  в явном виде или если установившийся процесс в системе определяется пере-

менными значениями. Вычтя из уравнения (5.13) почленно уравнение установившегося состояния (5.11) и отбросив члены высшего порядка малости, получим искомое линеаризованное уравнение в виде:

$$\left(\frac{\partial \tilde{F}}{\partial y}\right)_0 \Delta y(\tau) + \left(\frac{\partial \tilde{F}}{\partial y'}\right)_0 \frac{d\Delta y(\tau)}{d\tau} + \dots + \left(\frac{\partial \tilde{F}}{\partial y^n}\right)_0 \frac{d^n \Delta y(\tau)}{d\tau^n} + \left(\frac{\partial \tilde{F}}{\partial x_{\text{BX}}}\right)_0 \Delta x_{\text{BX}}(\tau) + \left(\frac{\partial \tilde{F}}{\partial x'_{\text{BX}}}\right)_0 \frac{d\Delta x_{\text{BX}}(\tau)}{d\tau} + \dots + \left(\frac{\partial \tilde{F}}{\partial x^m_{\text{BX}}}\right)_0 \frac{d^m \Delta x_{\text{BX}}(\tau)}{d\tau^m} = 0. \quad (5.14)$$

Это дифференциальное уравнение, так же как и (5.10), описывает те же свойства системы. Отличие этого уравнения от прежнего состоит в следующем:

- это уравнение является приближенным, т.к. в процессе его вывода были отброшены малые высшего порядка;
- выходными и входными параметрами в этом уравнении являются не прежние полные параметры  $x_{\text{BX}}(\tau)$ ,  $y(\tau)$ , а их отклонения  $\Delta x_{\text{BX}}$ ,  $\Delta y$  от некоторого установившегося состояния  $\Delta x_{\text{BX}0}$ ,  $\Delta y_0$ ;
- полученное уравнение является линейным относительно отклонений

$$\Delta y, \frac{d\Delta y}{d\tau}, \dots, \frac{d^n \Delta y(\tau)}{d\tau^n}, \Delta x_{\text{BX}}, \dots, \frac{d^m \Delta x_{\text{BX}}}{d\tau^m}$$

с постоянными коэффициентами (или переменными коэффициентами, если  $\tilde{F}$  содержит  $\tau$  в явном виде), а также когда установившийся процесс определяется переменными величинами  $\Delta x_{\text{BX}0}(\tau)$ ,  $y_0(\tau)$ .

Таким образом, цель получения линейного дифференциального уравнения взамен прежнего нелинейного достигнута. Уравнение (5.14) называется дифференциальным уравнением системы в отклонениях.

*Ограничение метода.* Данным методом могут быть линеаризованы уравнения элементов, статические характеристики которых в окрестности точки установившегося режима гладкие, т. е. их производные непрерывны и однозначны. Не могут быть линеаризованы уравнения элементов с негладкими, неоднозначными и имеющими разрывы в окрестности точки установившегося режима статическими характеристиками.

*Замечание:* в дальнейшем будем использовать только линеаризованные уравнения, записанные относительно отклонений от установившихся значений переменных, однако для сокращения записи знак « $\Delta$ » будем опускать.

## Формы записи линеаризованных уравнений

В инженерной практике принято записывать дифференциальные уравнения в двух *стандартных формах*.

В общем виде линеаризованное дифференциальное уравнение, описывающее элемент, можно записать следующим образом

$$\begin{aligned} a_0 \frac{d^n y(\tau)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(\tau)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy(\tau)}{dt} + a_n y(\tau) = \\ = b_0 \frac{d^m x(\tau)}{dt^m} + \dots + b_m x(\tau), \end{aligned} \quad (5.15)$$

где  $y(\tau)$ ,  $x(\tau)$  – выходная и входная величины элемента и внешнее воздействие;  $a_i$ ,  $b_i$  – постоянные коэффициенты;  $n$  – порядок уравнения, причём ( $n \geq m$ ); это условие физической реализуемости элемента, показывающее, что сигнал на выходе реального элемента не может возникнуть раньше подачи воздействия на его вход, т.е.

$$y(\tau) = 0 \text{ при } \tau < 0, \quad \int_0^{\infty} |y(\tau)| d\tau < \infty.$$

Уравнение (5.15) удобнее записывать в символическом виде, введя алгебраизированный символ дифференцирования  $p = \frac{d}{d\tau}$ . В результате уравнение примет вид

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n) y(\tau) = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m) x(\tau). \quad (5.16)$$

В общем случае уравнение элемента можно представить в форме

$$D(p) y(\tau) = N(p) x(\tau). \quad (5.17)$$

При этом

$$D(p) = \sum_{i=0}^n a_i p^{n-i}; \quad N(p) = \sum_{i=0}^m b_i p^{m-i}$$

– полиномы степени  $n$ ,  $m$  символа дифференцирования  $p$ .

*Первая стандартная форма записи.* Линеаризованное дифференциальное уравнение записывается так, чтобы выходные величины и её производные находились в левой части уравнения, а входные – в правой, при этом сама выходная величина входила в уравнение с коэффициентом единица.



Введя обозначения

$$\begin{aligned}
 T_1 &= \left( \frac{d\tilde{F}}{d\dot{y}} \right)_0 / \left( \frac{d\tilde{F}}{dy} \right)_0, \quad T_2 = \left( \frac{d\tilde{F}}{d\ddot{y}} \right)_0 / \left( \frac{d\tilde{F}}{dy} \right)_0, \quad \dots, \\
 T_n &= \left( \frac{d\tilde{F}}{dy^n} \right)_0 / \left( \frac{d\tilde{F}}{dy} \right)_0, \\
 k_0 &= - \left( \frac{d\tilde{F}}{dx_{\text{ао}}} \right)_0 / \left( \frac{d\tilde{F}}{dy} \right)_0, \quad k_1 = - \left( \frac{d\tilde{F}}{d\dot{x}_{\text{вх}}} \right)_0 / \left( \frac{d\tilde{F}}{dy} \right)_0, \quad \dots, \\
 k_m &= - \left( \frac{d\tilde{F}}{dx_{\text{вх}}^m} \right)_0 / \left( \frac{d\tilde{F}}{dy} \right)_0, \quad (5.18)
 \end{aligned}$$

уравнение (5.15) записать следующим образом:

$$\begin{aligned}
 T_n \frac{d^n \Delta y(\tau)}{d\tau^n} + T_{n-1} \frac{d^{n-1} \Delta y(\tau)}{d\tau^{n-1}} + \dots + T_1 \frac{d \Delta y(\tau)}{d\tau} + \Delta y(\tau) = \\
 = k_0 \Delta x_{\text{вх}}(\tau) + k_1 \frac{d \Delta x_{\text{вх}}}{d\tau} + \dots + k_m \frac{d^m \Delta x_{\text{вх}}}{d\tau^m}. \quad (5.19)
 \end{aligned}$$

Коэффициенты  $k_i$  – называются коэффициентами передачи, а  $T_i$  – постоянными времени. При записи уравнения в первой стандартной форме (5.15) получившиеся коэффициенты:  $T_n, T_{n-1}, \dots, T_1$  имеют размерность времени  $[c^i]$  и характеризуют инерционные свойства элемента

$$k_1 \left[ \frac{\text{разм. } Y}{\text{разм. } X} \right], \quad \dots, \quad k_m \left[ c^m \frac{\text{разм. } Y}{\text{разм. } X} \right],$$

называются коэффициентами передачи. Они представляют собой весовые коэффициенты, показывающие какой вклад в формирование выходной величины элемента вносит каждое слагаемое правой части уравнения.

*Вторая стандартная форма записи.* Для решения дифференциальных уравнений широкое распространение получил операторный метод, при использовании которого задача нахождения реше-

ния дифференциального уравнения сводится к алгебраическим действиям. Чтобы перейти от исходного дифференциального уравнения элемента при нулевых начальных условиях к операторному, необходимо в дифференциальном уравнении вместо реальных функций времени записать их изображения по Лапласу, а в полиномах символ дифференцирования  $p$  заменить на оператор Лапласа  $s$ .

Применив к дифференциальному уравнению (5.15) преобразование Лапласа, получим

$$D(s) Y(s) = N(s) X(s), \quad (5.20)$$

где  $s$  – оператор Лапласа;  $Y(s)$ ,  $X(s)$  – изображения по Лапласу выходной и входной величин элемента

$$D(s) = \sum_{i=0}^n a_i s^{n-i}; \quad N(s) = \sum_{i=0}^m b_i s^{m-i} \quad (5.21)$$

– полиномы степени  $n$ ,  $m$  от оператора Лапласа  $s$ .

Оператор Лапласа  $s$  представляет собой комплексную величину, причём  $s = c + j\omega$ , где  $c = \operatorname{Re} s$  – абсцисса абсолютной сходимости;  $\omega = \operatorname{Im} s$  – угловая частота, имеющая размерность [рад/с].

Для перехода от реальных функций времени – оригиналов к их изображениям по Лапласу и наоборот введены прямое и обратное интегральные преобразования вида:

$$X(s) = L[x(t)] = \int_0^{\infty} x(t) e^{-st} dt,$$

$$x(\tau) = L^{-1}[X(s)] = \frac{1}{j2\pi} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} X(s) e^{s\tau} ds.$$

На практике для этих целей используют специальные таблицы преобразований Лапласа.

Уравнения (5.19) и (5.20) формально совпадают между собой. Однако уравнение (5.19) является дифференциальным, куда входят реальные функции времени, а уравнение (5.20) – алгебраическим относительно изображений функций времени по Лапласу.

После ввода следующих обозначений:

$$W_x(s) = \frac{N(s)}{D(s)}, \quad (5.22)$$

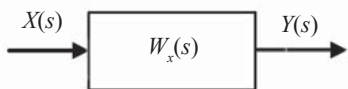


Рис. 5.2. Структурная схема элемента

уравнение (5.20) примет вид, являющийся второй стандартной формой записи

$$Y(s) = W_x(s) X(s). \quad (5.23)$$

Выражение  $W_x(s)$  называются передаточной функцией.

*Передаточная функция* элемента по заданному входу есть отношение изображений по Лапласу его выходной и входной величин при нулевых начальных условиях.

Передаточная функция имеет важное основополагающее значение в классической теории управления. Она устанавливает связь в динамическом режиме между выходной и входной величинами элемента и полностью характеризует его динамические свойства.

Понятие передаточной функции весьма удобно при анализе так называемых структурных схем. После линеаризации уравнение можно представить в виде структурной схемы, показанной на рис. 5.2.

Передаточные функции элементов или отдельных участков схем позволяют легко получить общее уравнение всей системы, а в случае необходимости перейти к дифференциальному уравнению.

### ***Математическое моделирование уровня расплава МНЛЗ***

Способ непрерывной разливки стали состоит в том, что жидкий металл из ковша или через промежуточное разливочное устройство непрерывно заливается в верхнюю часть водоохлаждаемого кристаллизатора. После затвердевания металла у стенок кристаллизатора непрерывный слиток при помощи тянущих механизмов перемещается вниз, увлекая за собой формирующийся слиток. Сверху продолжается подпитка жидким металлом, и слиток с верхнего конца непрерывно наращивается.

В кристаллизаторе затвердевают лишь поверхностные слои металла, образуя твёрдую оболочку слитка, имеющего жидкую фазу по центральной оси. Поэтому за кристаллизатором расположена зона вторичного охлаждения. В этой зоне в результате форсированного поверхностного охлаждения заготовка затвердевает по всему сечению. При дальнейшем движении по технологическому тракту заготовка разрезается с помощью режущих аппаратов на заданные мерные длины, которые транспортирующимися механизмами передаются в прокатный цех или на склад готовой продукции.

Машины непрерывного литья заготовок (МНЛЗ) отличаются большим разнообразием. Различия МНЛЗ состоят в основном в направлении технологической оси машины, т.е. в расположении слитка в процессе литья: вертикальном, радиальном, горизонтальном или наклонном с движущимся или неподвижным кристаллизатором. Одним из распространённых типов установок являются вертикальные МНЛЗ (рис. 5.3).

Поступление металла из главного сталеразливочного ковша *1* в промежуточную ёмкость *3* происходит через донный разливочный стакан *2*, задресселированный специальным огнеупорным стержнем-стопором *5*. Промежуточная ёмкость предотвращает попадание шлака в кристаллизатор *4*, обеспечивает подачу спокойной струи жидкой стали и позволяет регулировать поступление металла в кристаллизатор. Подача металла из промежуточной ёмкости

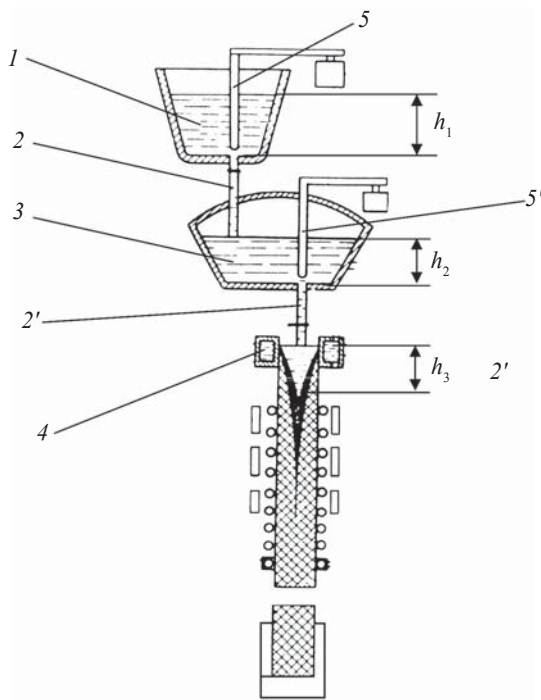


Рис. 5.3. Схема вертикальной МНЛЗ

в кристаллизатор осуществляется разливкой через донные стаканы-дозаторы 2' и регулированием стока металла через донный стакан с помощью стопора 5'. Стопор и донный стакан в последнем случае образуют специфический регулирующий орган, так называемую стопорную пару.

Целью разработки модели МНЛЗ является выбор управления обеспечивающего:

- постоянство уровня расплава в промежуточной ёмкости  $h_2$ . Это позволяет стабилизировать условия всплывания неметаллических включений, выделения газов, а также стабильность гидростатического напора, определяющего условия истечения струи металла в кристаллизатор;
- постоянство уровня металла в кристаллизаторе  $h_3$ , что обеспечивает стабильность высоты заполнения кристаллизатора жидким металлом 3 и таким образом при прочих равных условиях обеспечит неизменную толщину стенок слитка при выходе из кристаллизатора. Управление должно исключить случаи прорыва жидкого металла через кристаллизатор и перелив жидкого металла через горловину кристаллизатора.

Выделение входных и выходных параметров модели системы, декомпозиция модели на два блока: «сталеразливочный ковш – промежуточная ёмкость МНЛЗ»  $S_1$ , «промежуточная ёмкость – кристаллизатор – тянущие клетки МНЛЗ»  $S_2$ , связи между этими блоками показаны на рис. 5.4. Здесь же указаны условные обозначения параметров. Рассмотрим синтез модели каждого из блоков в отдельности.

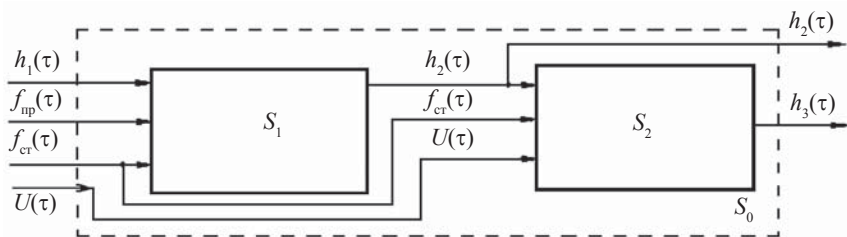


Рис. 5.4. Декомпозиция модели уровня расплава в МНЛЗ

**Динамические и статические свойства, действующие возмущения  
в подсистеме «Сталеразливочный ковш – промежуточная  
ёмкость МНЛЗ»**

Задачей управления объектом «сталеразливочный ковш – промежуточная ёмкость МНЛЗ» является жёсткая стабилизация уровня металла в промежуточной ёмкости с целью обеспечения стабильных условий всплывания неметаллических включений и выделения газов, а также стабильности статического напора, определяющего условия истечения струи металла из дозатора или стопорного устройства в кристаллизатор.

Динамические свойства подсистемы применительно к сталеразливочным ковшам стопорного типа характеризуются следующим уравнением материального баланса:

$$\rho F_2 dh_2(\tau) = (G_{\text{пр}}(\tau) - G_{\text{ст}}(\tau))d\tau, \quad (5.24)$$

где  $h_2(\tau)$  – текущее значение уровня металла в промежуточной ёмкости;  $\rho$  – плотность металла;  $F_2$  – площадь зеркала металла в промежуточной ёмкости;  $G_{\text{пр}}$  – приток металла из сталеразливочного ковша;  $G_{\text{ст}}$  – сток металла из промежуточной ёмкости.

$$G_{\text{пр}} = \alpha_{\text{пр}} f_{\text{пр}} \rho \sqrt{h_1}; \quad (5.25)$$

$$G_{\text{ст}} = \alpha_{\text{ст}} f_{\text{ст}} \rho \sqrt{h_2}, \quad (5.26)$$

где  $\alpha_{\text{ст}}$ ,  $\alpha_{\text{пр}}$  – приведённые коэффициенты расхода на стоке и притоке;  $f_{\text{ст}}$ ,  $f_{\text{пр}}$  – проходные сечения в стопорных парах промежуточной ёмкости и сталеразливочного ковша;  $h_1$  – уровень металла в сталеразливочном ковше. Тогда уравнение (5.24) примет вид

$$F_2 \frac{dh_2(\tau)}{d\tau} + \alpha_{\text{ст}} f_{\text{ст}} \sqrt{h_2(\tau)} = \alpha_{\text{пр}} f_{\text{пр}} \sqrt{h_1(\tau)}. \quad (5.27)$$

Следовательно, динамика изменения уровня металла в промежуточной ёмкости МНЛЗ характеризуется нелинейным дифференциальным уравнением первого порядка.

Используя метод линеаризации, изложенный в предыдущем параграфе, линеаризуем уравнение (5.27) в окрестности точки  $h_2 = h_{20}$ ,  $h_1 = h_{10}$ ,  $f_{\text{ст}} = f_{\text{ст}0}$ ,  $f_{\text{пр}} = f_{\text{пр}0}$ , номинальные (средние) значения уровня расплава в промежуточной ёмкости, сталеразливочном ковше, проходные сечения в стопорных парах промежуточной ёмкости и сталеразливочного ковша.

Опуская промежуточные выкладки получим:

$$F_2 \frac{d\Delta h_2(\tau)}{d\tau} + \frac{\alpha_{\text{ст}} f_{\text{ст}0}}{2\sqrt{h_{2_0}}} \Delta h_2(\tau) = \alpha_{\text{пр}} \sqrt{h_{1_0}} \Delta f_{\text{пр}}(\tau) + \\ + \frac{\alpha_{\text{пр}} f_{\text{пр}0}}{2\sqrt{h_{1_0}}} \Delta h_1(\tau) - \alpha_{\text{ст}} \sqrt{h_{2_0}} \Delta f_{\text{ст}}(\tau), \quad (5.28)$$

где  $\Delta h_2(\tau)$ ,  $\Delta f_{\text{пр}}(\tau)$ ,  $\Delta f_{\text{ст}}(\tau)$ ,  $\Delta h_1(\tau)$  – приращения соответствующих параметров от их номинальных (равновесных) значений.

Осуществив перегруппировку членов уравнения и приведя его к виду (5.19), получим линейное дифференциальное уравнение, которое характеризует динамику изменения уровня в промежуточной ёмкости при различных возмущениях:

$$T_1 \frac{d\Delta h_2(\tau)}{d\tau} + \Delta h_2(\tau) = k_1 \Delta f_{\text{пр}}(\tau) + k_2 \Delta f_{\text{ст}}(\tau) + k_3 \Delta h_1(\tau), \quad (5.29)$$

где

$$T_1 = \frac{2F_2 \sqrt{h_{2_0}}}{\alpha_{\text{ст}} f_{\text{ст}0}}; k_1 = \frac{2\alpha_{\text{пр}} \sqrt{h_{1_0} h_{2_0}}}{\alpha_{\text{ст}} f_{\text{ст}0}}; k_2 = -\frac{2h_{2_0}}{f_{\text{ст}0}}; k_3 = \frac{\alpha_{\text{пр}} f_{\text{пр}0}}{\alpha_{\text{ст}} f_{\text{ст}0}} \sqrt{\frac{h_{2_0}}{h_{1_0}}}. \quad (5.30)$$

Имея ввиду, что

$$f_{\text{ст}0} = \frac{SV}{\alpha_{\text{ст}} \sqrt{h_{2_0}}}; f_{\text{пр}0} = \frac{SV}{\alpha_{\text{пр}} \sqrt{h_{1_0}}}, \quad (5.31)$$

где  $S$  – площадь сечения заготовки;  $V$  – скорость вытягивания слитка. Можно представить коэффициенты выражений (5.30) в другом виде:

$$T_1 = \frac{2F_2 h_{2_0}}{SV}; k_1 = \frac{2\alpha_{\text{пр}} h_{2_0} \sqrt{h_{1_0}}}{SV}; k_2 = -\frac{2\alpha_{\text{ст}} h_{2_0} \sqrt{h_{2_0}}}{SV}; k_3 = \frac{h_{2_0}}{h_{1_0}}. \quad (5.32)$$

Правая часть уравнения (5.29) показывает, что возмущения в объекте проходят по каналу регулирующего воздействия  $\Delta f_{\text{пр}}(\tau)$  и каналам нерегулируемых входных параметров (возмущений)  $\Delta h_1(\tau)$ ;  $\Delta f_{\text{ст}}(\tau)$ .

Так как модель этой подсистемы описывается линейным уравнением, то для неё справедлив принцип суперпозиции. Считая, что каналы входных параметров автономны, разбиваем его на

три уравнения. Левые части этих уравнений одинаковы, а правые отличаются характером входными воздействиями.

$$T_1 \frac{d\Delta h_{2,1}(\tau)}{d\tau} + \Delta h_{2,1}(\tau) = k_1 \Delta f_{\text{пр}}(\tau);$$

$$T_1 \frac{dh_{2,2}(\tau)}{d\tau} + \Delta h_{2,2}(\tau) = k_2 \Delta f_{\text{ст}}(\tau); \quad (5.33)$$

$$T_1 \frac{d\Delta h_{2,3}(\tau)}{d\tau} + \Delta h_{2,3}(\tau) = k_3 \Delta h_1(\tau);$$

$$\Delta h_{2\Sigma}(\tau) = \Delta h_{2,1}(\tau) + \Delta h_{2,2}(\tau) + \Delta h_{2,3}(\tau) \quad (5.34)$$

с начальными условиями:  $\Delta h_{2,1}|_{\tau=0} = 0$ ;  $\Delta h_{2,2}|_{\tau=0} = 0$ ;  $\Delta h_{2,3}|_{\tau=0} = 0$ . (5.35)

Решение уравнения (5.33), например, при однократном ступенчатом возмущении  $\Delta f_{\text{пр}}$  описывается в виде:

$$\Delta h_{2,1}(\tau) = k_1 \Delta f_{\text{пр}} (1 - e^{-\tau/T_1}). \quad (5.36)$$

В этом случае установившееся значение уровня металла в промежуточной ёмкости равно:

$$\Delta h_{2,1}|_{\tau=\infty} = k_1 \Delta f_{\text{пр}}. \quad (5.37)$$

По другим каналам это выражение отличается лишь постоянным множителем в правой части уравнения (5.36). Аналогично определяется и новое установившееся значение уровня металла в промежуточной ёмкости по другим каналам входных воздействий.

В статическом режиме, когда расход металла из сталеразливочного ковша все время сбалансирован с нагрузкой, т.е.

$$G_{\text{пр}} = G_{\text{ст}} = \alpha_{\text{ст}} \rho f_{\text{ст}} \sqrt{h_2} = SV \rho. \quad (5.38)$$

зависимость уровня металла в сталеразливочном ковше от времени имеет вид:

$$G_{\text{пр}} d\tau = -\rho F_1 dh_1, \quad (5.39)$$

где  $F_1$  – площадь зеркала металла в сталеразливочном ковше.

Интегрируя (5.39), получим:

$$G_{\text{пр}} \tau = -\rho F_1 h_1 + c_1 \quad (5.40)$$



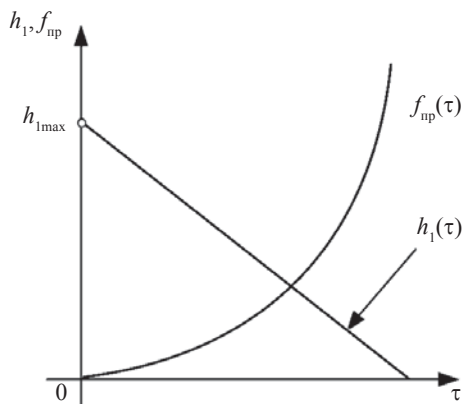


Рис. 5.5. Графическая интерпретация положения величины  $h_1$  и значения  $f_{пр}$

или  $SV\tau = -F_1 h_1 + c_1$ , где  $S$  – площадь сечения отливаемой заготовки;  $V$  – скорость вытягивания слитка;  $c_1$  – постоянная интегрирования,  $c_1 = F_1 h_{1max}$ ,  $h_{1max}$  – начальное значение уровня металла в сталеразливочном ковше (рис. 5.5).

Окончательное изменение уровня металла в сталеразливочном ковше во времени

$$h_1 = h_{1max} - \frac{SV}{F_1} \tau. \quad (5.41)$$

Необходимое изменение проходного сечения на притоке для балансировки притока и стока металла из промежуточной ёмкости при номинальной нагрузке машины:

$$f_{пр} = \frac{SV}{\alpha_{пр} \sqrt{h_1}}. \quad (5.42)$$

### ***Динамические свойства подсистемы «промежуточная ёмкость – кристаллизатор – тянущие клетки МНЛЗ»***

Управление процессом стабилизации уровня металла в кристаллизаторе  $h_3$  является важнейшей задачей технологии непрерывной разливки стали. Управление уровнем металла в

кристаллизаторе должно обеспечить стабилизацию высоты заполнения кристаллизатора жидким металлом в ходе разливки и, таким образом, при прочих равных условиях обеспечить неизменную толщину стенок слитка при выходе его из кристаллизатора. Управление должно и исключить случаи перелива жидкого металла через кристаллизатор и недопустимого снижения уровня, которые могут привести к ослаблению стенок слитка и прорыву жидкого металла.

Возможны два метода стабилизации уровня металла в кристаллизаторе: с помощью изменения притока жидкого металла из промежуточной ёмкости в кристаллизатор при постоянной скорости вытягивания слитка и изменение скорости вытягивания слитка из кристаллизатора при беспрепятственном истечении металла из промежуточной ёмкости.

Динамические свойства этого объекта характеризуются следующим уравнением материального баланса:

$$\rho S dh_3(\tau) = (G_{\text{ст}}(\tau) - \rho S V(\tau)) d\tau, \quad (5.43)$$

где  $h_3(\tau)$  – текущее значение уровня металла в кристаллизаторе.

Принимая уровень металла в промежуточной ёмкости постоянным в стационарном режиме литья, преобразуем уравнение (5.43) к виду:

$$\frac{dh_3(\tau)}{d\tau} = \left( \frac{\alpha_{\text{ст}} \sqrt{h_{2_0}}}{S} \right) \cdot f_{\text{ст}}(\tau) - V(\tau). \quad (5.44)$$

На основании известных характеристик электрооборудования МНЛЗ можно считать, что связь между скоростью вытягивания  $V(\tau)$  непрерывного слитка и управляющим воздействием на привод тянущих клеток  $U(\tau)$  описывается дифференциальным уравнением первого порядка с постоянными коэффициентами:

$$T_{\text{д}} \frac{dV(\tau)}{d\tau} + V(\tau) = k_5 U(\tau), \quad (5.45)$$

где  $T_{\text{д}}$  – постоянная времени электропривода;  $k_5$  – коэффициент передачи по каналу управления скоростью вытягивания слитка.

Таким образом, математическое описание подсистемы «промежуточная ёмкость – кристаллизатор – тянущие клетки» сводится к системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого поряд-

ка, которые в отклонениях стационарного состояния ( $h_3 = h_{3_0} = \text{const}$ ;  $V = V_0 = \text{const}$ ) запишутся в виде:

$$\frac{d\Delta h_3(\tau)}{d\tau} = k_4 \Delta f_{\text{cr}}(\tau) - \Delta V(\tau); \quad T_d \frac{d\Delta V(\tau)}{d\tau} + \Delta V(\tau) = k_5 \Delta U(\tau), \quad (5.46)$$

с начальными условиями:  $\Delta h_3|_{\tau=0} = 0$ ;  $\Delta V|_{\tau=0} = 0$ , где  $k_4 = \frac{\alpha_{\text{cr}} \sqrt{h_{2_0}}}{S}$  – коэффициент передачи по каналу изменения площади проходного сечения в промежуточной ёмкости.

Заметим, что при стопорном дозировании металла в рассматриваемой подсистеме управляющим воздействием является площадь проходного сечения  $\Delta f_{\text{cr}}(\tau)$ , а скорость вытягивания слитка следует считать внешним воздействием. При дозированной разливке управление производится изменением управляющего воздействия  $\Delta U(\tau)$  на привод тянущих клетей по каналу изменения скорости вытягивания слитка, а основные внешние воздействия проходят по каналу изменения площади проходного сечения дозаторного стакана  $\Delta f_{\text{cr}}(\tau)$ .

Считая, что каналы распространения возмущений автономны, выделим сначала уравнение связи между изменением уровня металла в кристаллизаторе  $\Delta h_3(\tau)$  и возмущением на стоке  $\Delta f_{\text{cr}}(\tau)$ :

$$\frac{d\Delta h_3(\tau)}{d\tau} = k_4 \Delta f_{\text{cr}}(\tau) \quad (5.47)$$

и проинтегрируем это уравнение при ступенчатом изменении  $\Delta f_{\text{cr}}^*$  и начальном условии (5.46):

$$\Delta h_3(\tau) = k_4 \Delta f_{\text{cr}}^* \tau. \quad (5.48)$$

Для анализа влияния возмущения по каналу изменения управляющего воздействия  $\Delta U(\tau)$  необходимо решить систему уравнений с начальными условиями при  $\Delta f_{\text{cr}}^*(\tau) = 0$ , которую можно свести к одному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$T_a \frac{d^2 h_3(\tau)}{d\tau^2} + \frac{d\Delta h(\tau)}{d\tau} = -k_5 \Delta U(\tau) \quad (5.49)$$

с начальными условиями  $\Delta h_3|_{\tau=0} = 0$ ;  $\left. \frac{d\Delta h_3}{d\tau} \right|_{\tau=0} = 0$ , решение которого при  $\Delta U = \text{const}$  имеет вид:

$$\Delta h_3(\tau) = k_5 \Delta U \left( T_n \left( 1 - e^{-\frac{\tau}{T_n}} - \tau \right) \right). \quad (5.50)$$

Таким образом, уравнения (5.47, 5.49) описывают динамику изменения уровня металла в кристаллизаторе МНЛЗ при изменении площади проходного сечения, стопорной пары в первом случае и изменение управляющего воздействия на привод тянущих клетей – во втором.

## 5.2. Идентификация математических моделей

Проблеме идентификации, разработке ее теоретических и прикладных вопросов посвящены работы Н.С. Райбмана, В.М. Чадеева, П. Гропа, Л.А. Растригина, В.И. Салыги и др. Тем не менее проблема ещё далека от своего окончательного решения и совершенства, причём следует отметить её недостаточную разработанность применительно к конкретным условиям функционирования объектов управления.

### *Постановка задачи параметрической идентификации*

Под идентификацией в широком смысле понимают получение или уточнение по экспериментальным данным модели реального объекта (процесса), выраженной в тех или иных терминах (описанной на том или ином языке).

Задача идентификации может быть сформулирована следующим образом.

На основании множества функций (сигналов), полученных экспериментальным путём для реального объекта, необходимо указать оператор модели  $F_M$  из заданного класса операторов, который наилучшим в определённом смысле образом определял (аппроксимировал) оператор объекта  $F_0$  на заданном множестве сигналов.

В понятие наилучшего представления или аппроксимации оператора  $F_0$  оператором  $F_M$  можно вкладывать различный смысл.

Предметом теории идентификации являются методы определения оптимальных в некотором смысле математических моделей по результатам экспериментальных исследований. Каким бы методом не строилась математическая модель объекта, она, в конечном счёте, является его идеализацией. На каждом этапе моделирования систем приходится применять те или иные допущения, упрощения, значимость которых можно оценить лишь по конечному результату. Поэтому возникает задача «настройки» математической модели на

реальный объект, что и составляет содержание этапа идентификации модели. В зависимости от объёма априорной информации об объекте различают задачи структурной и параметрической идентификации.

При решении задач структурной идентификации, или идентификации в широком смысле, объект представляется в виде «чёрного ящика». Для его идентификации необходимо решение задач, связанных с выбором класса структуры модели, т.е. вида элементов, из которых состоит объект, отношений между элементами, оценки её стационарности, линейности, распределённой параметров, стохастичности, непрерывности. Следует отметить, что в настоящее время теория структурной идентификации не получила ещё достаточного развития, находится на стадии становления и является пока не столько наукой, сколько искусством, т.к. определение адекватной структуры модели системы при сложности металлургических процессов требует большой интуиции, глубокого знания конкретных особенностей и закономерностей функционирования систем. Подчёркнём, однако, что использование этого подхода имеет смысл в том случае, когда о системе не имеется никакой другой информации, кроме информации о её входах и выходах.

Для металлургических объектов такого рода ситуация, как правило, нетипична, а учёт закономерностей технологических процессов (пусть даже неполных) сводит «чёрный ящик» к «серому» и задачу идентификации – к параметрической идентификации, или идентификации в узком смысле.

При решении задач параметрической идентификации считается, что известна структура ( $S_j$ ), т.е. класс моделей и связи, описывающие свойства системы.

Параметры модели условно можно разбить на две большие группы.

*Первая группа* – это те параметры, численные значения которых известны и их можно задать или определить с достаточной степенью точности. Так, при моделировании процессов теплообмена в нагревательных печах – это геометрия рабочего пространства, размеры нагреваемых заготовок, расходы и температуры воздуха, топлива и т.п.

*Вторая группа* – это те параметры объекта, численные значения которых можно задать весьма приближённо, но которые в то же время определяют интенсивность протекания процессов и закономерности функционирования систем (например, коэффициенты теплообмена, массообмена и т.п.). Главная задача параметрической идентификации заключается в определении численных значений именно этих параметров по результатам сопостав-

ления расчётных и экспериментальных выходных параметров при одинаковых входных.

Рассмотрим многомерный металлургический процесс и измерительные системы входных и выходных параметров, показанные на рис. 5.6.

Задача параметрической идентификации при детерминированном с точностью до вектора постоянных параметров операторе модели формулируется следующим образом: на основе экспериментальных данных указать значение вектора параметров  $A$ , при котором модель  $F_m$  наилучшим (или достаточно точно) в определённом смысле образом аппроксимирует оператор объекта  $F_0$  на множестве измеряемых сигналов.

Дадим формулировку задачи параметрической идентификации. Идентифицируемый объект (процесс) описывается уравнением

$$X(\tau) = F_m(X_{\text{вх}}(\tau), U(\tau) A(\tau), \tau, \xi_n(\tau)), \quad (5.51)$$

где функция  $F_m$  известна с точностью до вектора  $A$ ;

$\xi_n(\tau)$  – случайная функция времени с известными статистическими характеристиками.

Условия наблюдения:

$$Y(\tau) = h(X(\tau), U(\tau), A(\tau), \tau, \xi_y(\tau)), \quad (5.52)$$

где  $h$  – известная функция указанных аргументов;  $\xi_y(\tau)$  – случайная функция с известными статистическими характеристиками.

В большинстве случаев размерность вектора состояния выходных параметров, характеризующего истинное состояние процесса  $X(\tau)$ , больше размерности измеренного вектора выхода  $Y(\tau)$ , т.е.  $Y(\tau) \in X(\tau)$ . Это связано с тем, что часть переменных  $Y(\tau)$  невозможно измерить из-за отсутствия измерительных приборов, а некоторые из них в принципе измерить невозможно.

Эксплуатационные области объекта заданы в виде функциональных пространств:

$$U(\tau) \in G_u, X_{\text{вх}}(\tau) \in G_x, Y(\tau) \in G_y, \quad (5.53)$$

В результате проведения идентификационных экспериментов получают множества функций

$$U_i(\tau); Y(\tau); X_{\text{вх}, i}(\tau). \quad (5.54)$$

Ввиду того, что функции  $F_M$  и  $h$  считаются известными с точностью до вектора параметров  $A$  (и, конечно, мгновенных значений случайных функций  $\xi_n(\tau)$ ,  $\xi_y(\tau)$ ), идентификация осуществляется в классе моделей, аналогичном (5.51), (5.52):

$$X_M(\tau) = F_M(X_{\text{вх},n}(\tau), U_n(\tau), A_M(\tau), \tau, \xi_{\text{ш},n}(\tau)); \quad (5.55)$$

$$Y_M(\tau) = h(X_M(\tau), U_n(\tau), A_M(\tau), \tau, \xi_{\text{ш},y}(\tau)). \quad (5.56)$$

Задача идентификации ставится следующим образом: на основе экспериментальных данных (5.54) указать значение вектора параметров в  $A_M$ , при котором норма разности  $Y_M(\tau) - Y(\tau)$  достаточно мала для всех реализаций из функционального пространства (5.53).

Итак, под параметрической идентификацией модели подразумевается процесс определения конкретных численных значений параметров модели ( $A_M$ ) в режиме нормальной эксплуатации объекта, т.е. без организации, как правило, специальных управляющих (пробных) воздействий. Таким образом, искусство идентификации – это искусство пассивного наблюдения. Необходимость пассивного наблюдения связана с тем, что сложные объекты металлургии обычно не допускают активных экспериментов с ними. Такой подход к идентификации наиболее соответствует реальным условиям моделирования технологических процессов и поэтому широко используется в инженерной практике.

Отметим дополнительно, что сложность и трудоёмкость задач идентификации обратно пропорциональна объёму знаний предметной области, использованных при разработке системы: чем больше закономерностей развития теплофизических процессов, протекающих в системе, учтено при конструировании модели и чем более тщательно этот учёт выполнен, тем меньше параметров приходится идентифицировать. В отдельных случаях для металлургических объектов, в которых обрабатываемый материал не подвергается физико-химическим превращениям (подогреватели, охладители и т.п.), процедура идентификации оказывается излишней.

Идентификация предполагает наличие информации о действительных значениях входных и выходных параметров, определить которые можно только из эксперимента, а следовательно, неизбежно включение в границы анализируемой системы (объекта) кроме самого металлургического процесса ещё измерительных систем этих параметров.

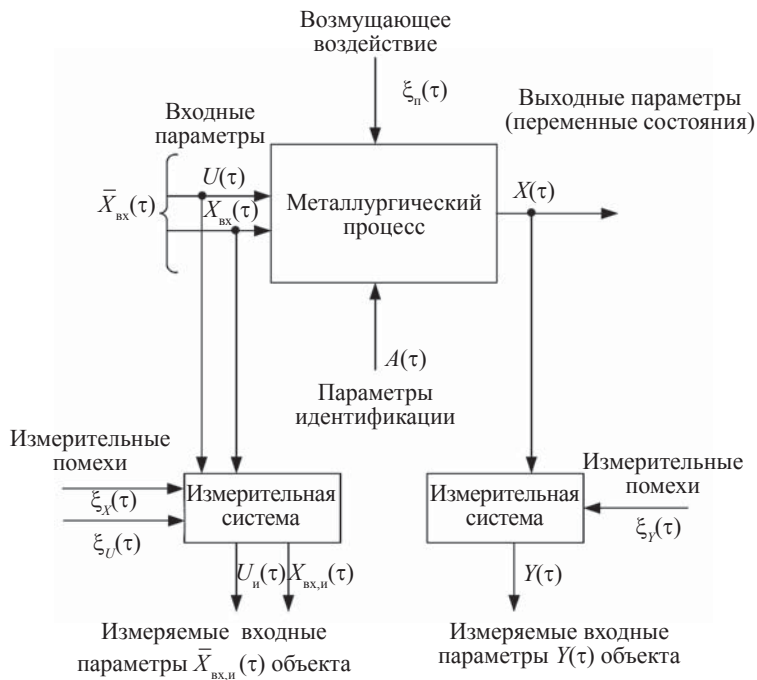


Рис. 5.6. Блок-схема металлургического процесса как объекта управления

Допустим, что в каждый момент времени возможно множество сигналов  $J = \{X_{вх,и}(\tau), U_{и}(\tau), Y(\tau)\}$ . Предположим, что вектора входа объекта  $X_{вх,и}(\tau)$ ,  $U_{и}(\tau)$ , и вектор выхода системы  $Y(\tau)$  являются случайными функциями. Это связано как с самой природой протекающих в объекте процессов, так и с действием на процесс и измерительные системы неконтролируемых возмущений  $\xi(\tau) = [\xi_x(\tau), \xi_n(\tau), \xi_y(\tau), \xi_U(\tau)]$  носящих случайный характер.

Процессы, протекающие в этой системе, опишем с помощью операторного уравнения, связывающего вход и выход системы:

$$Y(\tau) = F_0(\bar{X}_{вх}(\tau), X(\tau), \xi(\tau), \tau), \quad (5.57)$$

где  $\bar{X}_{вх}(\tau)$  множество входных контролируемых параметров, т.е.  $\tilde{X}_{вх}(\tau)$  включает в себя  $X_{вх}(\tau)$  и  $U(\tau)$ .



Зависимость от времени объясняется тем, что в своём большинстве металлургические объекты являются нестационарными, а включение вектора  $X$  в правую часть уравнения (5.57) подчёркивает зависимость вектора  $Y$  от выходных параметров процесса.

Будем считать, что тем или иным способом структура оператора  $F_0$  определена и известна с точностью до параметра  $A(\tau) \in G_a$ . Область  $G_a$ , как правило, является ограниченной, но априори неизвестной. Сами параметры могут быть либо постоянными, либо изменяться с течением времени.

Уравнение (5.57) с учётом сказанного перепишем в виде

$$Y(\tau) = F_0(\bar{X}_{\text{вх}}(\tau), A(\tau), X(\tau), \xi(\tau), \tau). \quad (5.58)$$

Тогда под идентификацией объекта (5.58) будем понимать определение на основе анализа множества параметров  $J = \{X_{\text{вх,и}}(\tau), U_{\text{и}}(\tau), Y(\tau)\}$  такой модели из заданного класса моделей, которая адекватна исследуемому металлургическому объекту.

Для параметрической идентификации построим модель объекта:

$$Y_M(\tau) = F_M(\bar{X}_{\text{вх,и}}(\tau), A_M(\tau), X_M(\tau), \xi(\tau), \tau), \quad (5.59)$$

где  $F_M$  – оператор модели системы;  $A_M(\tau)$  – вектор параметров идентификации модели процесса.

При формулировке задачи идентификации вводится некоторый критерий, показывающий, насколько хорошо модель аппроксимирует свойства объекта, который можно представить в следующем виде:

$$Z = Z(A, A_M, Y, Y_M). \quad (5.60)$$

Тогда задачу параметрической идентификации можно свести к решению следующей задачи.

По текущей информации об объекте

$$J = \{X_{\text{вх,и}}(\tau), U_{\text{и}}(\tau), Y(\tau), \tau \in [0, \tau_k]\}$$

определить алгоритм настройки параметров модели

$$A_M(\tau) = \Phi(J, A(\tau), Y_M(\tau))$$

так, чтобы

$$Z = Z\{A, A_M, Y, Y_M, \tau\} \Rightarrow \min \rightarrow A_M^* Y_M^*$$

где  $Z$  – критерий идентификации;

$\Phi$  – оператор с известной структурой;  
 $A_m^*$  – оптимальные значения параметров модели;  
 $Y_m^*$  – вычисленные (оптимальные) измеряемые выходные параметры объекта.

Таким образом, исходные данные, необходимые для идентификации, образуются диадой

$$\langle S_i, J \rangle, \quad (5.61)$$

т.е. структурой  $S_i$  и наблюдения  $J$ . При этом объект используется в качестве эталона, а задача идентификации сводится к оптимизационной.

Данная постановка параметрической идентификации соответствует наиболее сложному случаю, когда объект управления описывается стохастической моделью. Распространённым подходом к решению такого класса задач является фильтрация помех  $\xi_2$ , что позволяет в ряде случаев приблизить измеряемые значения  $\bar{X}_{\text{вх}}(\tau)$  и  $Y(\tau)$  к их действительным значениям. Для этого можно использовать методы фильтрации, которые выбираются главным образом в зависимости от характера помехи и её отношения к полезному сигналу. Если характер помехи позволяет отфильтровать её до определённого допустимого уровня, то дальнейшая идентификация может производиться таким же образом, как и в случае детерминированных объектов. Но такой подход не всегда возможен, поскольку для эффективной фильтрации помех необходимо знать их свойства. При этом, если спектральные характеристики полезного сигнала и помехи близки, вместе с помехой можно отфильтровать и полезный сигнал, несущий информацию о свойствах объекта. В подобных случаях необходимо использовать другие методы.

Наиболее простой подход к учёту стохастичности объекта заключается в следующем. Можно предположить, что измеряемые значения входа  $\bar{X}_{\text{вх}}(\tau)$  и выхода  $Y$  отличаются от фактических на величину ошибок измерения, т.е.

$$\bar{X}_{\text{вх,и}} = \bar{X}_{\text{вх}} + E_x; \quad Y = X + E_y,$$

где  $E_x$  и  $E_y$  – ошибки измерения входа и выхода.

Случайная помеха  $\xi$  может входить и в оператор самого технологического процесса. Однако для учёта этого фактора необходимо знать характер взаимодействия помехи и металлургического процесса, т.е. его структуру. Часто такой информации нет. Влияние  $\xi_{\text{п}}$  можно компенсировать в ряде случаев изменением параметров  $A_m^*$ , а саму модель полагать детерминированной.

При наличии же существенного уровня помех эта проблема значительно усложняется. Отметим, что в целом проблема учёта стохастичности объекта в общем случае является достаточно сложной, и рассмотрение её выходит за рамки данного пособия.

Алгоритмы параметрической идентификации подразделяются на два больших класса: адаптивные и неадаптивные.

Под адаптивным алгоритмом идентификации понимают алгоритм, позволяющий уточнять значения идентифицируемых параметров модели по мере получения дополнительной информации о работе объекта, т.е. работающий рекурсивно (рис. 5.7). Пусть на  $i$ -м шаге адаптивной идентификации были какие-то определённые значения идентифицируемых параметров

$$A_{mi} = (A_{mi1}, \dots, A_{mik}). \quad (5.62)$$

Пусть далее получена дополнительная информация, т.е. пара наблюдений входа и выхода объекта в  $(i+1)$ -й момент времени:

$$J_{i+1} = \langle \bar{X}_{\text{вх}, i(i+1)}, Y_{(i+1)} \rangle, \quad (5.63)$$

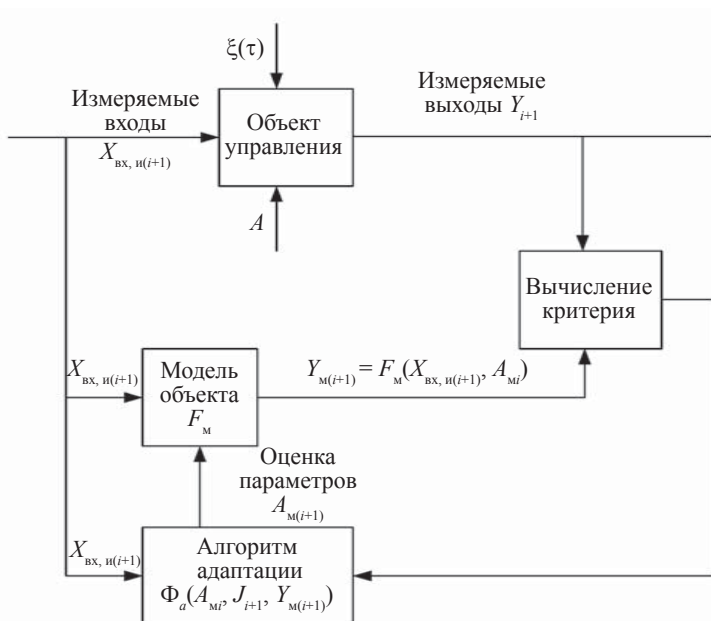


Рис. 5.7. Схема адаптивного алгоритма идентификации

а также рассчитаны значения выходных параметров при значениях  $A_{M_i}$ :

$$Y_{M(i+1)} = F_M(\bar{X}_{\text{вх,и}(i+1)}, A_{M_i}). \quad (5.64)$$

Очевидно, что эта информация должна каким-то образом изменить (откорректировать) имеющиеся значения  $A_{M_i}$  и дать возможность получить  $A_{M(i+1)}$  – более точное значение параметров. Связь между  $A_{M_i}$  и  $A_{M(i+1)}$  определяется адаптивным алгоритмом идентификации:

$$(A_{M_i}, J_{i+1}, Y_{i(i+1)}) \xrightarrow{\Phi_a} A_{i(i+1)}$$

или в обычной рекуррентной форме

$$A_{M(i+1)} = \Phi_a(A_{M_i}, J_{i+1}, Y_{M(i+1)}). \quad (5.65)$$

Здесь  $\Phi_a$  – алгоритм адаптивной идентификации, который позволяет определить последующие значения параметров, исходя из новой информации ( $J_{i+1}$ ) старых представлений о значениях параметров  $A_{M_i}$ . Адаптация, таким образом, представляет собой способ получения «нового знания» путём коррекции «старого знания» на основе новой информации.

Алгоритм (5.65) удобно записать в виде

$$A_{M(i+1)} = A_{M_i} + \tilde{\Phi}_a(A_{M_i}, J_{i+1}, Y_{M(i+1)}), \quad (5.66)$$

где  $\tilde{\Phi}_a$  – оператор адаптивной идентификации.

Если адаптивный метод параметрической идентификации реализуется в реальном масштабе времени, то его называют методом самонастраивающейся модели.

В противоположность адаптивному алгоритму идентификации неадаптивный позволяет получить искомые параметры  $A_M$  сразу, используя всю совокупность информации  $J$ , а не путём их постепенного уточнения.

Если информация  $J$  задана, то задачу идентификации можно решать как адаптивным, так и неадаптивным способом. Каждый из них имеет свои преимущества и недостатки. Неадаптивный алгоритм позволяет сразу определить идентифицируемые параметры, но он сложен, и для его реализации требуются значительные вычислительные мощности. Адаптивный алгоритм проще: его легче программировать и отлаживать. Применяют его обычно для идентификации объектов с изменяющимися свойствами, с дрейфующими параметрами в режиме самонастраивающейся модели.

Полученные оценки параметров  $A_M$  зависят от постановки задачи. При этом возможны различные комбинации классов моделей (видов операторов  $F_M$ ), критериев  $Z$  и структуры экспериментальных данных  $J$ . Существует также огромное разнообразие методов решения уравнений модели и задач оптимизации.

В связи с этим для иллюстрации методологии последовательности решения задач параметрической идентификации, рассмотрим относительно простой, частный случай, когда модель системы детерминированная, статическая и одномерная, т.е.

$$y_M = f(X, A_M), \quad (5.67)$$

где  $y_M$  – скаляр, а  $f$  – известная скалярная функция.

Наиболее просто и естественно в качестве критерия идентификации выбрать квадрат невязки измеренного значения выходного параметра и его расчётного значения по модели, причём квадрат невязки должен быть минимальным, т.е.

$$Z(A_M) = (y - y_i)^2 \rightarrow \min_{A_i}. \quad (5.68)$$

Отметим, однако, что в ряде случаев возможны и целесообразны другие критерии параметрической идентификации, например модульный, минимаксный.

При неадаптивном алгоритме идентификации используется сразу вся совокупность информации о входах и выходах системы, однако выходы модели на каждом шаге получения новой информации не могут быть использованы, поскольку неизвестны значения  $A_M$ . В связи с этим критерием идентификации целесообразно выбрать сумму квадратов разностей между выходами модели  $y_M$  и реального объекта  $y$  при одинаковых значениях входных параметров  $X_{\text{вх}j}$ .

$$Z(A_M) = \sum_{j=1}^J [f(X_{\text{вх}j}, A_M) - y_j]^2 \rightarrow \min_{A_M}, \quad (5.69)$$

где  $J$  – число измерений входных и выходных параметров системы.

В этом выражении неизвестными являются компоненты вектора  $A_M$ , и задача параметрической идентификации сводится к отысканию таких значений параметров  $A_M^* = (A_{M1}^*, A_{M2}^*, \dots, A_{Mi}^*, \dots, A_{Mk}^*)$ , при которых функция невязки минимальна, т.е.

$$Z(A_M^*) = \min_{A_i} Z(A_i).$$

Это типичная задача безусловной многопараметрической оптимизации. В вычислительной математике разработан ряд эффективных методов её решения, учитывающих особенности минимизируемой функции: симплекс-метод, наискорейшего спуска, различные градиентные методы и др. Отметим только, что при идентификации реальных моделей металлургических объектов функция суммарной невязки очень сложна и многомерна, и не стоит пытаться её минимизировать «вручную», «кустарным» способом. Для такого рода задач современные компьютеры имеют пакеты прикладных программ, и инженер должен уметь воспользоваться этим необходимым инструментом исследований.

Если структура модели (5.67) находится в классе дифференцируемых по  $A_{Mi}$  функции, то задачу (5.69) также можно решить, приравняв нулю частные производные  $Z(A_M)$  по каждому компоненту  $A_{Mi}$  вектора  $A_M$ , т.е.

$$\frac{\partial Z(A_M)}{\partial A_{Mi}} = 2 \cdot \sum_{j=1}^J [f(X_{вхj}, A_M) - y_j] \frac{\partial f(X_{вхj}, A_M)}{\partial A_{Mi}} = 0. \quad (5.70)$$

$$1 \leq i \leq k.$$

Таким образом, задача сводится к решению системы  $k$  уравнений с  $k$  неизвестными. Основная сложность такого решения состоит в сильной нелинейности системы (5.70), однако эта сложность может быть преодолена при помощи, например, метода Ньютона (квазилинеаризации).

Алгоритм адаптивной идентификации методологически не отличается от изложенного, хотя и имеет свои математические особенности. Здесь выход модели на  $(i+1)$ -м шаге известен, т.к. имеется априорная информация о параметрах  $A_M$  на  $i$ -м шаге. Локальная невязка выходов модели и объекта на  $(i+1)$ -м шаг

$$\varepsilon_{i+1}(A_{Mi}) = f(X_{(i+1)}, A_{Mi}) - y_{i+1} \quad (5.71)$$

представляет собой число, и необходимо заменить  $A_{Mi}$  на такой вектор  $A_{M(i+1)}$ , чтобы квадрат этой невязки был минимален, т.е.

$$Z_{i+1} = [\varepsilon_{i+1}(A_{Mi})]^2 = f(X_{вх(i+1)}, A_{Mi}) - y_{i+1} \Big|_{A_{M(i+1)}}^2 \rightarrow \min. \quad (5.72)$$

Таким образом, задачу многопараметрической оптимизации по вектору  $A_M$  необходимо решать на каждом шаге, т.е. после каждого поступления новой информации, используя пакеты прикладных программ или универсальные интегрированные среды.

В случае многомерности выходных параметров процедура параметрической идентификации принципиально не отличается от рассмотренного одномерного случая. Основное отличие заключается в том, что для каждого выходного параметра формируются свои, частные критерии идентификации. Поэтому задача оптимизации является многокритериальной и может быть решена, например, свёртыванием частных критериев в один, общий, или путём многократного повторения параметрической идентификации по каждому из выходных параметров в отдельности.

Конечно, большое разнообразие процедур и алгоритмов идентификации осложняет задачу инженера-металлурга. Однако, к счастью, при современной технологии моделирования выбор метода решения задач параметрической идентификации не всегда является определяющим. Это обусловлено тем, что, как уже отмечалось, задачи параметрической идентификации решаются на современных компьютерах, имеющих пакеты прикладных программ и универсальные интегрированные среды для численного решения уравнений, описывающих свойства модели, а также для решения задач оптимизации. При наличии такого сервиса задача инженера сводится главным образом к корректной физической формулировке задачи, разработке математической модели системы, выбору критерия идентификации, максимально эффективному использованию при решении задач имеющегося программного обеспечения компьютеров, а также к анализу полученных результатов. Отметим, что для идентификации даже относительно простых моделей не стоит пытаться решать задачи «кустарным» способом, т.е. вручную, – такого рода попытки обречены на провал.

### **5.3. Постановка задачи идентификации параметров модели внешнего теплообмена в нагревательной печи**

При построении систем управления нагревательными печами одной из основных проблем является задача получения объективной информации о температурных полях нагреваемых заготовок. Эпизодически удаётся контролировать в лучшем случае только температуру поверхности металла, а температура внутренних точек по толщине недоступна для непосредственного измерения, она может быть определена только расчётным путём с помощью математической модели.

На рис. 5.8 изображена схема проходной нагревательной печи, имеющей  $m$  тепловых зон.

Известно, что теплообмен в рабочем пространстве нагревательных печей осуществляется путём конвекции и излучения, тогда как

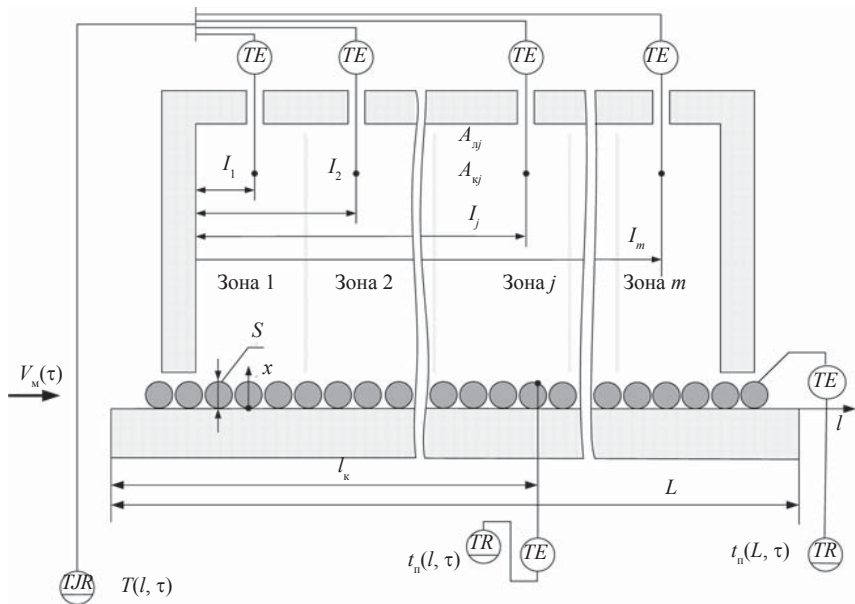


Рис. 5.8. Расчётная схема параметрической идентификации модели внешнего теплообмена в проходной печи

перенос тепла в нагреваемом металле происходит за счёт теплопроводности. При этом процесс внутреннего теплообмена в нагреваемом материале удовлетворительно описывается математической моделью следующей структуры:

$$c\rho \frac{\partial t(x, l, \tau)}{\partial \tau} + c\rho V_M(\tau) \frac{\partial t(x, l, \tau)}{\partial l} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t(x, l, \tau)}{\partial x} \right), \quad (5.73)$$

при следующих начальных и граничных условиях:

$$t(x, l, \tau)|_{\tau=0} = t_0(x, l); \quad t(x, l, \tau)|_{l=0} = t_H(x, \tau); \quad (5.74)$$

$$\left. \frac{\partial t(x, l, \tau)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad 0 \leq l \leq L; \quad 0 \leq x \leq S; \quad 0 \leq \tau \leq \tau_k; \quad (5.75)$$



$$\left. \frac{\partial t(x, l, \tau)}{\partial x} \right|_{x=S} = \sum_{i=1}^n A_i(l, \tau) \cdot f_i [T_i(l, \tau) - t(S, l, \tau)], \quad (5.76)$$

где  $c$ ,  $\rho$ ,  $\lambda$  – соответственно теплоёмкость единицы массы, плотность и коэффициент теплопроводности, зависящие в общем случае от температуры;  $x$  – координата по толщине металла;  $l$  – координата по длине печи;  $\tau$  – время;  $S$  – расчётная толщина заготовки, т.е.  $x = S$  для наблюдаемой поверхности заготовки;  $t_m(x, \tau)$  – заданная функция, характеризующая распределение температур по толщине металла, поступающего в печь;  $t_0(x, l)$  – функция, характеризующая начальные условия;  $f_i$  – некоторые функции, описывающие внешний теплообмен, вид которых определяется на этапе структурного синтеза моделей внешнего теплообмена;  $T_i(l, \tau)$  – температура теплообменивающихся с металлом элементов печи;  $i = 1, 2, \dots, n$  ( $n$  – число элементов печи, теплообменивающихся с металлом). В качестве  $T_i(l, \tau)$  могут выступать, например, температуры газов, свода, стен и т.п. Расчёт температуры металла  $t(x, l, \tau)$  по модели (5.73)–(5.76) обеспечивает достаточную для практических целей точность, если удовлетворительно определены значения параметров внешнего теплообмена  $A_i(l, \tau)$ , а также имеются технические возможности непрерывного контроля температур всех теплообменивающихся с металлом элементов печи  $T_i(l, \tau)$ .

В реальных условиях измеряется, как правило, только некоторая усреднённая (фиктивная) температура в рабочем пространстве отдельных зон печи  $T(l, \tau)$ , т.е.  $n = 1$ . Именно такой случай и соответствует рассматриваемой постановке (рис. 5.8).

Тогда структура идентифицируемой модели внешнего теплообмена может быть представлена в различной форме:

– конвективной

$$\lambda \cdot \left. \frac{\partial t(x, l, \tau)}{\partial x} \right|_{x=S} = A_k(l, \tau) [T(l, \tau) - t(S, l, \tau)]; \quad (5.77)$$

– лучистой

$$\lambda \cdot \left. \frac{\partial t(x, l, \tau)}{\partial x} \right|_{x=S} = A_r(l, \tau) C_0 \left[ \left( \frac{T(l, \tau) + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{t(S, l, \tau) + 273}{100} \right)^4 \right]; \quad (5.78)$$

– комбинированной

$$\lambda \cdot \frac{\partial t(x, l, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=S} = A_k(l, \tau) [T(l, \tau) - t(S, l, \tau)] + \\ + A_{\text{л}}(l, \tau) \cdot C_0 \left[ \left( \frac{T(l, \tau) + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{t(S, l, \tau) + 273}{100} \right)^4 \right], \quad (5.79)$$

где  $A_k(l, \tau)$  – параметр идентификации конвективного теплообмена, имеющий размерность коэффициента теплоотдачи (эффективный коэффициент конвективного теплообмена);  $A_{\text{л}}(l, \tau)$  – параметр идентификации лучистого теплообмена, имеющий размерность степени черноты;  $C_0$  – коэффициент излучения абсолютного тела.

Известно, что при нагреве металла в проходных печах параметры внешнего теплообмена представляются в виде кусочно-постоянных функций по длине печи, т.е.  $A_k$  и  $A_{\text{л}}$  могут существенно изменяться при переходе от одного участка (зоны) к другому, поэтому значения этих параметров следует определять для каждого участка, в пределах которого значения  $A_k$  и  $A_{\text{л}}$  можно считать постоянными. Обозначим через  $A_{kj}$  и  $A_{lj}$  параметры внешнего теплообмена в  $j$ -й тепловой зоне печи, в которой установлены датчики температуры.

Представляет практический интерес алгоритм решения задачи идентификации для такой постановки, когда известны результаты измерений температуры поверхности металла в отдельных точках по длине печи ( $l = l_k$ ) в  $i$ -е моменты времени –  $t_{\text{н}}(l_k, \tau_i)$  или, как частный случай, – температура поверхности металла на выходе из печи  $t_{\text{н}}(L, \tau_i)$ . Такая постановка задачи соответствует практическим условиям получения экспериментальных данных для идентификации в проходных печах, когда температура поверхности металла измеряется в отдельных точках с помощью, например, контактных термопар, вводимых в рабочее пространство печи через смотровые окна, либо с помощью специальных пирометрических измерений.

Таким образом, исходными данными для идентификации являются структура уравнения модели (5.73)–(5.79); измеряемые выходы, в том числе результаты контроля температуры поверхности металла в отдельных точках по длине печи  $t_{\text{н}}(l_k, \tau_i)$ ; измеряемые входы, в частности показания приборов, фиксирующих температуру в отдельных зонах печи  $T(l_j, \tau_i)$ . Параметрами идентификации являются коэффициенты внешнего теплообмена  $A_{kj}, A_{lj}$ .

Задачу идентификации параметров внешнего теплообмена можно сформулировать следующим образом. Требуется определить такие значения параметров теплообмена для  $j$ -й зоны  $A_{kj}, A_{lj}$ , при которых в идеале рассчитанная температура поверхности металла в  $i$ -й момент времени  $t(S, l_k, \tau_i)$  совпала бы с измеренным значением температуры поверхности металла  $t_n(l_k, \tau_i)$ :

$$t(S, l_k, \tau_i) = t_n(l_k, \tau_i). \quad (5.80)$$

Однако чаще всего абсолютно точного совпадения на этапе идентификации добиться не удаётся, поэтому в качестве критерия идентификации, как уже отмечалось, используют абсолютное значение или квадрат невязки, которые должны стремиться к нулю:

$$Z = \left| t(S, l_k, \tau_i) - t_n(l_k, \tau_i) \right| \rightarrow \min; \quad (5.81)$$

$$Z = \left( t(S, l_k, \tau_i) - t_n(l_k, \tau_i) \right)^2 \rightarrow \min. \quad (5.82)$$

Таким образом, при решении задач параметрической идентификации приходится решать совместные задачи интегрирования уравнения (5.73) с граничными условиями (5.74)–(5.79) и оптимизации (5.81), (5.82).

При решении задач идентификации параметров внешнего теплообмена в нагревательных печах целесообразно использовать не исходную дифференциальную модель объекта (5.74)–(5.79), а непосредственно её конечно-разностный аналог. Это обусловлено нелинейностью уравнений, описывающих свойства объекта, сложностью, а в ряде случаев и невозможностью их аналитического решения. Минимизация критерия идентификации может осуществляться одним из численных методов, например методом спирального координатного спуска, который в трёхмерном пространстве напоминает спуск во впадину по спирали.

Отметим, что изложенный подход к идентификации применим и в случае, когда нагреваются заготовки более сложной формы, а также при наличии на поверхности металла слоя окалины. При этом усложняется процедура расчёта внутреннего теплообмена, и для идентификации следует использовать результаты измерений температуры поверхности окалины. Рассмотренный подход к идентификации параметров модели внешнего теплообмена можно использовать и для камерных нагревательных печей. В этом случае параметры модели будут изменяться только во времени.

## 5.4. Анализ решения некоторых задач параметрической идентификации

На рис. 5.9 приведены результаты расчётов по алгоритму идентификации для нагрева сляба толщиной 0,1 м, с начальной температурой 650 К и температурой газа 1600 К. Теплофизические свойства материала выбраны для среднеуглеродистой стали. Линия 1 характеризует результаты расчётов температуры поверхности металла, когда использовалась эталонная модель внешнего теплообмена в конвективной форме ( $A_k = 405 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ). Линия 2 характеризует изменение температуры поверхности при адаптивном алгоритме, когда  $A_n$  изменяется (подстраивается) во времени по мере нагрева металла, а линия 3 – при неадаптивном, т.е. когда  $A_n$  остаётся постоянной на всем интервале нагрева металла ( $A_n = 0,6^n = \text{const}$ ). При этом структура идентифицируемой модели внешнего теплообмена

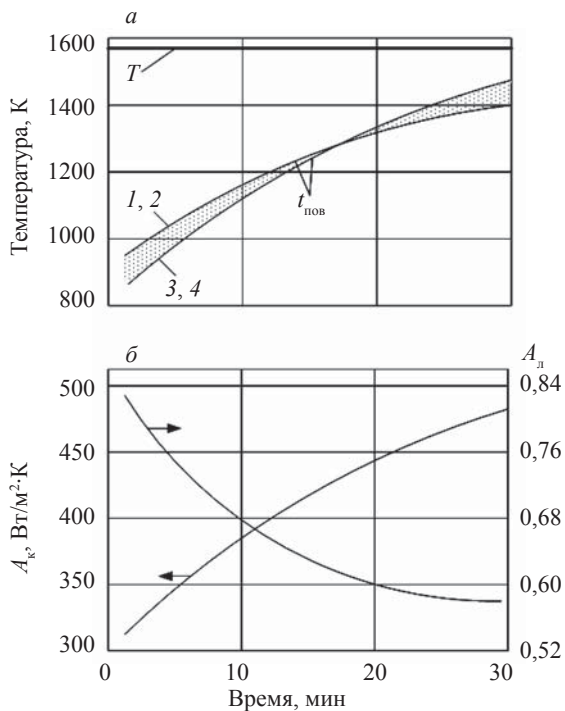


Рис. 5.9. Изменение температур поверхности материала, газа (а) и параметров настройки модели (б) во времени

выбрана в лучистой форме. Очевидно, что линия 3 одновременно соответствует и эталонной лучистой модели внешнего теплообмена с  $\varepsilon_{\text{пр}} = 0,6$ . Линия 4 отражает адаптивный алгоритм идентификации модели внешнего теплообмена в конвективной форме, когда структура эталонной модели внешнего теплообмена задана в лучистой форме (линия 3).

Как следует из представленных результатов, даже в случае несовпадения структуры внешнего теплообмена с реальным механизмом этого явления можно добиться приемлемой точности, что подтверждается практическим совпадением линий 1-й с 2-й и 3-й с 4-й. Использование же в этом случае неадаптивного (регулярного) алгоритма может привести к значительным погрешностям прогноза температурных полей нагреваемого металла, о чем свидетельствует различие линий 1-й и 3-й, 2-й и 4-й.

Изменение параметров настройки модели по ходу нагрева металла при адаптивном алгоритме для указанных вариантов расчётов представлены на рис. 5.9.

Увеличение  $A_k$  при эталонной лучистой модели внешнего теплообмена связано с тем, что при приведении структуры модели внешнего теплообмена в форме закона Ньютона к структуре модели в форме закона Стефана–Больцмана приведённый коэффициент теплоотдачи возрастает с повышением температуры в печи. Этим же обстоятельством объясняется уменьшение  $A_d$  во времени при эталонной модели внешнего теплообмена в конвективной форме.

Влияние неконтролируемых возмущений на точность прогноза температурных полей оценивалось исходя из принципа аддитивного наложения помех. С этой целью (по сравнению с эталонной лучистой моделью внешнего теплообмена) дополнительно задавались знак и величина систематических погрешностей контроля температур в рабочем пространстве печи  $\Delta T$  и температуры поверхности металла  $\Delta t_{\text{пов}}$ .

В результате определялось значение  $A_d$ , которое отличается от заданного значения  $A_d^0$ , принятого при расчёте эталонной модели. Результаты вычислений, представленные на рис. 5.10, показывают, что погрешность контроля температур в рабочем пространстве печи и поверхности металла в пределах  $\pm 20$  К приводит к погрешности определения  $A_d$  в пределах 6 %, что соответствует максимальному модулю погрешности оценки перепада температур по толщине металла в процессе нагрева примерно 30 К, что приемлемо для решения инженерных задач.

В качестве примера применения алгоритмов параметрической идентификации на рис. 5.11 представлены результаты определения параметров модели внешнего теплообмена при нагреве сляба из титанового сплава в камерной газовой печи с выкатным подом.

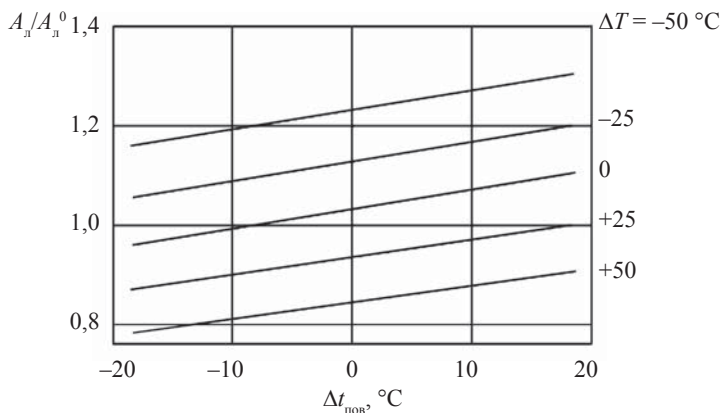


Рис. 5.10. Влияние погрешности контроля температур на точность определения параметров настройки модели

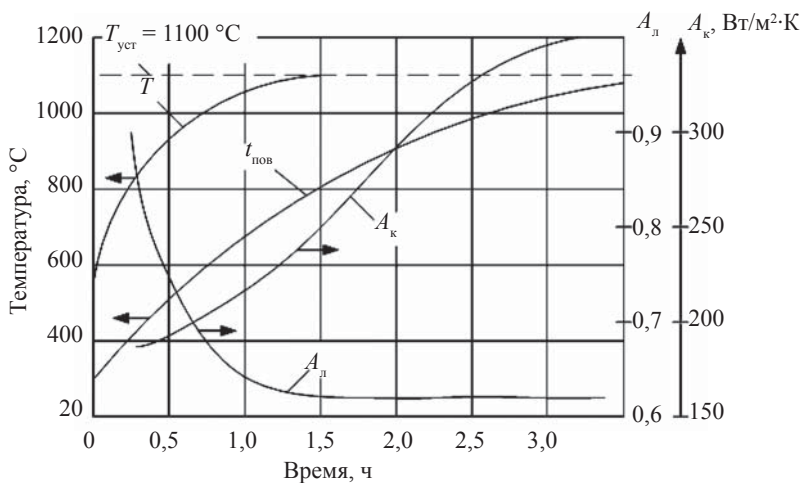


Рис. 5.11. Изменение температур и параметров настройки модели в камерной печи

В процессе исследований непрерывно контролировались температура в рабочем пространстве печи, а также температуры верхней и нижней поверхностей и центра сляба. При толщине сляба 0,265 м, как показал анализ, расчётная толщина его составила 0,2 м. Структура модели внешнего теплообмена задавалась как в лучистой, так

и в конвективной формах. Анализ результатов расчётов показывает, что наибольшие изменения в параметрах настройки модели теплообмена наблюдались в первом, наиболее интенсивном периоде нагрева заготовок, когда существенно изменяется температура газа и поверхности материала.

В последующий период, когда температура в рабочем пространстве печи поддерживалась системой регулирования на постоянном уровне, а температура поверхности металла хотя и повышалась, но в значительно меньшей степени по сравнению с первым периодом, параметры  $A_d$  и  $A_k$  настройки модели изменялись мало. Таким образом, в период интенсивного нагрева и изменений температур поверхности заготовок и греющей среды необходимо использовать адаптивный алгоритм идентификации, в период же выравнивания температуры по толщине металла (период выдержки) можно воспользоваться и неадаптивным алгоритмом идентификации.

## ГЛАВА 6. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРИИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

### 6.1. Основные понятия

Планирование эксперимента – это раздел математической статистики, изучающей рациональную организацию измерений, подверженных случайным ошибкам. Под математической теорией планирования эксперимента понимают науку о способах составления экономичных экспериментальных планов, которые позволяют извлекать наибольшее количество информации об объекте исследования, о способах проведения эксперимента, о способах обработки экспериментальных данных и их использования для оптимизации производственных процессов, а также инженерных расчётов. Теория планирования экспериментов возникла как раздел математической статистики, и поэтому в ней сложилась терминология, отличная от терминологии теории управления.

Использование теории планирования эксперимента обеспечивает:

- 1) минимизацию, т.е. предельное сокращение необходимого числа опытов;
- 2) одновременное варьирование всех факторов;
- 3) выбор чёткой стратегии, что позволяет принимать обоснованные решения после каждой серии опытов;
- 4) минимизацию ошибок эксперимента за счёт использования специальных проверок.

Для иллюстрации некоторых из этих положений воспользуемся ставшим уже классическим примером из книги В.В. Налимова, Т.И. Голиковой [37].

Рассмотрим пример – взвешивание трёх объектов  $A$ ,  $B$ ,  $C$  на аналитических весах. Первый – традиционный – подход предусматривает последовательное взвешивание каждого из образцов. Исследователь вначале делает холостое взвешивание для определения нулевой точки весов, а затем по очереди взвешивает каждый из образцов. Это пример традиционного использования однофакторного эксперимента, т.е. здесь исследователь изучает реакцию на поведение каждого из факторов в отдельности. Традиционная схема взвешивания трёх объектов представлена в табл. 6.1.



Таблица 6.1

## Традиционное проведение эксперимента\*

Номер опыта	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	Результат взвешивания
1	-1	-1	-1	$y_0$
2	+1	-1	-1	$y_1$
3	-1	+1	-1	$y_2$
4	-1	-1	+1	$y_3$

\* Когда образец кладётся на весы, в таблице ставится +1, когда он на весах отсутствует, то -1.

Масса каждого объекта оценивается только по результатам двух опытов: того опыта, в котором на весы был положен изучаемый объект, и холостого опыта. Например, масса объекта *A*:  $m_A = y_1 - y_0$ . Как обычно, ошибка взвешивания предполагается независимой от взвешиваемой величины, аддитивной и имеющей одно и то же распределение. Тогда дисперсия измерения веса образца следующая:

$$\sigma_A^2 = \sigma_{y_1}^2 + \sigma_{y_0}^2 = 2\sigma^2, \quad (6.1)$$

где  $\sigma^2$  – дисперсия любого взвешивания. Такими же будут и дисперсии весов образцов *B* и *C*.

Приведём теперь тот же эксперимент по несколько иной схеме, задаваемой матрицей планирования, приведённой в табл. 6.2.

В первых трёх опытах последовательно взвешивают объекты *A*, *B*, *C*, в последнем опыте тоже взвешивают объекты *A*, *B*, *C*, но все три объекта вместе, а «холостое» взвешивание не производится.

Таблица 6.2

## Планирование эксперимента при взвешивании трёх объектов

Номер опыта	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	Результат взвешивания
1	+1	-1	-1	$y_1$
2	-1	+1	-1	$y_2$
3	-1	-1	+1	$y_3$
4	+1	+1	+1	$y_4$

Легко заметить, что масса каждого объекта будет задаваться формулами

$$\begin{aligned} m_A &= \frac{1}{2}(y_1 - y_2 - y_3 + y_4); \\ m_B &= \frac{1}{2}(y_2 - y_1 - y_3 + y_4); \\ m_C &= \frac{1}{2}(y_3 - y_1 - y_2 + y_4). \end{aligned} \quad (6.2)$$

Масса объекта  $A$ , вычисленная по приведенной выше формуле, оказывается не искажённой массами весов объектов  $B$  и  $C$ , так как масса каждого из них входит в формулу для массы  $A$  дважды с разными знаками.

Найдём теперь дисперсию, связанную с ошибкой взвешивания, по новой схеме постановки экспериментов:

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{4}(\sigma_{y_1}^2 + \sigma_{y_2}^2 + \sigma_{y_3}^2 + \sigma_{y_4}^2) = \sigma^2. \quad (6.3)$$

Аналогичным образом находим:

$$\sigma_B^2 = \sigma^2, \quad \sigma_C^2 = \sigma^2.$$

Мы видим, что при новой схеме дисперсия взвешивания получается вдвое меньше, чем при традиционной схеме, хотя в обоих случаях на взвешивание трёх объектов затрачивалось по четыре опыта. Зададимся вопросом: «В результате чего происходит увеличение точности экспериментов в два раза?».

В первом случае эксперимент был поставлен так, что каждую массу мы получали лишь из двух взвешиваний. При новой схеме взвешивания каждая масса вычислялась уже по результатам всех четырёх взвешиваний. Вторую схему можно назвать многофакторной, поскольку здесь оперируют всеми факторами так, что каждая масса вычислялась по результатам сразу всех опытов, проведённых в данной серии экспериментов, – вот главная причина уменьшения дисперсии вдвое.

Таким образом, использование теории планирования эксперимента может явиться одним из путей существенного повышения эффективности многофакторных экспериментальных исследований.

Использование методов планирования эксперимента, как правило, возможно при реализации активного эксперимента. Активный эксперимент – эксперимент, в котором уровни факторов в каждом опыте задаются исследователем.

Поскольку в этом случае экспериментатор имеет возможность «активно» вмешиваться в исследуемое явление, то естественно, что активный эксперимент всегда предполагает какой-либо план его проведения. Поэтому активный эксперимент всегда должен начинаться с планирования. Планирование эксперимента – выбор плана эксперимента, удовлетворяющего поставленным требованиям.

К требованиям, предъявляемым при планировании активно-го эксперимента, можно отнести степень точности и надёжности результатов, полученных после проведения эксперимента, сроки и средства, имеющиеся в распоряжении исследователя, и т.д.

Для решения задач планирования экспериментов следует организовать такое изменение входов  $U$ , чтобы можно было эффективно определить параметры  $C$  модели и, если необходимо, скорректировать и структуру модели.

При выборе структуры модели приходится учитывать, что истинный вид функции отклика  $y = f(u_1, \dots, u_p, \dots, u_k)$  до эксперимента чаще всего неизвестен, в связи с чем для математического описания используют уравнение

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i u_i + \sum_{i,j=1}^k \beta_{ij} u_i u_j + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} u_i^2 + \dots, \quad (6.4)$$

где  $u_p, u_u$  – переменные факторы при  $i = 1, \dots, k; u = 1, \dots, k; i \neq j$ ;

$$\beta_i = \left( \frac{\partial f}{\partial u_i} \right)_0; \beta_{ij} = \left( \frac{\partial^2 f}{\partial u_i \partial u_j} \right)_0; \beta_{ii} = \left( \frac{\partial^2 f}{2 \partial u_i^2} \right)_0 \text{ – коэффициенты.}$$

Это уравнение является разложением в ряд Тейлора неизвестной функции отклика в окрестности точки с  $u_i = u_{i0}$ .

На практике по результатам эксперимента производится обработка данных по методу наименьших квадратов. Этот метод позволяет найти оценку с коэффициентов  $\beta$ , и данный полином заменяется уравнением вида

$$\hat{y} = c_0 + \sum_{i=1}^k c_i u_i + \sum_{i,u=1}^k c_{iu} u_i u_u + \sum_{i=1}^k c_{ii} u_i^2 + \dots, \quad (6.5)$$

которое является регрессионной моделью (моделью регрессионного анализа). В этом выражении  $\hat{y}$  означает модельное, т.е. рассчитываемое по уравнению модели, значение выхода. Коэффициенты регрессии

определяются экспериментально и служат для статистической оценки теоретических коэффициентов, т.е.

$$c_0 \rightarrow \beta_0, c_i \rightarrow \beta_i, c_{iu} \rightarrow \beta_{iu}, c_{ii} \rightarrow \beta_{ii}.$$

В регрессионной модели члены второй степени  $u_i u_u, u_i^2$  характеризуют кривизну поверхности отклика. Чем больше кривизна этой поверхности, тем больше в модели регрессии членов высшей степени. На практике чаще всего стремятся ограничиться линейной моделью.

Эксперимент с объектом напоминает схему систем управления, что, впрочем, очевидно, т.к. планирование эксперимента является одним из вариантов системы управления с целью определения параметров и возможно структуры объекта. Математически неизбежность экспериментов с объектом приводит к необходимости иметь исходную информацию о состоянии входов и выходов объекта.

$$I = \langle U, Y \rangle. \quad (6.6)$$

Целью активного эксперимента может быть либо определение функции отклика в виде

$$Y = F(U, C), \quad (6.7)$$

где  $C = (c_1, \dots, c_k)$  – неизвестные параметры объекта, которые должны быть определены на этапе планирования экспериментов, либо поиск такого сочетания уровней управляемых факторов  $U$ , при котором достигается оптимальное (экстремальное – минимальное или максимальное) значение функции отклика. В этом последнем случае эксперимент носит ещё название поискового (экстремального) эксперимента. Задача планирования экспериментов заключается в таком минимальном изменении входа  $U$ , при котором полученная информация  $Y$  давала бы по возможности наилучшим образом оценить значение параметров  $C$ . Таким образом, реализация целей планирования предусматривает решение следующей оптимизационной задачи:

$$Z(U, C) \rightarrow \min_{U \in G_u}. \quad (6.8)$$

Основная проблема планирования заключается в эффективном решении оптимизационной задачи (6.8), т.е. в создании оптимальных планов  $U^*$  на допустимом ресурсном множестве  $G_u$ .

Таким образом, в рамках теории планирования экспериментов обычно решаются следующие основные задачи:

1. Задача построения такого эксперимента, чтобы полученная информация дала возможность выбрать наилучшую структуру модели из заданного набора конкурирующих моделей и при этом определить её параметры.

2. Задача выделения наиболее существенных входных параметров, которые оказывают значительное влияние на выходные параметры.

3. Задача экспериментальной оптимизации. В ходе решения такой задачи находится совокупность значений управляемых факторов или области их существования, обеспечивающих экстремума значение функции отклика.

Рациональная организация эксперимента подразумевает выбор числа и условий проведения опытов, необходимых для решения поставленной задачи с требуемой точностью.

Для проведения эксперимента составляется план, представляющий собой перечень и значения входных параметров ( $U$ ), которые должны быть реализованы в процессе эксперимента. План обычно представляется в виде матрицы планирования и определяется двумя факторами: ресурсом ( $R$ ) и критерием планирования ( $Z$ ).

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11} \dots u_{g1} \\ \vdots \\ u_{n1} \dots u_{gn} \end{bmatrix}. \quad (6.9)$$

Точка  $u_j^0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_{ji}$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$  называется центром плана.

План называется центральным, если  $u_j^0 = 0$ .

*Ресурсы планирования*  $R$  включают в себя допустимый объем экспериментов ( $n$ ) и допустимые пределы изменений входных параметров в процессе экспериментов  $U \in G_u$ . Причём область планирования обычно задаётся с помощью неравенства

$$-1 \leq u_i \leq 1, i = 1, \dots, k, \quad (6.10)$$

где  $u_i$  измеряется в стандартизированном масштабе следующим образом:

$$u_i = \frac{u_i^* - \frac{u_{i\max}^* + u_{i\min}^*}{2}}{\frac{u_{i\max}^* - u_{i\min}^*}{2}}. \quad (6.11)$$

Здесь значения  $u_i^*$  представляются в натуральном масштабе измерений.

Наиболее распространены следующие виды областей  $G_u$ :

- **гиперкуб**, в котором факторы независимо друг от друга принимают значения из интервала

$$-1 \leq u_i \leq 1; \quad (6.12)$$

- **гиперсфера** единичного радиуса, отличающаяся от куба ограничением

$$\sum_i u_i^2 \leq 1; \quad (6.13)$$

- **симплекс**, в котором факторы принимают значения из интервала (0; 1) при условии

$$\sum_i u_i^2 \equiv 1. \quad (6.14)$$

Заметим, что существенную роль играет лишь форма области. Ограничения на длину интервала не нарушают общности, так как нужный размер области можно всегда получить путём нормирующего линейного преобразования.

*Критерий планирования.* Выбор критерия планирования  $Z$  во многом определяет порядок проведения измерений, обработку результатов эксперимента, точность оценки вектора коэффициентов модели. В качестве критерия планирования обычно выбирают характеристики процесса планирования, определяющие точность оценки параметров модели, поэтому рассмотрим эксперимент, целью которого является наиболее достоверное определение параметров  $C$ .

В качестве точности характеристик являются как правило дисперсии параметров  $C$ :

$$D_c = \begin{bmatrix} D_{11} \dots \dots \dots D_{1k} \\ \dots \dots \dots \\ D_{k1} \dots \dots \dots D_{kk} \end{bmatrix}, \quad (6.15)$$

где  $D_{ii}$  – дисперсии параметров  $C$

$$D_{ii} = M[(c_i - \bar{c}_i)^2], \quad (6.16)$$

$M$  – знак математического ожидания, а  $D_{ij}$  – коэффициенты корреляции (ковариации) этих параметров.

$$D_{ij} = M[(c_i - \bar{c}_i)(c_j - \bar{c}_j)]. \quad (6.17)$$

В общем случае определение дисперсионной (ковариационной) матрицы является не простой задачей. Однако для моделей линейных относительно параметров  $C$ , что чаще всего и используется при планировании эксперимента, дисперсионная матрица обратная информационной матрице Фишера:

$$D_c = \sigma^2 \Phi^{-1} \quad (6.18)$$

или

$$D_{ij} = \sigma^2 \Phi_{ij} / |\Phi|, \quad i, j = 1, \dots, k, \quad (6.19)$$

где  $\Phi_{ij}$  – алгебраическое дополнение матрицы  $\Phi$ ;  $|\Phi|$  – определитель матрицы  $\Phi$ ;  $\sigma^2$  – дисперсия случайной помехи, накладываемой на выход объекта.

При наличии дисперсионной матрицы  $D_c$  можно сформулировать критерии планирования эксперимента. При этом критерием планирования может быть любая функция элементов дисперсионной матрицы.

***D-оптимальный план.*** Этот критерий требует такого выбора плана, при котором определитель дисперсионной матрицы минимален

$$Z = |D_c| \rightarrow \min \Rightarrow U^*. \quad (6.20)$$

План, минимизирующий этот критерий, называют *D-оптимальным* и позволяет минимизировать объем рассеяния оценок коэффициентов.

В силу соотношения (6.18) минимизация дисперсионной матрицы  $D_c$  сводится к максимизации информационной матрицы  $|\Phi|$

$$Z = |\Phi| \rightarrow \min \Rightarrow U^*. \quad (6.21)$$

***A-оптимальный план.*** Этот критерий требует выбора плана, при котором дисперсионная матрица имеет минимальный след. По существу это требование минимизации средней дисперсии оценок коэффициентов  $C$ .

$$Z = \sum_{i=1}^q D_{ii} \rightarrow \min \Rightarrow U^*. \quad (6.22)$$

***G-оптимальный план.*** Требуется выбрать план, при котором достигается минимальная величина максимальной дисперсии оценок

$$Z = \max D_{ii} \rightarrow \min \Rightarrow U^* \quad (6.23)$$

Наиболее предпочтительным при синтезе планов является использование *D-оптимальности*. Поскольку непрерывный *D-оптимальный* план оказывается одновременно и *G-оптимальным*. Кроме того, критерий *D-оптимальности* учитывает все элементы дисперсионной матрицы поэтому он предпочтительнее *A-оптимальности*, который учитывает только диагональные элементы.

### ***D-оптимальное планирование***

В качестве примера построим *D-оптимальный* план для самого простого случая – линейного одномерного объекта:

$$\hat{y} = c_0 + c_1 u. \quad (6.24)$$

Исходную информацию представим в виде результатов эксперимента с объектом:

$$I = \langle u_i, y_i \rangle, i = 1, \dots, n. \quad (6.25)$$

Для определения искоемых коэффициентов  $c_0, c_1$  воспользуемся методом наименьших квадратов:

$$Q(c_0, c_1) = \sum_{i=1}^n [y_i - (c_0 + c_1 u_i)]^2 \rightarrow \min_{c_0, c_1} \quad (6.26)$$

Для решения этой задачи, как известно из математического анализа, необходимо вычислить частные производные функции  $\Phi$  по коэффициентам  $c_0, c_1$  и приравнять их нулю:

$$\frac{\partial Q(c_0, c_1)}{\partial c_0} = 0; \quad \frac{\partial Q(c_0, c_1)}{\partial c_1} = 0. \quad (6.27)$$

Система нормальных уравнений примет вид

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n [y_i - (c_0 + c_1 u_i)] = 0; n c_0 + c_1 \sum_{i=1}^n u_i = \sum_{i=1}^n y_i, \\ \sum_{i=1}^n [y_i - (c_0 + c_1 u_i)] \cdot u_i = 0; c_0 \sum_{i=1}^n u_i + c_1 \sum_{i=1}^n u_i^2 = \sum_{i=1}^n u_i y_i. \end{cases} \quad (6.28)$$



Эту систему удобно преобразовать к следующему виду:

$$\begin{cases} c_0 + c_1 \bar{u} = 1/n \sum_{i=1}^n y_i; \\ c_0 \bar{u} + c_1 \bar{u}^2 = 1/n \sum_{i=1}^n u_i y_i, \end{cases} \quad (6.29)$$

где  $\bar{u} = 1/n \sum_1^n u_i$ ;  $\bar{u}^2 = 1/n \sum_i (u^2)_i$ .

Определитель информационной матрицы имеет вид:

$$|\Phi(U)| = \begin{vmatrix} 1 & \bar{u} \\ \bar{u} & \bar{u}^2 \end{vmatrix} = \bar{u}^2 - (\bar{u})^2, \quad (6.30)$$

а дисперсионная матрица  $D_c$  равна

$$D_c = \sigma^2 \Phi^{-1} = \sigma^2 \begin{vmatrix} \bar{u}^2 & -\bar{u} \\ -\bar{u} & 1 \end{vmatrix}. \quad (6.31)$$

Выражение (6.31) представляет собой дисперсию точек плана  $U = \langle u_1, \dots, u_n \rangle$ .

Для определения оптимального управления необходимо решить оптимизационную задачу:

$$\bar{u}^2 - (\bar{u})^2 \rightarrow \max_{u_i \in \hat{G}_u}. \quad (6.32)$$

Таким образом, задача состоит в выборе таких  $n$  чисел  $u_i$  на интервале  $-1 \leq u_i \leq 1$ , которые максимизируют  $\bar{u}^2 - (\bar{u})^2$ , т.е. дисперсию точек плана. Это означает, что  $u_i$  должны быть расположены на концах отрезка, причём половина на одном, а вторая половина на другом конце отрезка. Учитывая, что план центрирован  $\bar{u} = 0$ ,  $(\bar{u})^2 = 1$  информационная матрица примет вид

$$|\Phi(U)| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (6.33)$$

что делает матрицу  $\Phi$  диагональной, ортогональной и коэффициенты  $c_0$  и  $c_1$  не коррелированы между собой.

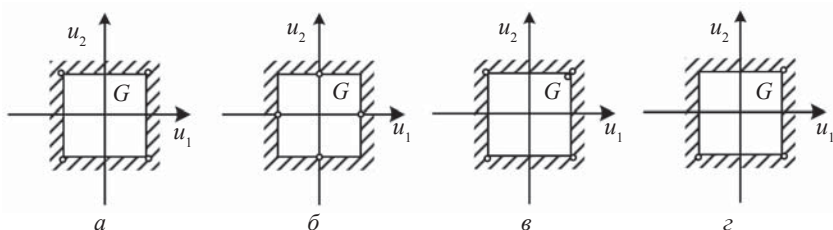


Рис. 6.1. Примеры планов:

$a$  –  $D$ -оптимальный ортогональный ( $N = 4$ );  $b$  – ортогональный не  $D$ -оптимальный ( $N = 4$ );  $v$  –  $D$ -оптимальный неортогональный ( $N = 4$ );  $z$  – то же, но для  $N = 3$

Применяя аналогичные рассуждения для  $D$ -оптимального плана эксперимента в случае линейной многомерной модели

$$\hat{y} = c_0 + c_1 u_1 + \dots + c_q u_q. \quad (6.34)$$

При изменении  $u_i$  на интервале  $-1 \leq u_i \leq 1$  (гиперкуб в  $q$ -мерном пространстве) получим оптимальный план с координатами  $u_i^* = \pm 1$ , т.е. точки  $u_i^*$  должны располагаться в углах гиперкуба, причём так, чтобы план при этом был ортогональным. При этом условие ортогональности состоит в том, что произведения двух любых столбцов матрицы равны нулю.

$$\sum_{i=1}^n u_{ji} u_{li} = 0 \text{ при } i \neq l.$$

На рис. 6.1 приведены примеры различных планов для  $n = 2$ .

Теперь рассмотрим пример квадратичной зависимости в простейшем одномерном случае

$$y = c_1 + c_2 u + c_3 u^2,$$

где функции разложения:  $\phi_1(u) = 1$ ;  $\phi_2(u) = u$ ;  $\phi_3(u) = u^2$ .

Информационная матрица Фишера в этом случае приобретает вид

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & \bar{u} & \bar{u}^2 \\ \bar{u} & \bar{u}^2 & \bar{u}^3 \\ \bar{u}^2 & \bar{u}^3 & \bar{u}^4 \end{bmatrix}, \quad (6.35)$$

где

$$\bar{u}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i^j, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

В этом случае (при заданных переменных) ортогонального плана не существует, так как при  $\bar{u} = \bar{u}^2 = \bar{u}^3 = 0$  определитель  $|\Phi|$  становится равным нулю, что исключает возможность определения  $S$ . Поэтому для простоты синтеза плана естественно потребовать:

$$\bar{u} = \bar{u}^3 = 0, \quad (6.36)$$

т.е. план должен быть симметричным относительно центра зоны планирования  $G$ .

Пусть  $G: -1 \leq u \leq 1$ , тогда определитель информационной матрицы Фишера

$$|\Phi| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \bar{u}^2 \\ 0 & \bar{u}^2 & 0 \\ \bar{u}^2 & 0 & \bar{u}^4 \end{vmatrix} = \bar{u}^2 \left[ \bar{u}^4 - (\bar{u}^2)^2 \right].$$

Теперь построим оптимальные планы с различным объёмом  $N$ , т.е. будем варьировать число точек плана.

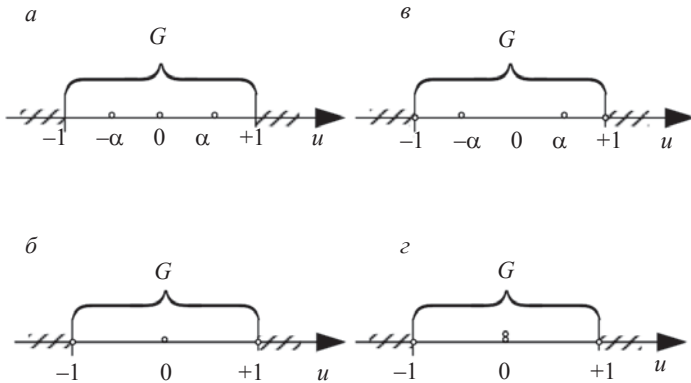


Рис. 6.2. К построению  $D$ -оптимальных планов на отрезке для квадратичной зависимости:

$a, в$  – неоптимальные;  $б, г$  – оптимальные планы

Пусть  $N = 3$ . Симметричный план в этом случае определяется одним параметром  $\alpha$  и имеет вид

$$\tilde{U} = (-\alpha, 0, \alpha)$$

(рис. 6.2, а). Для второго и четвёртого моментов получаем

$$\bar{u}^2 = 2/3\alpha^2; \bar{u}^4 = 2/3\alpha^4$$

и задача синтеза оптимального плана сводится к максимизации выражения

$$|\Phi| = 4/27\alpha^6 \rightarrow \max \Rightarrow \alpha^* = 1,$$

$$-1 \leq \alpha \leq 1$$

решение которой очевидно. Таким образом,  $D$ -оптимальный план в этом случае имеет вид (см. рис. 6.2, б)  $\tilde{U}_D^* = (-1, 0, +1)$ .

Пусть  $N = 4$ . Тогда, фиксируя две очевидные точки плана на его краях ( $u = \pm 1$ ), рассмотрим симметричный план с одним неизвестным параметром  $\alpha > 0$ :  $\tilde{U} = (-1, \alpha, 1)$  (см. рис. 6.2, в), для которого

$$\bar{u}^2 = 1/2(1 + \alpha^2); \bar{u}^4 = 1/2(1 + \alpha^4)$$

и определитель равен

$$|\Phi| = 1/8(1 - \alpha^2)(1 - \alpha^4).$$

Его максимум очевиден при  $\alpha = 0$ , что и даёт  $D$ -оптимальный план

$$\tilde{U}_D^* = (-1, 0, 0, +1),$$

(см. рис. 6.2, з), для которого  $|\Phi| = 1/8$ . Отметим, что этот план получен из предыдущего ( $N = 3$ ) добавлением  $u_4 = 0$ .

Теперь рассмотрим несимметричный план  $u_1 = -1, u_2 = 0, u_3 = u_4 = 1$ . Для него получаем  $|\Phi| = 1/8$ , т.е. этот план

$$\tilde{U}_D^* = (-1, 0, +1, +1).$$

тоже  $D$ -оптимальный.

Анализ показывает, что для квадратичного объекта элементы  $D$ -оптимального плана при любом объёме  $N$  группируются в трёх полученных выше точках  $u = -1, 0, +1$ . Поэтому при синтезе плана для  $N > 4$  следует манипулировать только этими точками.

В общем случае, когда имеется  $k$  точек  $u = -1$ ,  $q$  точек  $u = 0$  и  $m$  точек  $u = +1$  ( $k + q + m = N$ ,  $k > m$ ), то  $\bar{u} = \bar{u}^3 = (k - m)/N$ ,  $\bar{u}^2 = \bar{u}^4 = (k - m)/N$  и из (6.35) после некоторых преобразований получаем

$$|\Phi| = 4kqm/N.$$

Очевидно, что для максимизации этого выражения достаточно иметь  $k = q = m = N/3$ , если, разумеется,  $N$  кратно трём. В противном случае  $k$ ,  $q$  и  $m$  должны различаться не более чем на единицу. Так, например, планы  $a$  и  $b$  на рис. 6.3 оптимальны,  $v$  и  $z$  неоптимальны.

Как видно, оптимальный план объёмом  $N+1$  получается из оптимального плана объёмом  $N$  добавлением одного эксперимента таким образом, чтобы новый план был максимально равномерным.

Это правило можно распространить и на другие планы. Так, для  $n = 2$   $D$ -оптимальный план на квадрате  $-1 \leq u_i \leq 1$  естественно опирается на точки, показанные на рис. 6.4,  $a$ . При  $N = 9$  эти точки образуют  $D$ -оптимальный план. Для  $N = 8$  оптимальный план получается из предыдущего отбрасыванием одной из четырёх точек (1, 2, 3, 4) на осях квадрата  $G$  (см., например, рис. 6.4,  $b$ ). При  $N = 7$  следует отбросить две из указанных точек (рис. 6.4,  $v$ ), при  $N = 6$  – любые три точки на осях, кроме центральной (рис. 6.4,  $z$ ). Нарращивание числа точек оптимального плана осуществляется добавлением тех опорных точек (см. рис. 6.4,  $a$ ), которые максимально повышают определитель  $|\Phi|$ .

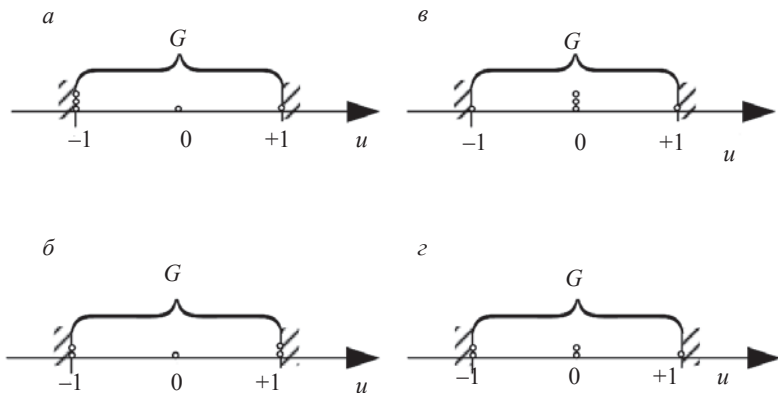


Рис. 6.3. К построению  $D$ -оптимальных планов при  $N = 5$ :  
 $a$ ,  $v$  – неоптимальные;  $b$ ,  $z$  – оптимальные планы

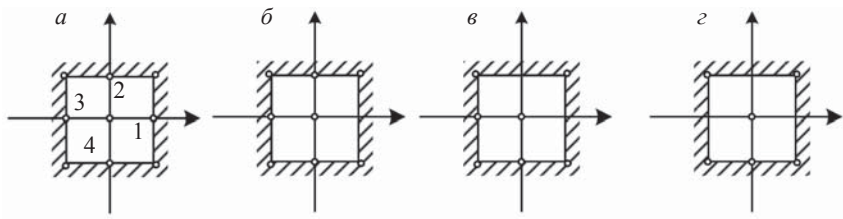


Рис. 6.4.  $D$ -оптимальные планы квадратичной модели ( $n = 2$ ):  
 $a - N = 9$ ;  $б - N = 8$ ;  $в - N = 7$ ;  $г - N = 6$

Это правило имеет место и для любого другого плана любой размерности, что позволяет легко строить рекуррентно оптимальный план, последовательно добавляя опорные точки к оптимальному плану объёмом  $N - 1$ , полученному на предыдущем этапе синтеза.

Последовательность активного эксперимента заключается в следующем:

1) разрабатывается схема проведения исследований, т.е. выполняется планирование эксперимента. При планировании экспериментов обычно требуется с наименьшими затратами и с необходимой точностью либо построить регрессионную модель процесса, либо определить его оптимальные условия;

2) осуществляется реализация опыта по заранее составленному исследователем плану, т.е. осуществляется сам активный эксперимент;

3) выполняется обработка результатов измерений, их анализ и принятие решений.

Таким образом, планирование эксперимента – это процедура выбора условий проведения опытов, их количества, необходимых и достаточных для решения задач с поставленной точностью.

## 6.2. Планирование первого порядка

В планировании экспериментов применяются в основном планы первого и второго порядков. Планы более высоких порядков используются в инженерной практике редко. В связи с этим далее приводится краткое изложение методики составления планов эксперимента для моделей первого и второго порядков.

Под планами первого порядка понимают такие планы, которые позволяют провести эксперимент для отыскания уравнения регрессии, содержащего только первые степени факторов и их произведения:

$$\hat{y} = c_0 + \sum_{i=1}^k c_i u_i + \sum_{\substack{i,u=1 \\ i \neq u}}^k c_{iu} u_i u_u + \sum_{\substack{i,j,u=1 \\ i \neq j \neq u}}^k c_{iju} u_i u_j u_u + \dots \quad (6.37)$$

Планы второго порядка позволяют провести эксперимент для отыскания уравнения регрессии, содержащего и вторые степени факторов:

$$\hat{y} = c_0 + \sum_{i=1}^k c_i u_i + \sum_{i=1}^k c_{ii} u_i^2 + \sum_{\substack{i,u=1 \\ i \neq u}}^k c_{iu} u_i u_u + \dots \quad (6.38)$$

Нахождение уравнения регрессии методом планирования экспериментов состоит из следующих этапов:

- выбор основных факторов и их уровней;
- планирование и проведение собственно эксперимента;
- определение коэффициентов уравнения регрессии;
- статистический анализ результатов эксперимента.

На первой стадии исследования обычно принимают полином первой степени. Так, для трёхфакторной задачи теоретическое уравнение регрессии имеет вид

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^3 \beta_i u_i + \sum_{\substack{i,u=1 \\ i \neq u}}^3 \beta_{iu} u_i u_j + \beta_{123} u_1 u_2 u_3. \quad (6.39)$$

Уравнение регрессии, получаемое на основании результатов эксперимента, в отличие от приведённого теоретического уравнения, имеет вид

$$\hat{y} = c_0 + \sum_{i=1}^3 c_i u_i + \sum_{\substack{i,u=1 \\ i \neq u}}^3 c_{iu} u_i u_u + c_{123} u_1 u_2 u_3, \quad (6.40)$$

где коэффициенты регрессии  $c_0, c_1, \dots, c_3, \dots, c_{123}$  являются оценками для теоретических коэффициентов регрессии, т.е.

$$c_i \rightarrow \beta_i, c_{iu} \rightarrow \beta_{iu}, c_{123} \rightarrow \beta_{123}. \quad (6.41)$$

Члены, содержащие произведения  $u_1 u_2, u_2 u_3$  и т.д., называют членами, отражающими попарное взаимодействие факторов, члены вида  $u_1 u_2 u_3$  — членами тройного взаимодействия.

### ***Выбор основных факторов и их уровней***

В качестве факторов можно выбирать только контролируемые и управляемые переменные, т.е. такие, которые исследователь может поддерживать постоянными в течение каждого опыта на заданном уровне. В число факторов должны быть включены

ны параметры процесса, оказывающие наиболее сильное влияние на функцию отклика. Важнейшим условием применимости этого подхода является управляемость процессов по каждому из выбранных факторов, т.е. возможность независимого изменения каждого из этих факторов и поддержания его на заданном уровне в период проведения опытов.

Для каждого фактора необходимо указать тот интервал изменения параметров, в пределах которого ставится исследование. Для этого на основе априорной информации устанавливаются ориентировочные значения факторов  $u_{10}, u_{20}, \dots, u_{i0}, \dots, u_{k0}$ . Этой комбинации значений факторов соответствует точка в многомерном факторном пространстве, которая принимается за исходную точку. Координаты этой точки принимаются за основной (нулевой) уровень.

В теории планирования экспериментов показано, что минимально необходимое число уровней факторов на единицу больше порядка уравнения.

### *Планирование эксперимента*

Рассмотрим сначала частный случай, когда функция отклика линейно зависит от трёх независимых факторов. Уравнение регрессии в этом случае имеет вид (6.37), а план эксперимента представлен в табл. 6.3.

*Таблица 6.3*

**Таблица полного факторного эксперимента для трёх факторов**

Номер опыта	План								Результат
	$u_0$	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_1u_2$	$u_1u_3$	$u_2u_3$	$u_1u_2u_3$	
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	$Y_1$
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	$Y_2$
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	$Y_3$
4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	$Y_4$
5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	$Y_5$
6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	$Y_6$
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	$Y_7$
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	$Y_8$



Здесь добавлен столбец фиктивной переменной  $x_0$ , нужный для оценки свободного члена  $c_0$ . После реализации плана получают 8 уравнений с 8 неизвестными, их решение и даст оценку всех 8 коэффициентов регрессии  $c_0, c_1, \dots, c_3, c_{12}, \dots, c_{123}$ .

План, в котором число опытов равно числу определяемых коэффициентов, называется насыщенным.

Заметим, что мы использовали все точки с «крайними» координатами, т.е.  $\pm 1$ , или, говоря другими словами, все возможные комбинации выбранных уровней. В самом деле, всех возможных комбинаций  $2^k = 8$  ( $k$  – число факторов), и мы все их использовали. Если эксперименты проводятся только на двух уровнях (при двух значениях факторов) и при этом в процессе эксперимента осуществляются все возможные неповторяющиеся комбинации из  $k$  факторов, то постановка опытов по такому плану носит название полного факторного эксперимента (ПФЭ) или  $2^k$ .

Иными словами, полный факторный эксперимент (ПФЭ) – это эксперимент, реализующий все возможные неповторяющиеся комбинации уровней независимых факторов.

Кодированный план геометрически может быть интерпретирован в виде куба, восемь вершин которого представляют собой восемь экспериментальных точек (рис. 6.5).

При числе факторов  $k = 2$  построение матрицы ПФЭ не вызывает затруднений, при увеличении же числа факторов возникает необходимость в некоторых специальных приемах построения матрицы.

Первый приём основан на чередовании знаков. В первом столбце (для  $u_1$ ) знаки чередуются поочередно. Во втором (для  $u_2$ ) – через 2, в третьем (для  $u_3$ ) – через 4 и т.д. по степеням двойки  $2^k$ . Этот подход и использован при составлении плана, представленного в табл. 6.3.

Второй приём основан на последовательном достраивании матрицы. Для этого при добавлении нового фактора необходимо повторить комбинации уровней исходного плана – сначала при значениях нового фактора на верхнем уровне, а затем – на нижнем.

Матрица ПФЭ обладает следующими свойствами:

1) свойство симметричности: алгебраическая сумма элементов

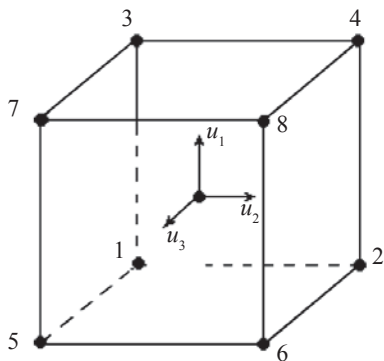


Рис. 6.5. Геометрическое изображение ПФЭ

вектор-столбца каждого фактора равна нулю (за исключением столбца, соответствующего свободному члену):

$$\sum_{j=1}^n u_{ij} = 0, \quad (6.42)$$

где  $i$  – номер фактора;  $j$  – номер опыта;

2) свойство нормирования: сумма квадратов элементов каждого столбца равна числу опытов:

$$\sum_{j=1}^n u_{ij}^2 = n; \quad (6.43)$$

3) свойство ортогональности: скалярное произведение всех вектор-столбцов (сумма почленных произведений элементов любых двух вектор-столбцов матрицы) равно нулю:

$$\sum_{j=1}^n u_{ij} u_{lj} = 0, \quad i \neq l. \quad (6.44)$$

Планы, для которых выполняется свойство 3, как мы уже отмечали, относятся к ортогональным. Благодаря этому свойству резко уменьшаются трудности, связанные с расчётом коэффициентов уравнения регрессии.

Поскольку результаты наблюдений отклика носят случайный характер, приходится в каждой точке плана проводить не один, а  $m^*$  параллельных опытов (обычно  $m^* = 2 \div 4$ ), осреднение результатов которых, как уже отмечалось, даёт возможность уменьшить погрешности оценки истинного значения отклика в  $\sqrt{m^*}$  раз.

В каждой серии экспериментов их последовательность рандомизируется, т.е. с помощью таблиц случайных чисел определяется случайная последовательность реализации экспериментов. Рандомизация даёт возможность свести эффект некоторого случайного фактора к случайной погрешности. Это позволяет в определённой степени исключить предвзятость и субъективизм исследователя.

### ***Определение коэффициентов уравнения регрессии***

Воспользуемся свойствами ПФЭ для определения коэффициентов уравнения регрессии методом наименьших квадратов

$$\hat{y} = c_0 + c_1 u_1 + c_2 u_2;$$

$$Q = \sum_{j=1}^n (y_j - \hat{y}_j)^2 \rightarrow \min_{c_i};$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b_1} = 2 \sum_{j=1}^n (y_j - c_0 - c_1 u_{1j} - c_2 u_{2j}) u_{1j} = 0; \quad (6.45)$$

$$\sum_{j=1}^n y_j u_{1j} - c_0 \sum_{j=1}^n u_{1j} - c_1 \sum_{j=1}^n u_{1j}^2 - c_2 \sum_{j=1}^n u_{1j} u_{2j} = 0.$$

Воспользуемся свойствами ПФЭ:

- (симметричности)  $c_0 \sum u_{1j} = 0$ ;
- (нормирования)  $c_1 \sum u_{1j}^2 = n c_1$ ;
- (ортогональности)  $c_2 \sum u_{1j} u_{2j} = 0$ ;

$$c_1 = \frac{\sum_{j=1}^n y_j u_{1j}}{n}; \quad c_2 = \frac{\sum_{j=1}^n y_j u_{2j}}{n}; \quad c_0 = \frac{\sum_{j=1}^n y_j u_{0j}}{n}. \quad (6.46)$$

Следовательно, любые коэффициенты уравнения регрессии определяются скалярным произведением столбца  $y$  на соответствующий столбец  $U$ .

Можно показать, что аналогичным образом определяются коэффициенты, если в уравнении регрессии (6.37) учитываются линейные взаимодействия (двойные, тройные):

$$c_{12} = \frac{\sum_{j=1}^n y_j (u_1 u_2)_j}{n}; \quad c_{123} = \frac{\sum_{j=1}^n y_j (u_1 u_2 u_3)_j}{n} \text{ и т.д.} \quad (6.47)$$

Следует обратить особое внимание на то, что все линейные коэффициенты независимы, так как в формулы для их расчета (6.46), (6.47) входят свои одноименные переменные. Поэтому каждый коэффициент характеризует роль соответствующей переменной в процессе или силу влияния факторов. Чем больше численная величина коэффициента, тем большее влияние оказывает этот фактор. Если коэффициент имеет знак «плюс», то с увеличением значения фактора отклик увеличивается, а если «минус» – уменьшается.

В результате определения уравнения регрессии может получиться так, что один (или несколько) коэффициентов не очень большие и окажутся незначимыми. Факторы, имеющие коэффициенты, незначимо отличающиеся от нуля, могут быть выведены из состава уравнения, так как их влияние на параметры отклика будет отнесено к ошибке эксперимента. Учитывая ортогональность плана, оставшиеся коэффициенты уравнения регрессии можно не пересчитывать. При отсутствии ортогональности плана эксперимента все коэффициенты необходимо пересчитывать заново.

### *Статистический анализ результатов эксперимента*

Планирование эксперимента исходит из статистического характера зависимостей, поэтому полученные уравнения подвергаются тщательному статистическому анализу с целью извлечь из результатов эксперимента максимум информации и убедиться в достоверности полученной зависимости и её точности. Как уже отмечалось ранее, каждый эксперимент несёт в себе какую-то погрешность, для повышения надёжности результатов производятся для каждой строки таблицы планирования повторения опытов  $m^*$  раз.

Построчные (выборочные) дисперсии подсчитываются по формуле

$$S_j^2 = \frac{\sum_{j=1}^{m^*} (y_{ji} - \bar{y}_j)^2}{m^* - 1}, \quad (6.48)$$

где  $\bar{y}_j = \frac{\sum_{i=1}^{m^*} y_{ji}}{m^*}$  – средний отклик по  $m^*$  опытам в точке с номером  $j$ .

Дисперсия воспроизводимости отклика  $S_{\text{восп}}^2$  есть среднеарифметическое дисперсий всех  $n$  различных вариантов опытов:

$$S_{\text{восп}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^n S_j^2}{n} = \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{m^*} (y_{ji} - \bar{y}_j)^2}{n(m^* - 1)}. \quad (6.49)$$

Прежде чем производить объединение дисперсий, следует убедиться в их однородности. Проверка производится с помощью критерия Фишера или Кохрена. Для оценки значимости коэффициентов прежде всего находят дисперсию коэффициентов регрессии. Учитывая свойства 1–3 плана, представленного

в табл. 6.3, при одинаковом дублировании опытов по точкам с числом повторных опытов  $m^*$  получим

$$S_c^2 = \frac{S_{\text{восп}}^2}{m^* n}, \quad (6.50)$$

а при отсутствии дублирования будем иметь

$$S_c^2 = \frac{S_{\text{восп}}^2}{n}. \quad (6.51)$$

Следовательно, все коэффициенты уравнения регрессии ПФЭ имеют одинаковую точность (дисперсию). Планы, по результатам которых коэффициенты уравнения регрессии определяются с одинаковой дисперсией, называются ротатабельными. В связи с этим план, представленный в табл. 6.3, является не только ортогональным, но ротатабельным. В дальнейшем проверка значимости каждого коэффициента производится с использованием  $t$ -критерия Стьюдента. Статистически незначимые коэффициенты исключаются из уравнения, а остальные коэффициенты при этом не пересчитываются. После этого уравнение регрессии составляется в виде уравнения связи выходного параметра  $y$  и переменных  $u_i$ , включающего только значимые коэффициенты.

После вычисления коэффициентов уравнения следует прежде всего проверить его пригодность или адекватность. Для этого достаточно оценить отклонение выходной величины  $\hat{y}$ , предсказанной уравнением регрессии, от результатов эксперимента  $y$  в различных точках.

Рассеяние результатов эксперимента относительно уравнения регрессии, аппроксимирующего искомую зависимость, можно, как уже было показано ранее, охарактеризовать с помощью дисперсии адекватности, оценка которой, справедливая при одинаковом числе дублирующих опытов, находится по формуле

$$S_{\text{ад}}^2 = \frac{m^* \sum_{j=1}^n (\bar{y}_j - \hat{y}_j)^2}{n - l}. \quad (6.52)$$

Здесь  $n$  – число опытов (вариантов);  $l = k + 1$ , где  $k$  – число членов в уравнении регрессии.

Проверка адекватности состоит в выяснении соотношения между дисперсией адекватности  $S_{\text{ад}}^2$  и дисперсией воспроизводимости  $S_{\text{восп}}^2$  и проводится с помощью  $F$ -критерия Фишера, который в данном случае рассчитывается как

$$F = \frac{S_{\text{ад}}^2}{S_{\text{восп}}^2}. \quad (6.53)$$

Если вычисленное значение критерия меньше теоретического  $F_{\alpha; m_1; m_2}$  для соответствующих степеней свободы  $m_1 = n - l$ ,  $m_2 = n(m^* - 1)$ , при заданном уровне значимости  $\alpha$ , то описание свойств объекта уравнением регрессии признается адекватным объекту. Адекватность модели может быть достигнута уменьшением интервала варьирования факторов, а если это не даёт результата, то переходом к плану второго порядка.

### 6.3. Дробный факторный эксперимент

Во многих практических задачах взаимодействия второго и высших порядков отсутствуют или пренебрежимо малы. Кроме того, на первых этапах исследования часто необходимо получить в первом приближении лишь линейную аппроксимацию изучаемого уравнения связи при минимальном числе экспериментов. Так, для трёх факторов вместо уравнения (6.40) достаточно рассмотреть уравнение вида

$$\hat{y} = c_0 + c_1 u_1 + c_2 u_2 + c_3 u_3 \quad (6.54)$$

и определить только четыре коэффициента. Поэтому использование ПФЭ для определения коэффициентов только при линейных членах неэффективно из-за реализации большого числа опытов, особенно при большом числе факторов  $k$ .

Если при решении задачи можно ограничиться линейным приближением, то в ПФЭ оказывается много «лишних» опытов. Так, для трёх факторов достаточно 4 опыта, а в ПФЭ их 8. Следовательно, есть четыре «лишних». Результаты этих «лишних» опытов могут быть использованы двояко: во-первых, с их помощью можно получить более точные оценки коэффициентов регрессии; во-вторых, их можно использовать для проверки адекватности модели. Однако при 7 факторах ПФЭ содержит  $2^7 = 128$  опытов, а для линейного уравнения требуется всего 8. Таким образом, остаётся 120 лишних и, конечно, нет необходимости их все реализовать, а достаточ-

но лишь несколько из них использовать для проверки адекватности и уточнения оценок.

Другими словами, ПФЭ обладает большой избыточностью опытов. В связи с этим возникает вопрос: «Нельзя ли сократить число опытов, необходимых для определения коэффициентов регрессии?».

Так, для определения коэффициентов уравнения (6.54) достаточно ограничиться четырьмя опытами, если в ПФЭ  $2^3$  использовать  $u_1, u_2$  в качестве плана для  $u_3$ , тогда матрица планирования эксперимента примет вид, представленный в табл. 6.4.

Заметим, что мы использовали не все точки с «крайними» координатами, т.е.  $\pm 1$ , или, говоря другими словами, не все возможные комбинации выбранных уровней. На самом деле всех возможных комбинаций  $2^3 = 8$ , мы же использовали из них только 4. Такой сокращённый план носит название дробного факторного эксперимента (ДФЭ).

Следует подчеркнуть, что формальное приравнение произведения факторов фактору, не входящему в это произведение, является основополагающей идеей метода ДФЭ. В данном случае используется только половина ПФЭ  $2^3$ , поэтому план, представленный в табл. 6.4, называется полурепликой от ПФЭ  $2^3$ . После реализации плана получают 4 уравнения с 4 неизвестными, их решение и даст оценку всех четырех коэффициентов регрессии  $c_j$ . Например, матрица из 8 опытов для четырёхфакторного планирования будет полурепликой от ПФЭ  $2^4$ , а для пятифакторного планирования – четвертьрепликой от  $2^5$ .

Для того, чтобы дробная реплика представляла собой ортогональный план, в качестве реплики следует брать ближайший полный факторный эксперимент. При этом число опытов должно быть не менее числа искомых коэффициентов.

Таблица 6.4

**Дробный факторный эксперимент**

Номер опыта	План				Результат
	$u_0$	$u_1$	$u_2$	$u_3 = u_1 u_2$	
1	+1	-1	-1	+1	$y_1$
2	+1	+1	-1	-1	$y_2$
3	+1	-1	+1	-1	$y_3$
4	+1	+1	+1	+1	$y_4$

Если коэффициенты регрессии при парных произведениях не равны нулю, то найденные коэффициенты  $c_i$  будут смешанными оценками их теоретических коэффициентов  $\beta_i$ . На практике обычно не удаётся априорно постулировать равенство нулю эффектов взаимодействия, однако часто имеются основания полагать, что некоторые из них малы по сравнению с линейными эффектами. Операцию смешивания оценок принято условно записывать в виде выражений

$$c_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{23}; c_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{13}; c_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{12}, \quad (6.55)$$

где  $\beta$  – математическое ожидание для соответствующего коэффициента.

Эти генерирующие коэффициенты не могут быть отдельно оценены по плану, включающему всего четыре опыта, так как в этом случае неразличимы столбцы для линейных членов и парных произведений. Если, например, в дополнение к столбцам, приведённым в табл. 6.4, вычислить ещё столбцы для произведения  $u_1 u_3$ , то увидим, что элементы этого столбца в точности равны элементам столбца  $u_2$ . Таким образом, сокращение числа опытов приводит к получению смешанных оценок для коэффициентов.

Для того чтобы определить, какие коэффициенты смешаны, удобно пользоваться следующим приёмом: подставив  $u_3$  на место  $u_1 u_2$ , получим соотношение  $u_3 = u_1 u_2$ , называемое генерирующим соотношением.

Умножив обе части генерирующего соотношения на  $u_3$ , получим

$$u_3^2 = u_1 u_2 u_3 = 1, \text{ т.е. } u_1 u_2 u_3 = 1. \quad (6.56)$$

Это произведение носит название определяющего контраста.

Умножив поочередно определяющий контраст на  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$ , находим

$$u_1 = u_1^2 u_2 u_3 = u_2 u_3; u_2 = u_1 u_3; u_3 = u_1 u_2. \quad (6.57)$$

Полученным соотношениям соответствует система смешанных оценок, т.е.  $\beta_1$  смешана с  $\beta_{23}$ ,  $\beta_2$  – с  $\beta_{13}$ , а  $\beta_3$  – с  $\beta_{12}$ .

Таким образом, при использовании ДФЭ необходимо иметь чёткое представление о так называемой разрешающей способности дробных реплик, т.е. определить заранее, какие коэффициенты являются несмешанными оценками для соответствующих коэффициентов. Тогда в зависимости от постановки задачи подбирается дробная реплика, с помощью которой можно извлечь максимальную информацию из эксперимента.



## Планирование ДФЭ

Номер опыта	План				Генерирующие соотношения	
	$u_0$	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4 = u_1 u_2 u_3$	$u_4 = u_1 u_2$
1	+1	-1	-1	-1	-1	+1
2	+1	+1	-1	-1	+1	-1
3	+1	-1	+1	-1	+1	-1
4	+1	+1	+1	-1	-1	+1
5	+1	-1	-1	+1	+1	+1
6	+1	+1	-1	+1	-1	-1
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1

Например, в задаче с четырьмя факторами ( $k = 4$ ) в качестве генерирующего соотношения можно взять  $u_4 = u_1 u_2 u_3$  или любой из эффектов двойного взаимодействия, например  $u_4 = u_1 u_2$ . Таблица планирования такого эксперимента представлена в табл. 6.5.

В первом случае определяющий контраст  $u_4^2 = u_1 u_2 u_3 u_4 = 1$ . Получим оценку совместных оценок:

$$u_1 = u_2 u_3 u_4; c_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{234};$$

$$u_2 = u_1 u_3 u_4; c_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{134};$$

$$u_3 = u_1 u_2 u_4; c_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{124};$$

$$u_4 = u_1 u_2 u_3; c_4 \rightarrow \beta_4 + \beta_{123};$$

$$u_1 u_4 = u_2 u_3; c_{14} \rightarrow \beta_{14} + \beta_{23};$$

$$u_1 u_2 = u_3 u_4; c_{12} \rightarrow \beta_{12} + \beta_{34};$$

$$u_1 u_3 = u_2 u_4; c_{13} \rightarrow \beta_{13} + \beta_{24}.$$

В реальных задачах тройные взаимодействия бывают равными нулю значительно чаще, чем двойные. Значит, если по физическому смыслу задачи нас более всего интересуют оценки для линейный эффектов, следует использовать генерирующее соотношение  $u_4 = u_1 u_2 u_3$ .

Во втором случае определяющий контраст выражается соотношением

$$u_4^2 = u_1 u_2 u_4 = 1; u_1 u_2 u_4 = 1.$$

При этом получим следующую систему оценок:

$$\begin{aligned}u_1 &= u_2 u_4; c_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{24}; \\u_2 &= u_1 u_4; c_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{14}; \\u_3 &= u_1 u_2 u_3 u_4; c_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{1234}; \\u_4 &= u_1 u_2; c_4 \rightarrow \beta_4 + \beta_{12}; \\u_1 u_3 &= u_2 u_3 u_4; c_{13} \rightarrow \beta_{13} + \beta_{234}; \\u_2 u_3 &= u_1 u_3 u_4; c_{23} \rightarrow \beta_{23} + \beta_{134}; \\u_3 u_4 &= u_1 u_2 u_3; c_{34} \rightarrow \beta_{34} + \beta_{123}.\end{aligned}$$

Следовательно, дробную реплику с генерирующим соотношением  $u_4 = u_1 u_2$ , имеет смысл использовать, если нас более всего интересуют коэффициенты  $\beta_{12}, \beta_{23}, \beta_{34}$ .

Дробную реплику, в которой  $P$  линейных эффектов приравнены к эффектам взаимодействия, обозначают  $2^{k-P}$ .

Таким образом, планы первого порядка, оптимальные двухуровневые планы ПФЭ  $2^k$  и ДФЭ  $2^{k-P}$  имеют следующие преимущества:

- 1 – планы ортогональны, поэтому все вычисления просты;
- 2 – все коэффициенты определяются независимо один от другого;
- 3 – каждый коэффициент определяется по результатам всех  $n$  опытов;
- 4 – все коэффициенты регрессии определяются с одинаковой дисперсией, т.е. эти планы обладают и свойством ротатабельности.

#### **6.4. Разработка математической модели гидравлического режима методической печи**

В качестве примера рассмотрим разработку математической модели гидравлического режима четырехзонной методической печи с использованием теории планирования эксперимента. При планировании опытов используем методику проведения дробного факторного эксперимента (ДФЭ) первого порядка с двухуровневым варьированием факторов.

Перед разработкой плана эксперимента на основе априорной информации были выявлены факторы, влияющие на величину давления в томительной зоне печи. К числу таких факторов относятся расходы топлива на каждую зону нагрева и угол поворота дымового клапана. Расходы воздуха на каждую зону в качестве факторов не фигурировали, поскольку схема управления горением топлива автоматически меняет расход воздуха при изменении расхода газа.

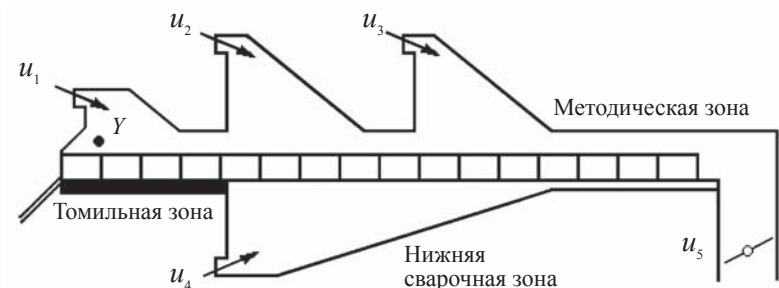


Рис. 6.6. Положение факторов ( $u_1, \dots, u_5$ ) и отклика ( $y$ ) при проведении исследования на методической печи

Обозначим факторы:  $u_1$  – расход газа в томильной зоне,  $\text{м}^3/\text{ч}$ ;  $u_2$  – расход газа во второй сварочной зоне,  $\text{м}^3/\text{ч}$ ;  $u_3$  – расход газа в первой сварочной зоне,  $\text{м}^3/\text{ч}$ ;  $u_4$  – расход газа в нижней сварочной зоне,  $\text{м}^3/\text{ч}$ ;  $u_5$  – положение дымового клапана, % хода исполнительного механизма (рис. 6.6).

Реализация ПФЭ в этом случае при варьировании всех факторов на двух уровнях потребовала бы постановки  $2^5 = 32$  опытов. Будем предполагать, что эффекты взаимодействия факторов в исследуемом объекте маловероятны и пренебрежимо малы. Воспользуемся 1/4 репликой ПФЭ, т.е. ДФЭ типа  $2^{5-2}$ , где формально 2 фактора заменены соответствующими произведениями остальных факторов ( $u_4 = u_1 u_2$ ,  $u_5 = u_1 u_2 u_3$ ). Это позволит сократить число опытов до  $2^3 = 8$ . Уровни варьирования факторов представлены в табл. 6.6.

В табл. 6.7 приведены матрица планирования ДФЭ  $2^{5-2}$  и результаты эксперимента – значения выходной переменной (давления

Таблица 6.6

#### Уровни варьирования факторов

Уровни факторов	Факторы				
	$u_1$ , $\text{м}^3/\text{ч}$	$u_2$ , $\text{м}^3/\text{ч}$	$u_3$ , $\text{м}^3/\text{ч}$	$u_4$ , $\text{м}^3/\text{ч}$	$u_5$ , % хода ИМ
Основной (нулевой)	5250	3900	2650	1100	74
Нижний	4000	3100	1750	700	50
Верхний	6500	4700	3550	1500	98
Интервал варьирования	1250	800	900	400	24

в томильной зоне методической печи). Для обработки результатов эксперимента используется следующая методика.

1. Расчёт построчных средних:

$$\bar{y}_j = \frac{y_{j1} + y_{j2} + \dots + y_{jm^*}}{m^*},$$

где  $m^*$  – число повторных опытов ( $m^* = 2$ ). Например,

$$\bar{y}_1 = \frac{(-2,6) + (-2,5)}{2} = -2,55.$$

Результаты расчёта представлены в табл. 6.7.

2. Определение построчных (выборочных) дисперсий:

$$S_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m^*} (y_{ji} - \bar{y}_j)^2}{m^* - 1};$$

$$S_1^2 = \frac{(-2,5 - (-2,55))^2 + (-2,6 - (-2,55))^2}{2 - 1} = 0,005.$$

Аналогично  $S_2^2 = 0,005$ ;  $S_3^2 = 0,08$ ;  $S_4^2 = 1,28$ ;  $S_5^2 = 0,02$ ;  $S_6^2 = 0,08$ ;  $S_7^2 = 0,32$ ;  $S_8^2 = 0,405$ . Сумма построчных (выборочных) дисперсий:

$$S_{\Sigma}^2 = 0,005 + 0,005 + 0,08 + 1,28 + 0,02 + 0,08 + 0,32 + 0,405 = 2,195.$$

Таблица 6.7

Матрица ДФЭ  $2^{5-2}$  с двумя параллельными опытами

Факторы (кодированные значения)						Переменная состояния (отклик), кПа				Построчная дисперсия $S_j^2$
						Опыт 1	Опыт 2	Среднее	Модель	
$u_0$	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$y_1$	$y_2$	$\bar{y}_j$	$\hat{y}_i$	
1	1	1	1	1	1	-2,5	-2,6	-2,55	-2,41	0,005
1	-1	1	1	-1	-1	2,2	2,3	2,25	2,26	0,005
1	1	-1	1	-1	-1	5,1	4,7	4,90	4,74	0,080
1	-1	-1	1	1	1	-1,1	0,5	-0,30	0,08	1,280
1	1	1	-1	1	-1	2,1	2,3	2,20	2,26	0,020
1	-1	1	-1	-1	1	-2,0	-2,4	-2,20	-2,41	0,080
1	1	-1	-1	-1	1	0,0	0,8	0,40	0,08	0,320
1	-1	-1	-1	1	-1	4,2	5,1	4,65	4,74	0,405

### 3. Определение однородности дисперсий по критерию Кохрена:

$$G_{\text{эксп}} = \frac{S_{j\text{max}}^2}{S_{\Sigma}^2} = \frac{1,28}{2,195} = 0,5831.$$

Далее находим  $G_{\alpha, m, n}$ . Для  $\alpha = 0,05$ ,  $m = m^* - 1 = 2 - 1$  и  $n = 8$  значение  $G_{0,05; 1; 8} = 0,6798$ . Поскольку  $G_{\text{эксп}} < G_{\text{теор}}$ , то дисперсии однородны.

### 4. Определение коэффициентов в уравнении регрессии:

$$c_0 = \frac{\sum_{j=1}^n \bar{y}_j \cdot u_{0j}}{n} = \frac{-2,55 + 2,25 + 4,9 - 0,3 + 2,2 - 2,2 + 0,4 + 4,65}{8} = 1,169;$$

$$c_1 = \frac{\sum_{j=1}^n \bar{y}_j \cdot u_{1j}}{n} = \frac{-2,55 - 2,25 + 4,9 + 0,3 + 2,2 + 2,2 + 0,4 - 4,65}{8} = 0,069;$$

$$c_2 = \frac{\sum_{j=1}^n \bar{y}_j \cdot u_{2j}}{n} = \frac{-2,55 + 2,25 - 4,9 + 0,3 + 2,2 - 2,2 - 0,4 - 4,65}{8} = -1,244;$$

$$c_3 = \frac{\sum_{j=1}^n \bar{y}_j \cdot u_{3j}}{n} = \frac{-2,55 + 2,25 + 4,9 - 0,3 - 2,2 + 2,2 - 0,4 - 4,65}{8} = -0,094;$$

$$c_4 = \frac{\sum_{j=1}^n \bar{y}_j \cdot u_{4j}}{n} = \frac{-2,55 - 2,25 - 4,9 - 0,3 + 2,2 + 2,2 - 0,4 + 4,65}{8} = -0,169;$$

$$c_5 = \frac{\sum_{j=1}^n \bar{y}_j \cdot u_{5j}}{n} = \frac{-2,55 - 2,25 - 4,9 - 0,3 - 2,2 - 2,2 + 0,4 - 4,65}{8} = -2,331.$$

5. Проверка значимости коэффициентов регрессии. Предварительно определим дисперсию воспроизводимости (дисперсию отклика):

$$S_{\text{восп}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^n S_j^2}{n} = \frac{S_{\Sigma}^2}{n} = \frac{2,195}{8} = 0,2744.$$

Дисперсия коэффициентов уравнения регрессии

$$S_c^2 = \frac{S_{\text{восп}}^2}{n \cdot m^*} = \frac{0,2744}{8 \cdot 2} = 0,01715; S_c = \sqrt{S_c^2} = 0,131.$$

Находим значение доверительного интервала для коэффициентов регрессии:

$$\Delta c_j = t_{\alpha, m} \cdot S_c.$$

Здесь  $m = n(m^* - 1) = 8(2 - 1) = 8$ , тогда теоретическое значение критерия Стьюдента  $t_{0,05; 8} = 2,31$  откуда  $\Delta c_j = 2,31 \times 0,131 = 0,303$ . Из сопоставления доверительного интервала  $\Delta c_j$  с абсолютными значениями коэффициентов модели следует, что  $|c_1| = 0,069 < 0,303$ ;  $|c_3| = 0,094 < 0,303$  и  $|c_4| = 0,169 < 0,303$ . Эти коэффициенты оказались незначимы, а остальные значимы. Таким образом, окончательное уравнение регрессии запишется в виде

$$\hat{y} = 1,169 - 1,244u_2 - 2,331u_5.$$

Результаты расчета выходных параметров по уравнению полученной модели  $\hat{y}_i$  занесены в табл. 6.7.

6. Проверка адекватности полученной модели. Предварительно определим дисперсию адекватности:

$$S_{\text{ад}}^2 = \frac{m^* \sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2}{n - 1}.$$

В нашем случае  $m^* = 2$ ;  $n = 8$ ;  $l = 3$ , и в результате имеем

$$S_{\text{ад}}^2 = \frac{2}{8 - 3} \left[ (-2,55 + 2,41)^2 + (2,25 - 2,66)^2 + (4,9 - 4,74)^2 + (-0,3 - 0,08)^2 + (2,2 - 2,26)^2 + (-2,2 + 2,41)^2 + (0,4 - 0,08)^2 + (4,65 - 4,74)^2 \right] = 0,1386.$$

С учётом ранее найденной выборочной дисперсии  $S_{\Sigma}^2 = 2,195$  определяем дисперсию воспроизводимости:

$$S_{\text{восп}}^2 = \frac{S_{\Sigma}^2}{n} = \frac{2,195}{8} = 0,274.$$

Экспериментальное значение критерия Фишера следующее:

$$F_{\text{эксп}} = \frac{S_{\text{ад}}^2}{S_{\text{восп}}^2} = \frac{0,1386}{0,2744} = 0,505.$$

Теоретическое значение критерия Фишера  $F_{\alpha; m_1; m_2}$  при  $\alpha = 0,05$ ,  $m_1 = (n - 1) = (8 - 3) = 5$  и  $m_2 = n(m^* - 1) = 8(2 - 1) = 8$   $F_{0,05; 5; 8} = 3$ . Поскольку  $F_{\text{эксп}} < F_{\text{теор}}$ , то полученная модель адекватна.

### 6.5. Планы второго порядка

Описание поверхности отклика полиномами первого порядка часто оказывается недостаточным. Во многих случаях удовлетворительная аппроксимация может быть достигнута, если воспользоваться полиномом второго порядка (6.38).

В этом случае требуется, чтобы каждый фактор варьировался не менее чем на трёх уровнях. В этом случае полный факторный эксперимент содержит слишком большое количество опытов, равное  $3^k$ . Так, при  $k = 3$  их 27, а число коэффициентов  $c - 10$ , при  $k = 5$  число опытов 243, а коэффициентов 21. В связи с этим осуществление ПФЭ для планов второго порядка не только сложно, но и нецелесообразно.

Сократить число опытов можно, воспользовавшись так называемым композиционным или последовательным планом, разработанным Боксом и Уилсоном. Так, при двух факторах модель функции отклика  $y = f(u_1, u_2)$  второго порядка представляет собой поверхность в виде цилиндра, конуса, эллипса и т.д., описываемую в общем виде уравнением

$$\hat{y} = c_0 + c_1 u_1 + c_2 u_2 + c_{11} u_1^2 + c_{22} u_2^2 + c_{12} u_1 u_2.$$

Для определения такой поверхности необходимо располагать координатами не менее трёх её точек, т.е. факторы  $u_1$  и  $u_2$  должны варьироваться не менее чем на трёх уровнях. Поэтому план эксперимента в плоскости факторов  $u_1$  и  $u_2$  на рис. 6.7, а не может состо-

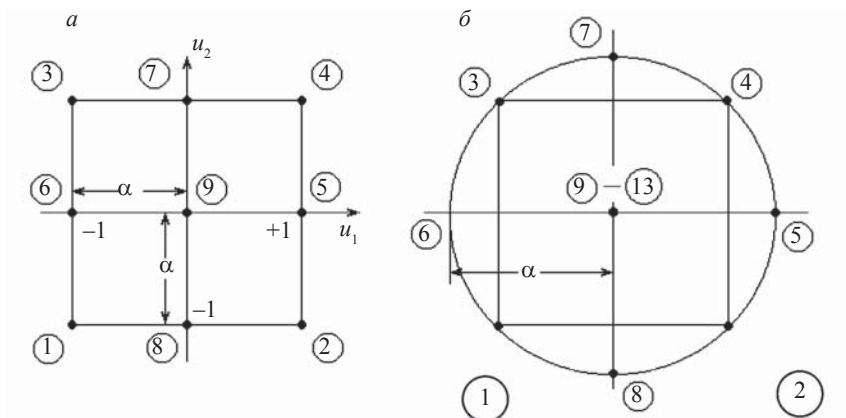


Рис. 6.7. Планы второго порядка при  $k = 2$ :  
*a* – ортогональный; *б* – ротатабельный

ять лишь из опытов 1, 2, 3, 4 ПФЭ  $2^2$ , располагающихся в вершинах квадрата, как это было для модели первого порядка. К ним должны быть добавлены опыты (звёздные точки) 5, 6, 7, 8, расположенные на осях  $u_1$  и  $u_2$  с координатами  $(\pm\alpha; 0)$ ,  $(0; \pm\alpha)$  и обязательно опыт 9 в центре квадрата, чтобы по любому направлению (5–9–6), (1–9–4) и т.д. располагалось три точки, определяющие кривизну поверхности в этом направлении.

Таким образом, в общем случае ядро композиционного плана составляет при  $k < 5$  ПФЭ  $2^k$ , а при  $k \geq 5$  – дробную реплику от него. Если линейное уравнение регрессии оказалось неадекватным, необходимо:

- 1) добавить  $2 \cdot k$  звёздных точек, расположенных на координатных осях факторного пространства  $(\pm\alpha, 0, 0, \dots, 0)$ ,  $(0, \pm\alpha, 0, \dots, 0)$ ,  $\dots$ ,  $(0, 0, \dots, \pm\alpha)$ , где  $\alpha$  – звёздное плечо, или расстояние до звёздной точки;
- 2) провести  $n_0$  опытов при значениях факторов в центре плана.

При  $k$  факторах общее число опытов в матрице композиционно-го плана составит

$$n = 2^k + 2 \cdot k + n_0 \text{ при } k < 5,$$

$$n = 2^{k-1} + 2 \cdot k + n_0 \text{ при } k \geq 5.$$

При этом величина звёздного плеча  $\alpha$  и число опытов в центре плана  $n_0$  зависит от выбранного вида композиционного плана.

Композиционный план для  $k = 2$  и  $n_0 = 1$  представлен в табл. 6.8.

Аналогичным образом составляются планы и для большего числа факторов.



Композиционный план второго порядка

Параметр опыта	№ опыта	Факторы						Результат $y_j$
		$u_0$	$u_1$	$u_2$	$u_1 u_2$	$u_1^2$	$u_2^2$	
Ядро плана	1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	$y_1$
	2	+1	+1	-1	-1	+1	+1	$y_2$
	3	+1	-1	+1	-1	+1	+1	$y_3$
	4	+1	+1	+1	+1	+1	+1	$y_4$
	5	+1	$+\alpha$	0	0	$\alpha^2$	0	$y_5$
Звездные точки	6	+1	$-\alpha$	0	0	$\alpha^2$	0	$y_6$
	7	+1	0	$+\alpha$	0	0	$\alpha^2$	$y_7$
	8	+1	0	$-\alpha$	0	0	$\alpha^2$	$y_8$
Центр плана	9	+1	0	0	0	0	0	$y_9$

### Ортогональные планы второго порядка

В общем виде план, представленный в табл. 6.8, неортогонален, так как

$$\sum_{j=1}^n u_{0j} u_{ij}^2 \neq 0; \quad \sum_{j=1}^n u_{ij}^2 u_{lj}^2 \neq 0, \quad i \neq l. \quad (6.58)$$

Приведём его к ортогональному виду, для чего введём новые переменные (преобразования для квадратичных эффектов):

$$u'_{ij} = u_{ij}^2 - \frac{\sum_{j=1}^n u_{ij}^2}{n} = u_{ij}^2 - \bar{u}_i^2.$$

$$\text{При этом } \sum_{j=1}^n u_{0j} u'_{ij} = \sum_{j=1}^n (u_{ij}^2 - \bar{u}_i^2) = \sum_{j=1}^n u_{ij}^2 - n \bar{u}_i^2 = 0.$$

Тогда уравнение регрессии будет записано как

$$\hat{y} = c_0' + \sum_{i=1}^k c_i u_i + \sum_{i,u=1}^k c_{iu} u_i u_u + \sum_{i=1}^k c_{ii}' u_i^2.$$

Таблица 6.9

## Значения звёздных плеч в ортогональных планах второго порядка

Число опытов в центре плана $n_0$	Звёздное плечо $\alpha$ при различном числе факторов $k$			
	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5^*$
1	1,000	1,215	1,414	1,546
2	1,077	1,285	1,471	1,606
3	1,148	1,353	1,546	1,664
4	1,214	1,414	1,606	1,718
5	1,267	1,471	1,664	1,772
6	1,320	1,525	1,718	1,819
7	1,369	1,575	1,772	1,868
8	1,414	1,623	1,819	1,913
9	1,454	1,668	1,868	1,957
10	1,498	1,711	1,913	2,000

\* В ядре полуребрики.

Композиционные планы легко привести к ортогональным, выбирая звёздное плечо  $\alpha$ . В табл. 6.9 приведено значение  $\alpha$  для различного числа факторов  $k$  и числа опытов в центре плана  $n_0$ .

В частности, ортогональный план второго порядка для  $k = 2$  и  $n_0 = 1$  представлен в табл. 6.10, а его геометрическая интерпретация – на рис. 6.7, а.

Представленный на рис. 6.7, а и в табл. 6.10 прямоугольный (квадратный) план эксперимента для модели второго порядка

Таблица 6.10

## Ортогональный план второго порядка

Параметр опыта	№ опыта	Факторы						Результат $y_j$
		$u_0$	$u_1$	$u_2$	$u_1 u_2$	$u_1'$	$u_2'$	
Ядро плана	1	+1	-1	-1	+1	+1/3	+1/3	$y_1$
	2	+1	+1	-1	-1	+1/3	+1/3	$y_2$
	3	+1	-1	+1	-1	+1/3	+1/3	$y_3$
	4	+1	+1	+1	+1	+1/3	+1/3	$y_4$
Звезд- ные точки	5	+1	$\alpha = +1$	0	0	+1/3	-2/3	$y_5$
	6	+1	$\alpha = -1$	0	0	+1/3	-2/3	$y_6$
	7	+1	0	$\alpha = +1$	0	-2/3	+1/3	$y_7$
	8	+1	0	$\alpha = -1$	0	-2/3	+1/3	$y_8$
Центр плана	9	+1	0	0	0	-2/3	-2/3	$y_9$

работоспособен, хотя и несколько избыточен (9 опытов для определения 6 коэффициентов). Благодаря трём избыточным опытам, он позволяет усреднить случайные погрешности и оценить их характер.

$$\text{В этой таблице } u'_{ij} = u_{ij}^2 - \frac{\sum_{j=1}^9 u_{ij}^2}{9} = u_{ij}^2 - \frac{2}{3}.$$

В силу ортогональности матрицы планирования все коэффициенты уравнения регрессии  $c$  определяются независимо один от другого по формулам.

$$c_i = \frac{\sum_{j=1}^n u_{ij} y_j}{\sum_{j=1}^n u_{ij}^2}; \quad c'_{ii} = \frac{\sum_{j=1}^n u'_{ij} \cdot y_j}{\sum_{j=1}^n u_{ij}'^2}; \quad c_{il} = \frac{\sum_{j=1}^n (u_{ij} \cdot u_{il}) y_j}{\sum_{j=1}^n (u_{ij} u_{il})^2}. \quad (6.59)$$

Здесь  $i$  – номер столбца в матрице планирования;  $j$  – номер строки; суммы в знаменателях различны для линейных, квадратичных эффектов и взаимодействий.

Дисперсии коэффициентов уравнения регрессии следующие:

$$S_{bi}^2 = S_{\text{восп}}^2 / \sum_{j=1}^n u_{ij}^2; \quad S_{bii}^2 = S_{\text{восп}}^2 / \sum_{j=1}^n u_{ij}'^2; \quad S_{bil}^2 = S_{\text{восп}}^2 / \sum_{j=1}^n (u_{ij} u_{il})^2. \quad (6.60)$$

Следует особо отметить, что коэффициенты уравнения регрессии, получаемые с помощью ортогональных планов второго порядка, определяются с разной точностью (см. уравнение (6.60)), в то время как ортогональные планы первого порядка обеспечивают одинаковую точность коэффициентов, т.е. план, представленный в табл. 6.10, являющийся ортогональным и обеспечивающий независимость определения коэффициентов  $c$ , не является ротатбельным.

В результате расчётов по матрице с преобразованными столбцами для квадратичных эффектов получим уравнение регрессии в виде

$$\hat{y} = c'_0 + \sum_{i=1}^k c_i u_i + \sum_{i,l=1}^k c_{il} u_i u_l + \sum_{i=1}^k c'_{ii} (u_i^2 - \bar{u}_i^2). \quad (6.61)$$

Для преобразования к обычной форме записи следует перейти от коэффициента  $c'_0$  к коэффициенту  $c_0$ , используя выражение

$$c_0 = c'_0 - \sum_{i=1}^k c'_{ii} \bar{u}_i^2. \quad (6.62)$$

При этом дисперсия этого коэффициента рассчитывается по следующему соотношению:

$$S_{c_0}^2 = S_{c_0'}^2 + \sum_{i=1}^k \bar{u}_i^2 \cdot S_{c_{ii}}^2. \quad (6.63)$$

В дальнейшем, зная дисперсию воспроизводимости, проверяют значимость коэффициентов и адекватность уравнения:

$$\hat{y} = c_0 + \sum_{i=1}^k c_i u_i + \sum_{i,l=1}^k c_{il} u_i u_l + \sum_{i=1}^k c_{ii} u_i^2. \quad (6.64)$$

Значимость коэффициентов проверяется по критерию Стьюдента  $t_i = |c_i|/S_{c_i}$ . Коэффициент значим, если  $t_i > t_{\alpha,m}$ , где  $m$  – число степеней свободы дисперсии воспроизводимости.

Адекватность уравнения проверяется по критерию Фишера  $F = S_{ад}^2/S_{восп}^2$ . Уравнение адекватно, если составленное таким образом  $F$ -отношение меньше теоретического:  $F < F_{\alpha,m_1;m_2}$ , где  $m_1 = n - l$  – число степеней свободы дисперсии адекватности;  $m_2$  – число степеней свободы дисперсии воспроизводимости;  $l$  – число коэффициентов в уравнении регрессии второго порядка, равное числу сочетаний из  $k+2$  по 2, т.е.

$$l = \frac{(k+2)(k+1)}{2}. \quad (6.65)$$

### ***Ротатабельные планы второго порядка***

Как мы установили, план второго порядка, представленный в табл. 6.10, не обладает свойством ротатабельности. Ротатабельным называют планирование, для которого дисперсия отклика (выходного параметра)  $\hat{y}$ , предсказанного уравнением регрессии, постоянна для всех точек, находящихся на равном расстоянии от центра эксперимента. Экспериментатору заранее не известно, где находится та часть поверхности отклика, которая представляет для него особый интерес, поэтому следует стремиться к тому, чтобы количество информации, содержащееся в уравнении регрессии, было одинаково для всех равноотстоящих от центра эксперимента точек. Действительно, удаление от центра точек 5,6,7,8 в  $\sqrt{2} = 1,414$  раза меньше, чем удаление точек 1, 2, 3, 4 (см. рис. 6.7, а), и следовательно, коэффициенты уравнения регрессии определяются с различной диспер-

сией. Бокс и Хантер предложили ротатабельные планы второго порядка. Для того чтобы композиционный план был ротатабельным, величину звездного плеча  $\alpha$  выбирают из условия

$$\alpha = 2^{\frac{k}{4}} \text{ при } k < 5 \text{ и } \alpha = 2^{\frac{k-1}{4}} \text{ при } k \geq 5, \quad (6.66)$$

или в общем случае

$$\alpha = 2^{\frac{k-p}{4}},$$

где  $k$  – число факторов;  $p$  – дробность реплики (для ПФЭ  $p = 0$ , для полуреплики  $p = 1$ , для четвертьреплики  $p = 2$  и т.д.).

Число точек в центре плана  $n_0$  увеличивают. В табл. 6.11 приведены значения  $\alpha$  и  $n_0$  для различного числа независимых факторов.

Поясним идею выбора значения звёздного плеча  $\alpha$  на примере матрицы ротатабельного планирования второго порядка для  $k = 2$ , представленной в табл. 6.12.

Размещение точек этого плана показано на рис. 6.7, б. Для обеспечения ротатабельности точек 5, 6, 7, 8 необходимо удалить их от центра плана на расстояние  $\alpha$  в  $\sqrt{2} = 1,414$  раз большее, чем удаление точек 1, 2, 3, 4 от осей  $x_2$  и  $x_1$ . В результате этого все точки плана (табл. 6.12) оказываются лежащими на окружности. Учитывая существенно большее влияние на функцию отклика случайной ошибки в точке 9, рекомендуется ставить в этой точке плана не один, а несколько дублирующих опытов (в данном случае опыты с 9 до 13) для усреднения полученных результатов и для осуществления статистического анализа результатов всего эксперимента в целом.

Таблица 6.11

**Значения звёздных плеч и числа точек в центре ротатабельных планов**

Параметр плана	Значения параметров при числе независимых факторов								
	2	3	4	5	6	6	6	7	7
Ядро плана	$2^2$	$2^3$	$2^4$	$2^5$	$2^{5-1}$	$2^6$	$2^{6-1}$	$2^7$	$2^{7-1}$
Звездное плечо	1,414	1,682	2,00	2,378	2,00	2,828	2,378	3,333	2,828
Число точек в центре плана $n_0$	5	6	7	10	6	15	9	21	14

Ротатабельный план второго порядка

Параметр опыта	№ опыта	Факторы						Результат $y_j$
		$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_1x_2$	$x_1^2$	$x_2^2$	
Ядро плана	1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	$y_1$
	2	+1	+1	-1	-1	+1	+1	$y_2$
	3	+1	-1	+1	-1	+1	+1	$y_3$
	4	+1	+1	+1	+1	+1	+1	$y_4$
Звездные точки	5	+1	+1,414	0	0	2	0	$y_5$
	6	+1	-1,414	0	0	2	0	$y_6$
	7	+1	0	+1,414	0	0	2	$y_7$
	8	+1	0	-1,414	0	0	2	$y_8$
Центр плана	9	+1	0	0	0	0	0	$y_9$
	10	+1	0	0	0	0	0	$y_{10}$
	11	+1	0	0	0	0	0	$y_{11}$
	12	+1	0	0	0	0	0	$y_{12}$
	13	+1	0	0	0	0	0	$y_{13}$

Учитывая специфический характер ротатабельного плана в общем виде, можно также получить формулы для расчёта коэффициентов уравнения регрессии и их дисперсий:

$$c_0 = \frac{A}{n} \left[ 2\lambda^2 (k+2) (oy) - 2\lambda b \sum_{i=1}^k (i iy) \right]; \quad (6.67)$$

$$c_i = (b/n)(iy); \quad (6.68)$$

$$c_{ii} = \frac{A}{n} \left[ b^2 \left[ (k+2)\lambda - k \right] (i iy) + b^2 (1-\lambda) \sum_{i=1}^k (i iy) - 2\lambda b (oy) \right]; \quad (6.69)$$

$$c_{iu} = \frac{b^2}{n\lambda} (i uy); \quad (6.70)$$

$$S_{c_0}^2 = \frac{2A\lambda^2 (k+2)}{n} S_{\text{восп}}^2; \quad (6.71)$$

$$S_{b_{iu}}^2 = \frac{A \left[ (k+1)\lambda - (k-1)c^2 \right]}{n} S_{\text{восп}}^2; \quad (6.72)$$

$$S_{b_{iu}}^2 = \frac{c^2}{\lambda n} S_{\text{восп}}^2, \quad (6.73)$$

$$\text{где } (oy) = \sum_{j=1}^n u_{0j} y_j; \quad (iuy) = \sum_{j=1}^n u_{ij} u_{uj} y_j; \quad (6.74)$$

$$(iy) = \sum_{j=1}^n u_{ij} y_j; \quad (i^2y) = \sum_{j=1}^n u_{ij}^2 y_j; \quad (6.75)$$

$$b = \frac{n}{\sum_{j=1}^n u_{ij}^2}; \quad A = \frac{1}{2\lambda [(k+2)\lambda - k]}; \quad (6.76)$$

$$\lambda = \frac{nk}{(k+2)n_1} = \frac{k(n_1 + n_0)}{(k+2)n_1}. \quad (6.77)$$

Здесь  $n_0$  – число опытов в центре плана;  $n_1$  – число остальных опытов.

Матрица ротатабельного планирования, оказывается неортогональной, так как

$$\sum_{j=1}^n u_{0j} \cdot u_{ij}^2 \neq 0; \quad \sum_{j=1}^n u_{ij}^2 \cdot u_{uj}^2 \neq 0; \quad i \neq l. \quad (6.78)$$

Следовательно, если какой-либо из квадратичных эффектов оказался незначимым, то после его исключения коэффициенты уравнения регрессии необходимо пересчитать заново.

При использовании ротатабельных планов второго порядка дисперсию воспроизводимости можно определить по опытам в центре плана. В связи с этим при проверке адекватности уравнения регрессии, полученного по ротатабельному плану второго порядка, поступают следующим образом.

Находят остаточную сумму квадратов

$$S_1^2 = \sum_{j=1}^n (y_j - \hat{y}_j)^2 \quad (6.79)$$

с числом степеней свободы

$$m_1 = n - l = n - \frac{(k+2)(k+1)}{2}.$$

По опытам в центре плана определяют сумму квадратов воспроизводимости

$$S_2^2 = \sum_{j=1}^{n_0} (y_{0j} - \bar{y}_{0j})^2 \quad (6.80)$$

с числом степеней свободы  $m_2 = n_0 - 1$ .

Далее находят сумму квадратов, характеризующих неадекватность  $S_3^2 = S_1^2 - S_2^2$ , число степеней свободы которой

$$m_3 = m_1 - m_2 = n - \frac{(k+2)(k+1)}{2} - (n_0 - 1).$$

Проверяют адекватность по  $F$ -критерию:

$$F = \frac{S_3^2/m_3}{S_2^2/m_2}. \quad (6.81)$$

Уравнение адекватно, если  $F < F_{\alpha, m_3, m_2}$ .

Если модель второго порядка оказалась неадекватной, следует повторить эксперименты на меньшем интервале варьирования факторов или перенести центр плана в другую точку факторного пространства. В тех случаях, когда адекватность модели по-прежнему не достигается, рекомендуется перейти к планам третьего порядка.

## 6.6. Исследование причин образования расслоений в горячекатаных листах

В качестве примера планирования эксперимента второго порядка рассмотрим задачу исследования причин образования расслоений в горячекатаных листах (за основу числового материала взяты данные из книги<sup>1</sup>).

Известно, что при прокатке листов толщиной более 12 мм появление брака связано большей частью с дефектами, унаследованными от слитка. Наиболее серьёзными дефектами толстого листа являются расслоения, трещины и рванины.

Существует достаточно тесная связь между некоторыми параметрами выплавки стали и поражённостью листов расслоениями. По результатам ультразвуковой дефектоскопии было установлено, что на поражённость листов расслоениями (которая количественно может быть выражена в относительных единицах по площади

---

<sup>1</sup> Паршин В.А., Зудов Е.Г., Колмогоров В.Л. Деформируемость и качество. – М.: Металлургия, 1979.



Таблица 6.13

## Уровни варьирования факторов

Уровни факторов	Факторы	
	$u_1$ , %/ч	$u_2$ , мин
Основной (нулевой)	0,35	5,5
Нижний	0,20	3,5
Верхний	0,50	7,5
Интервал варьирования	0,15	2,0

расслоений, отнесённой к площади всего раската –  $y$ , %) наиболее существенно влияют такие два фактора, как скорость выгорания углерода в период рудного кипения –  $u_1$ , %/ч, и время разлива стали –  $u_2$ , мин.

Уровни варьирования факторов представлены в табл. 6.13.

Для проведения эксперимента использовался ортогональный план второго порядка с тремя опытами в центре плана. По табл. 6.9 при числе факторов  $k = 2$  и  $n_0 = 3$  величина звёздного плеча составляет  $\alpha = 1,148 \approx 1,15$ , поэтому матрица планирования выглядит так, как представлено в табл. 6.14. Для обработки результатов эксперимента

Таблица 6.14

## Ортогональный план второго порядка для двух факторов и с тремя опытами в центре плана

Параметр опыта	№ опыта	Факторы (кодированные значения)		Факторы (натуральные значения)		Отклик $y_p$ , %
		$u_1$	$u_2$	$u_1$ , %/ч	$u_2$ , мин	
Ядро плана	1	-1	-1	0,20	3,5	0,36
	2	+1	-1	0,50	3,5	0,51
	3	-1	+1	0,20	7,5	1,33
	4	+1	+1	0,50	7,5	1,51
Звездные точки	5	$\alpha = +1,15$	0	0,52	5,5	0,50
	6	$\alpha = -1,15$	0	0,18	5,5	0,31
	7	0	$\alpha = +1,15$	0,35	7,8	1,59
	8	0	$\alpha = -1,15$	0,35	3,2	0,45
Центр плана	9	0	0	0,35	5,5	0,30
	10	0	0	0,35	5,5	0,29
	11	0	0	0,35	5,5	0,31

используем методику, изложенную ранее. Начнём с того, что к кодированным значениям  $u_1$  и  $u_2$  в исходную таблицу плана (см. табл. 6.14) добавим фиктивный столбец  $u_0 = 1$ , а также дополнительные столбцы  $u_{12} = u_1 u_2$ .

$$u'_{1j} = u_{1j}^2 - \frac{\sum_{j=1}^{11} u_{1j}^2}{11} \quad \text{и} \quad u'_{2j} = u_{2j}^2 - \frac{\sum_{j=1}^{11} u_{2j}^2}{11}.$$

Поскольку

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{11} u_{1j}^2 &= \sum_{j=1}^{11} u_{2j}^2 = (-1)^2 + (+1)^2 + (-1)^2 + (+1)^2 + (+1,15)^2 + \\ &+ (-1,15)^2 + (0)^2 + \dots + (0)^2 = 6,645, \end{aligned}$$

то  $u'_{1j} = u_{1j}^2 - \frac{6,645}{11} \approx u_{1j}^2 - 0,6$ , аналогично  $u'_{2j} \approx u_{2j}^2 - 0,6$ .

В итоге матрица плана эксперимента с фактическими результатами эксперимента  $y_j$  полученными в ходе проведения опытов, выглядит следующим образом (табл. 6.15).

Таблица 6.15

**Матрица ортогонального плана второго порядка в кодированных значениях**

Параметр опыта	№ опыта	Факторы						Результат	
		$u_0$	$u_1$	$u_2$	$u_{12}$	$u'_1$	$u'_2$	$y_j$	$\hat{y}_j$
Ядро плана	1	+1	-1	-1	+1	+0,4	+0,4	0,36	0,366
	2	+1	+1	-1	-1	+0,4	+0,4	0,51	0,526
	3	+1	-1	+1	-1	+0,4	+0,4	1,33	1,346
	4	+1	+1	+1	+1	+0,4	+0,4	1,51	1,506
Звездные точки	5	+1	+1,15	0	0	+0,7225	-0,6	0,50	0,507
	6	+1	-1,15	0	0	+0,7225	-0,6	0,31	0,323
	7	+1	0	+1,15	0	-0,6	+0,7225	1,59	1,587
	8	+1	0	-1,15	0	-0,6	+0,7225	0,45	0,46
Центр плана	9	+1	0	0	0	-0,6	-0,6	0,30	0,296
	10	+1	0	0	0	-0,6	-0,6	0,29	0,296
	11	+1	0	0	0	-0,6	-0,6	0,31	0,296

В табл. 6.15 также приведены значения оценок отклика  $\hat{y}_j$ , найденные по модели, построенной после обработки экспериментальных данных.

Таблица 6.16

Таблица произведений кодированных значений факторов на значения отклика

№ опыта	Произведения факторов на отклик					
	$u_0 \cdot y$	$u_1 \cdot y$	$u_2 \cdot y$	$u_{12} \cdot y$	$u_1' \cdot y$	$u_2' \cdot y$
1	0,36	-0,36	-0,36	0,36	0,144	0,144
2	0,51	0,51	-0,51	-0,51	0,204	0,204
3	1,33	-1,33	1,33	-1,33	0,532	0,532
4	1,51	1,51	1,51	1,51	0,604	0,604
5	0,5	0,575	0	0	0,36125	-0,3
6	0,31	-0,3565	0	0	0,223975	-0,186
7	1,59	0	1,8285	0	-0,954	1,148775
8	0,45	0	-0,5175	0	-0,27	0,325125
9	0,3	0	0	0	-0,18	-0,18
10	0,29	0	0	0	-0,174	-0,174
11	0,31	0	0	0	-0,186	-0,186
$\Sigma$ -сумма	7,46	0,5485	3,281	0,03	0,305225	1,9319

Таблица 6.17

Величина квадратов кодированных значений факторов

№ опыта	Квадраты факторов					
	$(u_0)^2$	$(u_1)^2$	$(u_2)^2$	$(u_{12})^2$	$(u_1')^2$	$(u_2')^2$
1	1	1	1	1	0,16	0,16
2	1	1	1	1	0,16	0,16
3	1	1	1	1	0,16	0,16
4	1	1	1	1	0,16	0,16
5	1	1,3225	0	0	0,522006	0,36
6	1	1,3225	0	0	0,522006	0,36
7	1	0	1,3225	0	0,36	0,522006
8	1	0	1,3225	0	0,36	0,522006
9	1	0	0	0	0,36	0,36
10	1	0	0	0	0,36	0,36
11	1	0	0	0	0,36	0,36
$\Sigma$ -сумма	11	6,645	6,645	4	3,484013	3,484013

Для оценки коэффициентов в уравнение регрессии

$$\hat{y} = c'_0 + c_1 u_1 + c_2 u_2 + c_{12} u_{12} + c'_{11} u'_{11} + c'_{22} u'_{22}$$

по зависимостям (6.59) сформируем ещё две дополнительные таблицы (табл. 6.16, 6.17), в которых представим результаты всех необходимых промежуточных расчётов.

Используя значения из строк « $\Sigma$ -сумма» в этих двух таблицах, находим оценки коэффициентов регрессии:

$$\begin{aligned} c'_0 &= 7,46/11 = 0,678182; \\ c_1 &= 0,5485/6,645 = 0,082543; \\ c_2 &= 3,281/6,645 = 0,493755; \\ c_{12} &= 0,03/4 = 0,0075; \\ c'_{11} &= 0,305225/3,484013 = 0,087607; \\ c'_{22} &= 1,9319/3,484013 = 0,554504. \end{aligned}$$

Значимость коэффициентов проверяем по критерию Стьюдента  $t_i = |c_i|/S_{c_i}$ , для чего находим дисперсию воспроизводимости  $S^2_{\text{восп}}$  по трём параллельным опытам в центральной точке плана:

$$\begin{aligned} S^2_{\text{восп}} &= \frac{\sum_{i=1}^3 (y_{0i} - \bar{y}_0)^2}{3-1} = \frac{1}{3-1} \left[ \sum_{i=1}^3 y_{0i}^2 - \frac{1}{3} \left( \sum_{i=1}^3 y_{0i} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} \left[ \left( (0,30)^2 + \right. \right. \\ &\left. \left. + (0,29)^2 + (0,31)^2 \right) - \frac{1}{3} (0,30 + 0,29 + 0,31)^2 \right] = 0,0001 \end{aligned}$$

и рассчитываем по (6.60) дисперсии и средние квадратичные отклонения по каждому из коэффициентов:

$$\begin{aligned} S^2_{c'_0} &= 0,0001/11 = 9,09091 \cdot 10^{-6}; S_{c'_0} = \sqrt{9,09091 \cdot 10^{-6}} = 0,003015; \\ S^2_{c_1} &= S^2_{b_2} = 0,0001/6,645 = 1,5 \cdot 10^{-5}; S_{c_1} = S_{b_2} = \sqrt{1,5 \cdot 10^{-5}} = 0,003879; \\ S^2_{c_{12}} &= 0,0001/4 = 2,5 \cdot 10^{-5}; S_{c_{12}} = \sqrt{2,5 \cdot 10^{-5}} = 0,005; \\ S^2_{c'_{11}} &= S^2_{b_{22}} = 0,0001/3,484013 = 2,87 \cdot 10^{-5}; \\ S_{c'_{11}} &= S_{b_{22}} = \sqrt{2,87 \cdot 10^{-5}} = 0,005357. \end{aligned}$$

Тогда критерий Стьюдента по каждому из коэффициентов составит:

$$t_{c_0'} = 0,678182/0,003015 = 224,9;$$

$$t_{c_0} = 0,082543/0,003879 = 21,2;$$

$$t_{c_2} = 0,493755/0,003879 = 127,3;$$

$$t_{c_{12}} = 0,0075/0,005 = 1,5;$$

$$t_{c_{11}'} = 0,087607/0,005357 = 16,3;$$

$$t_{c_{22}'} = 0,554504/0,005357 = 103,5.$$

Поскольку критическое значение  $t_{0,05;3-1} = 4,30$ , то все коэффициенты в уравнении регрессии можно считать значимыми, кроме  $c_{12}$ .

Следовательно, окончательно уравнение регрессии можно записать в виде

$$\hat{y} = 0,68 + 0,08 \cdot u_1 + 0,49 \cdot u_2 + 0,09 \cdot u_1' + 0,55 \cdot u_2'.$$

Оценки отклика  $\hat{y}_j$ , полученные по этому уравнению для точек плана эксперимента, приведены в табл. 6.15. Сопоставляя полученные величины  $\hat{y}_j$  с опытными данными  $y_j$ , находим дисперсию адекватности, учитывая, что число значимых коэффициентов в уравнении регрессии равно пяти:

$$S_{\text{ад}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{11} (y_j - \hat{y}_j)^2}{11 - 5} =$$

$$= \frac{1}{6} \left[ (0,360 - 0,366)^2 + (0,510 - 0,526)^2 + (1,330 - 1,346)^2 + \dots \right] = 0,00019.$$

Адекватность уравнения проверяется по критерию Фишера  $F = S_{\text{ад}}^2 / S_{\text{восп}}^2 = 0,00019/0,0001 = 1,9$ . Уравнение адекватно, поскольку составленное таким образом  $F$ -отношение меньше теоретического  $F > F_{0,05; m_1=6; m_2=2} = 19,3$ , где  $m_1 = 11 - 5 = 6$  – число степеней свободы дисперсии адекватности;  $m_2 = 3 - 1 = 2$  – число степеней свободы дисперсии воспроизводимости.

В завершение данного примера перепишем полученное уравнение регрессии относительно  $u_1^2$  и  $u_2^2$ , учтя ранее введённые соотношения для  $u_1' \approx u_1^2 - 0,6$  и  $u_2' \approx u_2^2 - 0,6$ .

$$\begin{aligned}\widehat{y} &= 0,68 + 0,08 \cdot u_1 + 0,49 \cdot u_2 + 0,09 \cdot (u_1^2 - 0,6) + 0,55 \cdot (u_2^2 - 0,6) = \\ &= (0,68 - 0,09 \cdot 0,6 - 0,55 \cdot 0,6) + 0,08 \cdot u_1 + 0,49 \cdot u_2 + 0,09 \cdot u_1^2 + \\ &\quad + 0,55 \cdot u_2^2 = 0,29 + 0,08 \cdot u_1 + 0,49 \cdot u_2 + 0,09 \cdot u_1^2 + 0,55 \cdot u_2^2.\end{aligned}$$

Проанализируем полученное уравнение на экстремум относительно  $u_1$  и  $u_2$ :

$$\frac{\partial \widehat{y}}{\partial u_1} = 0,08 + 2 \cdot 0,09 \cdot u_1 = 0;$$

$$\frac{\partial \widehat{y}}{\partial u_2} = 0,49 + 2 \cdot 0,55 \cdot u_2 = 0.$$

Решая два последних соотношения, находим, что экстремум будет достигаться в точке с кодированными координатами  $u_1 = -0,08 / (2 \cdot 0,09) = -0,44$  и  $u_2 = -0,55 / (2 \cdot 0,49) = -0,44$ , при этом натуральные значения факторов могут быть найдены из соотношений

$$\frac{u_1^* - 0,35}{0,15} = u_1 = -0,44;$$

$$\frac{u_2^* - 5,5}{2} = u_2 = -0,44.$$

Следовательно, при скорости выгорания углерода в период рудного кипения, равной  $0,35 - 0,44 \cdot 0,15 = 0,28$  %/ч, и времени разливки стали  $5,5 - 0,44 \cdot 2 = 4,6$  мин поражённость листов расслоениями будет минимальной, и составит порядка 0,16%.

$$\begin{aligned}\widehat{y} &= 0,29 + 0,08 \cdot (-0,44) + 0,49 \cdot (-0,44) + 0,09 \cdot (-0,44)^2 + \\ &\quad + 0,55 \cdot (-0,44)^2 \approx 0,16.\end{aligned}$$

## ГЛАВА 7. ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В МЕТАЛЛУРГИИ

### 7.1. Постановка задачи

К задачам поиска оптимума и оптимального управления сводятся многие из проблем принятия решений в области металлургии. В частности, при построении математических моделей, когда для изучения какого-нибудь явления конструируется математическая модель, к оптимизации прибегают для того, чтобы определить такую структуру и такие параметры последней, которые обеспечивали бы наилучший результат.

Все технические и технологические системы должны быть управляемы. Под управлением будем понимать процесс формирования целенаправленного поведения системы посредством информационных воздействий, вырабатываемых ЛПР (ЛПР – лицо, принимающее решение), в результате которого изменяется функционирование системы и обеспечивается достижение поставленной цели. Заметим, что роль ЛПР в современном мире может выполнять не только человек (группа людей), но и компьютерная программа, какое-либо техническое устройство. Система, в которой осуществляется процесс управления, называется системой управления.

В общем виде структура управления технической и технологической системами представлена на рис. 7.1.

Объект управления имеет три входа: наблюдаемый, но не управляемый  $X_{\text{вх}}(\tau)$ , управляемый, а следовательно, и наблюдаемый  $U(\tau)$  и ненаблюдаемый  $\xi_{\text{п}}(\tau)$ . Все эти входные параметры оказывают влияние на выходные, т.е. в любой момент времени выходные параметры объекта управления  $X(\tau)$  являются функцией векторов  $X_{\text{вх}}(\tau)$ ,  $U(\tau)$ ,  $\xi_{\text{п}}(\tau)$ .

Измерительные системы, указанные на рис. 7.1, позволяют контролировать некоторые переменные векторов  $X_{\text{вх}}(\tau)$ ,  $U(\tau)$ ,  $X(\tau)$  или их комбинации. В большинстве случаев размерность этих векторов, характеризующих состояние процесса, больше соответствующей размерности их измеренных значений  $X_{\text{вх,и}}(\tau)$ ,  $U_{\text{и}}(\tau)$ ,  $Y(\tau)$ . Последнее связано с тем, что часть переменных невозможно измерить из-за отсутствия необходимых технических средств измерений, а некоторые из них в принципе измерить невозможно. При этом неопределенность вносится погрешностями измерений, случайными возмущениями, действующими

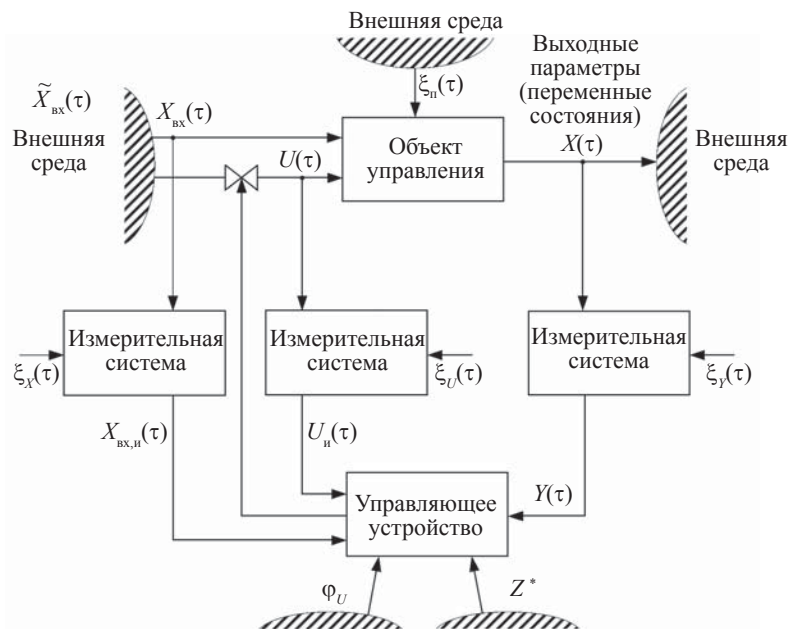


Рис. 7.1. Схема системы управления

на измерительные системы  $\xi_x(\tau)$ ,  $\xi_u(\tau)$ ,  $\xi_y(\tau)$ . Результаты измерений в общем виде можно представить как

$$X_{вх,и}(\tau) = \Phi_x[X_{вх}(\tau), \xi_x(\tau)]; Y(\tau) = \Phi_y[Y(\tau), \xi_y(\tau)]; \quad (7.1)$$

$$U_i(\tau) = \Phi_u[U(\tau), \xi_u(\tau)],$$

где  $\Phi_x, \Phi_y, \Phi_u$  – операторы измерительной системы.

Эти выражения отражают очевидную связь между фактическим состоянием и информацией об этом состоянии. Таким образом, в основе процесса управления лежит информация о сложившейся ситуации:

$$I = \langle X_{вх,и}(\tau), Y(\tau), U_i(\tau) \rangle. \quad (7.2)$$

Эта ситуация всегда является неполной. Эта неполнота связана с ограниченными возможностями всякой системы сбора информации и необходимостью затрат на неё.



Управление в системе осуществляет управляющее устройство (ЛПР, компьютерная программа, какое-либо техническое устройство), для целенаправленного функционирования которого, кроме информации  $I$ , ему необходимо сообщить цель управления  $Z^*$ , т.е. указать, к чему следует стремиться в процессе управления. В большинстве случаев цель управления формально можно определить значением некоторого функционала  $Z$ , который называется показателем цели управления или критерием управления (целевой функцией).

$$Z = Z [X_{\text{вх,и}}(\tau), Y(\tau), U_{\text{и}}(\tau)]. \quad (7.3)$$

Критерий управления является количественной характеристикой качества управления. Он должен удовлетворять ряду важных условий. В частности, он должен быть количественным, представляться одним числом, быть представительным (улучшение критерия должно соответствовать улучшению качества управления), быть однозначным (каждому набору управляющих воздействий должно соответствовать только одно значение критерия). В качестве критерия могут быть выбраны различные технические, экономические и другие показатели, например отклонение какой-либо величины от заданного значения, показатели качества продукции, затраты сырья, топлива, себестоимость продукции и т.п. Заметим, что критерии управления выбираются (разрабатываются) достаточно условно в зависимости от требований производства, устремлений разработчика системы управления и т.п.

Более полное рассмотрение задачи управления приводит к необходимости оценивать качество управления ЛПР не по одному, а по нескольким частным критериям управления, качественно различающимся между собой, каждым из которых ЛПР пренебречь не может. Так, в частности, при управлении нагревом металла в печах необходимо обеспечить:

- нагрев металла до заданной средней по массе температуры при допустимом перепаде температур по толщине металла в конце нагрева (технологический критерий);
- минимум себестоимости нагрева металла, связанный в основном с расходом топлива и угаром металла (экономический критерий);
- минимум вредных выбросов в окружающую среду (экологический критерий) и т.д.

Обычно для задач оптимального управления в металлургии критерии управления можно классифицировать следующим образом:

- критерии, определяющие производительность агрегатов при заданных ограничениях;

- критерии, определяющие энергетические затраты на технологический процесс для требуемой (определяемой) производительности агрегата при заданных ограничениях;
- критерии, определяющие качество продукта при заданных энергетических затратах, заданной (определяемой) производительности агрегата.

Эти частные критерии хотя и имеют, как правило, единственное решение, но различны по результатам, поэтому у многокритериальных задач нет однозначного общего решения. Это приводит к противоречию с требованием представлять критерий оптимальности одним числом и порождает проблему неопределённости целей. В связи с этим не существует управления вообще, а есть управление в определённом заданном смысле. Предлагаются различные способы придать многокритериальной задаче вид однокритериальной. Так, задаются одним «суперкритерием», являющимся линейной комбинацией частных критериев, или выбирают из числа частных критериев основной, главный, а остальные частные критерии принимают за дополнительные, которые должны находиться в допустимых пределах, и т.д. Таким образом, будем считать, что в данной ситуации в итоге задачу можно свести к одному критерию управления.

Целью управления, как правило, является обеспечение наивыгоднейшего (максимального или минимального) значения  $Z$ , т.е.

$$\min(\max)Z [X_{\text{вх,и}}(\tau), Y(\tau), U_{\text{и}}(\tau)] = Z^* \quad (7.4)$$

В реальных условиях функционирования системы изменение вектора управления и выходных параметров может происходить лишь в определённой конечной области их значений, что формально представляется системой следующих ограничений:

$$U(\tau) \in G_u; Y(\tau) \in G_y \quad (7.5)$$

Здесь  $G_u$  и  $G_y$  – замкнутые и ограниченные области соответственно векторного пространства управлений и выходных параметров. Действительно, в любой системе управления имеются ограничения, обусловленные различными причинами: стойкостью агрегата (например, максимально допустимая температура футеровки), технологией производства (максимально допустимые температура металла в печи и скорость нагрева заготовки), ресурсами управления (максимально допустимая тепловая мощность в мартеновской печи, максимальная производительность дымососа, допустимые токовые нагрузки при управлении электродвигателями, наличие материалов и заготовки на складе) и т.п.

Суть управления системой заключается в том, чтобы найти такие значения векторов  $Y^*(\tau)$ ,  $X^*(\tau)$ , и управления  $U^*(\tau)$ , при которых достигается заданная цель управления  $Z^*$  при выделенных ресурсах управления (7.5). Следует отметить, что хотя задача в целом экстремальна, однако первоочередным является выполнение ограничений (7.5), а экстремальные цели достигаются при условии выполнения ограничений. Например, при оптимизации управления сталеплавильным комплексом в первую очередь, естественно, выполняются требования попадания в заданные ГОСТы, пределы по химическому составу стали, ограничения на сырьевые ресурсы, и лишь при выполнении этих условий решается задача минимизации затрат на себестоимость продукции.

Оптимальное значение вектора выходных параметров  $Y^*(\tau)$  называют планом или программой управления, а вектор  $U^*(\tau)$  – оптимальным управляющим воздействием или решением задачи управления. В другой форме задачу управления можно сформулировать следующим образом: найти и реализовать функциональную зависимость

$$U^*(\tau) = \varphi_u [X_{\text{вх,и}}(\tau), Y(\tau), U_{\text{и}}(\tau), Z^*], \quad (7.6)$$

обеспечивающую наилучшее приближение к заданному значению  $Z^*$  при выделенных ресурсах управления. Выражение (7.6) является алгоритмом управления. Под алгоритмом управления  $\varphi_u$  в данном случае понимается чёткое правило, инструкция, компьютерная программа, указания что и как следует делать, чтобы добиться заданной цели в сложившейся ситуации.

Таким образом, управление системой представляет собой выработку и реализацию совокупности разнообразных воздействий на неё, направленных на обеспечение эффективного функционирования. Отметим, что управление, обеспечивающее наилучшее достижение целей в конкретных условиях, называется оптимальным. При наличии оптимизационной модели оптимизация сводится к перебору тем или иным способом значений управлений в пределах выделенных ресурсов и отыскания такого набора управлений, которому соответствует минимум или максимум критерия оптимальности.

*Пример.* Необходимо выбрать вариант нагрева металла в проходной нагревательной печи, принципиальная схема которой изображена на рис. 7.2.

Понятно, что можно рассматривать лишь реализуемые варианты. Состояние системы в простейшем случае, когда пренебрега-

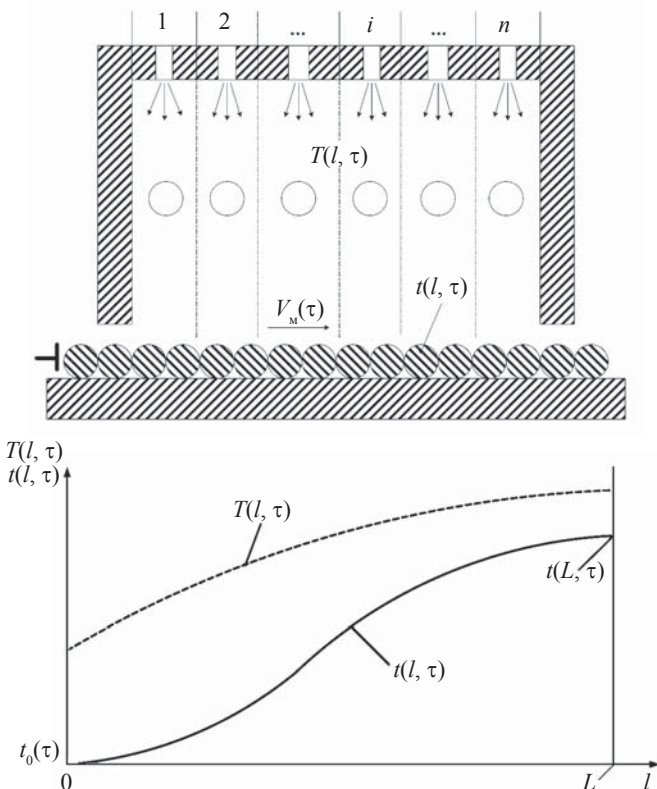


Рис. 7.2. К постановке задачи оптимального управления нагрева металла в проходной печи

ют термической массивностью нагреваемого материала (число Био  $B_i \leq 0,10$ ), можно задать распределением температуры материала  $t(l, \tau)$  по длине печи в каждый момент времени  $\tau$  ( $\tau \geq 0$ ). Пусть металл движется в положительном направлении оси  $l$  со скоростью  $V_m(\tau)$ , которая в общем случае может зависеть от времени  $\tau$ . Пусть далее температура греющей среды (или просто температура печи) задаётся функцией  $T(l, \tau)$ . Эту функцию можно считать управляющим воздействием. Если проходная печь, как это обычно бывает, разбита на  $n$  зон, а в пределах каждой  $i$ -й зоны температуру

можно считать постоянной величиной  $T_i(\tau)$ , не зависящей от  $l$ , которая поддерживается на заданном уровне или меняется по определённой программе, то  $T(l, \tau)$  можно записать в виде

$$T(l, \tau) = T_i(\tau), \quad l_{i-1} \leq l \leq l_i, \quad l_0 = 0, \quad l_n = L, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

где  $L$  – длина печи.

В более общем случае, когда, например, имеется взаимное влияние зон друг на друга, вид функции  $T(l, \tau)$  может быть значительно сложнее. Более того, температуры  $T_i(\tau)$  также могут быть связаны динамической зависимостью с расходом топлива в  $i$ -й зоне. Уравнение нагрева металла, т.е. уравнение для  $t(l, \tau)$ , легко вывести из рассмотрения теплового баланса элементарного участка полосы  $\Delta l$ . Это уравнение имеет вид

$$c_m \rho_m S \frac{dt(l, \tau)}{d\tau} = \alpha_F [T(l, \tau) - t(l, \tau)]. \quad (7.7)$$

С учётом того, что

$$\frac{dt(l, \tau)}{d\tau} = \frac{\partial t(l, \tau)}{\partial \tau} + V_m \frac{\partial t(l, \tau)}{\partial l},$$

уравнение (7.7) примет вид

$$B \frac{dt(l, \tau)}{d\tau} + B \cdot V_m \frac{\partial t(l, \tau)}{\partial l} + t(l, \tau) - T(l, \tau) = 0, \quad (7.8)$$

где  $B = c_m \rho_m S / \alpha_F$  – коэффициент, отражающий теплофизические свойства материала и условия теплообмена;  $S$  – толщина тела;  $c_m$  – теплоёмкость;  $\rho_m$  – плотность;  $\alpha_F$  – коэффициент теплоотдачи.

$$\text{Начальные условия: } t(l, 0) = t(l), \quad 0 \leq l \leq L. \quad (7.9)$$

$$\text{Краевые условия: } t(0, \tau) = t_0(\tau), \quad 0 \leq \tau \leq \tau_k. \quad (7.10)$$

Таким образом, температура материала, нагреваемого в печи, зависит от скорости движения материала  $V_m(\tau)$ , которая является одним из возмущающих факторов. Другим возмущающим воздействи-

ем является изменение коэффициента  $B$ . Наличие этих возмущений требует изменения распределения температуры в печи, чтобы обеспечить нагрев металла на выходе из печи до заданной температуры  $t^{3д}(\tau)$ . Математически это условие записывается в виде равенства  $t(L, \tau) = t^{3д}$ . Однако если это равенство невыполнимо, то можно поставить задачу минимизации отклонения фактической температуры выходящего из печи металла от заданной  $t^{3д}$ . За меру такого отклонения можно, в частности, взять интеграл

$$Z = \int_0^{\tau_k} |t^{3д}(\tau) - t(L, \tau)|^\gamma d\tau, \quad \gamma \geq 1 \rightarrow \min_{T(l, \tau)}, \quad (7.11)$$

где  $\tau_k$  – некоторое заданное время;  $\gamma$  – заданное число;  $t^{3д}(\tau)$  – заданная программа для температуры выходящего из печи металла. Отметим, что на функцию  $T(l, \tau)$  накладываются естественные ограничения типа неравенств  $T^{\min} \leq T(l, \tau) \leq T^{\max}$ , где  $T^{\min}$ ,  $T^{\max}$  – допустимые температуры в печи.

На этом примере хорошо видны все этапы принятия решений.

1. Установление границ системы, пределов её управляемости и формулировка ограничений.

2. Формулировка критерия эффективности системы (целевой функции, функции качества).

3. Выбор управляющих переменных.

4. Построение модели системы, отражающей влияние управляющих переменных на критерий эффективности.

5. Перебор вариантов в целях отыскания наиболее эффективно (решение задачи оптимального управления).

Построенная последовательность действий представляет собой обобщённую модель принятия решений о выборе системы или вариантов её функционирования. Такие модели используются во всех направлениях инженерной деятельности и, в первую очередь, в следующих областях: планировании и анализе функционирования существующих систем, проектировании систем и их составных частей, управлении динамическими системами.

Отметим, что, как следует из модели принятия решений, оптимизация – всего лишь один этап в процессе разработки технологической или технической системы. Она становится возможной только при наличии математической модели системы и критерия эффективности.

Постановку задачи оптимального управления проиллюстрируем схемой, представленной на рис. 7.3.

На этом рисунке  $X_{вх,и}(\tau)$  и  $Y(\tau)$  – контролируемые векторы входных и выходных параметров;  $U_{и}(\tau)$  – вектор управляющих воздей-

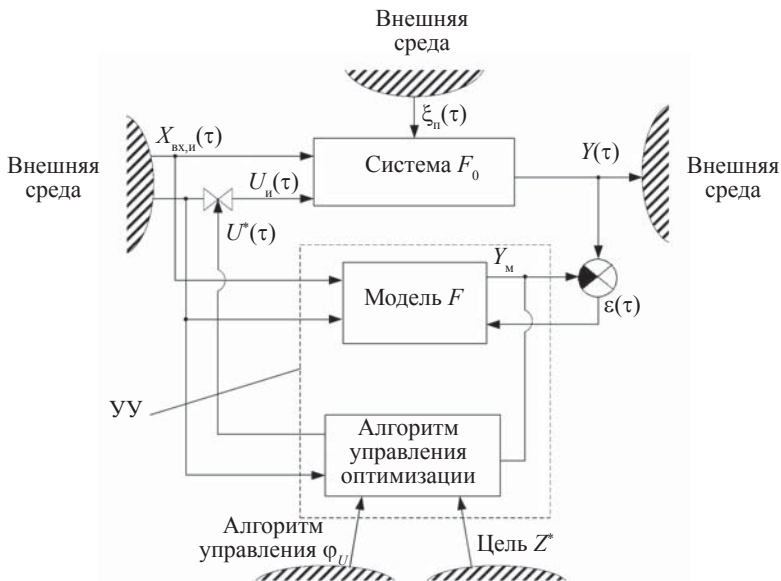


Рис. 7.3. Блок-схема управления техническим процессом

ствий;  $\xi_n(\tau)$  – ненаблюдаемый вектор возмущений. Для реализации управления системой  $F_0$  необходимо иметь модель этой системы  $F$ , информацию о состоянии  $X_{\text{вх},i}$ ,  $U_i$ ,  $Y$  цели управления  $Z^*$ . Адаптация (подстройка) модели системы к реальным условиям осуществляется по сигналу небаланса  $\varepsilon(\tau)$  выходных параметров системы  $Y(\tau)$  и их расчётных значений по модели процесса  $Y_m(\tau)$ . Процедуру определения управления  $U^*(\tau)$ , решающую поставленную задачу в сложившейся ситуации, называют алгоритмом оптимального управления (оптимизации).

Устройство управления УУ состоит из модели системы и алгоритма управления. Суть управления системой заключается в следующем: нужно так выбрать управление  $U^*(\tau)$ , чтобы достичь заданной цели  $Z^*$  при выделенных ресурсах управления, ограничениях на параметры  $X_{\text{вх}}$ ,  $Y$ ,  $U$ . Ресурс, выделяемый на управление, выражается системой ограничений:  $X_{\text{вх}} \in G_x$ ,  $Y \in G_y$ ,  $U \in G_u$ .

На этом элементарном для металлургических технологий примере (реальные процессы во много раз сложнее) рассмотрим некоторые положения.

1. Привязка к реально существующей системе контроля и локального управления и реальному времени (известно базовое состояние системы) существенно облегчает решение задачи. В рассмотренном примере изначально предполагалось, что известны температурное поле греющей среды и начальная температура материала. Заметим попутно, что решается задача управления в реальном времени – следовательно, необходимо, использовать динамическую модель.

2. Если бы температурное поле греющей среды мы не знали в силу отсутствия реализации такой конструкции, пришлось бы дополнительно выполнить моделирование движения топлива, кислородоносителей, горения топлива, движения газа в рабочем пространстве печи, температурного поля футеровки, состава газовой среды и т.д. Заметим попутно, что полные модели даже таких относительно простых систем в полном объеме не разработаны.

3. Всегда требуется настройка модели на реальный процесс. Любая модель – это упрощение. В данном случае предполагается, что нагрев осуществляется только конвекцией, а излучения нет. Греющая среда только одна с фиктивной температурой  $T$ . В данном случае в качестве параметра настройки можно использовать коэффициент теплоотдачи. Строго говоря, это не классический коэффициент, а виртуальный, который как раз и учитывает все наши допущения. Таким образом, требуется параметрическая идентификация, которая осуществляется путём сравнения расчётных и измеренных параметров модели в процессе функционирования системы.

4. В процессе управления на управления и параметры системы накладываются ограничения, т.е. происходит управление с ограничением (температура греющей среды, скорость нагрева и т.п.).

Таким образом, мы обсудили общую последовательность действий при принятии решений в технических и технологических системах. В последующем будут рассмотрены конкретные примеры оптимизации. В частности, обсудим, как оптимизировать объект, описываемый системами линейных и нелинейных уравнений и неравенств, имеющих аддитивную и (или) мультипликативную целевую функции.

Оценивая в целом состояние реально функционирующих систем оптимального управления АСУ ТП в металлургии, следует констатировать, что сегодня имеется внутренняя причина слабого внедрения такого класса систем, особенно для сложных нелинейных систем. Она связана как с недостаточным развитием самой теории оптимального управления так с проблемами математических моделей. Несмотря на информатизацию, развитие вычислительной математики и алгоритмов идентификации, банки сертифицирован-



ных математических моделей в системах управления остаются слабо заполненными, что обусловлено большими интеллектуальными затратами на создание подобного класса моделей. Необходимо объединение современной теории оптимального управления с математическими моделями технологических процессов, в основу которых положены фундаментальные закономерности, отражающие физику технологических процессов в металлургии. В связи с этим приведём высказывание авторов монографии [53] «...в основу подлинной оптимизации нелинейных систем целесообразно положить не только математические конструкции стандартной теории оптимального управления, а в большей мере естественно-математические соотношения, отражающие, во-первых, фундаментальные физические закономерности и свойства объекта и, во-вторых, технологические требования задачи управления в виде соответствующего критерия качества. Такой подход возвращает теорию управления к естественным источникам её возникновения, но на новом, естественно-математическом витке её развития». Именно примерам физического подхода в использовании теории оптимального управления и уделено основное внимание при изложении последующего материала этой главы.

Дадим математическую формулировку задачи оптимизации при наличии ограничений. Найти оптимум (минимум) функции  $n$  переменных

$$Z = \varphi(X) \rightarrow \min_{X \in G_x} \quad (7.12)$$

при наличии  $m$  ограничений, состоящих из

$$h_i(X) \leq 0; \quad i = 1, \dots, k, \quad (7.13)$$

$$g_i(X) = 0; \quad i = k + 1, \dots, m \leq n, \quad (7.14)$$

т.е. имеются ограничения типа равенств и типа неравенств. Отметим, что ограничение вида «меньше или равно» всегда можно заменить на ограничение «больше или равно» следующим образом:

$$-h_i(X) \geq 0; \quad i = 1, \dots, k, \quad (7.15)$$

а нахождение максимума целевой функции можно заменить на минимизацию путём преобразования  $\max Z(X) = -\min[-Z(X)]$ . В связи с этим в приведённой выше формулировке нет потери общности.

Система ограничений (7.13)–(7.15) определяет область допустимых решений задачи  $G_x$ . Все функции предполагаются непрерывными и нелинейными, в этом случае представленная задача является задачей нелинейного математического программирования, или задачей условной оптимизации в отличие от задач безусловной оптимизации, где на переменные параметры ограничения не накладываются.

В результате решения задачи будет определена точка  $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_j^*, \dots, x_n^*)$ , координаты которой должны быть такими, чтобы они удовлетворяли соотношениям (7.13), (7.14), а для всякой другой точки  $X = (x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n)$  из области допустимых значений выполнялось неравенство

$$Z(X^*) \leq Z(X). \quad (7.16)$$

Рассмотрим задачу (7.12)–(7.15) подробнее. Она требует минимизации  $Z(X)$  путём выбора параметров  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , которые должны удовлетворять условиям (7.13) и (7.14). Создаётся впечатление, что мы как бы проранжировали наши цели, причём основными названы экстремальные цели  $Z(X)$ , а неэкстремальные введены в выражения (7.13)–(7.15). Однако это лишь кажущееся ранжирование. В действительности основным, как уже отмечалось, является выполнение ограничений, а экстремальные цели являются вторичными. Мы прежде всего заботимся о том, чтобы не впасть в противоречие с ограничениями. Лишь при соблюдении этих ограничений мы выполняем экстремальные цели.

Задачи математического программирования классифицируются по типам множества  $X$  и виду функции  $Z(X)$ .

Различаются следующие основные типы задач математического программирования.

#### 1. Задача одномерной минимизации

$$\text{Здесь } x \in E^1, \quad x = [a, b]. \quad (7.17)$$

#### 2. Задача линейного программирования

Эта задача минимизации линейной функции  $Z(X) = \langle C, X \rangle$ ,  $x \in E^n$  на выпуклом и замкнутом множестве  $x \in E^n$ , заданном системой линейных равенств и неравенств:

$$X = \{x \in E^n : Ax \leq b, \bar{A}x = \bar{b}\}. \quad (7.18)$$

Здесь  $A$  и  $\bar{A}$  – матрицы размерностей  $k \times n$  и  $m \times n$  соответственно,  $b \in E^k$ ,  $\bar{b} \in E^m$ ,  $m < n$ .

Множество такого вида называют многогранным, или симплексным, множеством. Выделение в условиях задачи ограничений типа равенств или неравенств довольно условно, поскольку одни сводятся к другим путём увеличения размерности вектора  $X$ .

Различают задачу линейного программирования:

- в стандартной (нормальной) форме:  $X = \{x \in E^n : Ax \leq b, x \geq 0\}$ ,  $A$  –  $m \times n$ -матрица,  $b \in E^m$ ;

- в канонической:

$X = \{x \in E^n : Ax = b, x \geq 0\}$ ,  $A$  –  $m \times n$ -матрица,  $b \in E^m$ ,  $m < n$ .

3. *Задача квадратичного программирования*

$X \subset E^n$  – многогранное множество, целевая функция квадратичная:

$$Z(X) = \langle CX, X \rangle + \langle d, X \rangle, x \in E^n, \quad (7.19)$$

$C$  – положительно определённая матрица.

4. *Задача выпуклого программирования*

Здесь целевая функция – выпуклая на выпуклом множестве  $x \in E^n$  (см. далее). Задачи квадратичного программирования представляют собой частный случай задач выпуклого программирования.

5. *Задача на безусловный минимум*

$$Z(x) \rightarrow \min, x \in E^n. \quad (7.20)$$

6. *Задача на условный минимум, или задача с ограничениями типа равенств*

Здесь  $x \in X \subset E^n$ , где  $X$  представляет собой многообразие в  $E^n$ , заданное системой равенств

$$X = \{x \in E^n : g_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, m, m < n\}.$$

7. *Задача с ограничениями типа неравенств*

$$Z(x) \rightarrow \min, x \in X = \{x \in E^n : h_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, k\}. \quad (7.21)$$

Если в задаче (7.21)  $h_i(x)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, k$ , выпуклы в  $E^n$ , то задача (7.21) представляет собой задачу выпуклого программирования.

8. *Наконец, из общей задачи математического программирования выделяют задачу:*

$$Z(x) \rightarrow \min, x \in X = \{x \in E^n : x \in G_x\}; \quad (7.22)$$

$$h_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, k; \quad (7.23)$$

$$g_i(x) = 0, i = k + 1, \dots, m, \quad (7.24)$$

где  $G_x$  – множество допустимых решений.

Существенной особенностью задачи выпуклого программирования является её локальность, т.е. наличие одного экстремума. Это означает, что при её решении можно довольствоваться отысканием локального экстремума, т.е. локальный экстремум является одновременно и глобальным. К сожалению, требования выпуклости далеко не всегда выполняются в задачах оптимизации систем. В общем случае, когда  $Z(X)$ ,  $h_i(X)$ ,  $g_i(X)$  являются произвольными нелинейными функциями, нельзя гарантировать совпадения локального и глобального экстремумов, что создаёт в ряде случаев серьёзные трудности при решении задач. В этом случае такие задачи относят к классу многоэкстремальных.

Общая задача математического программирования является очень сложной и до сих пор не имеет полного решения. Трудности решения многоэкстремальных многомерных задач широко известны.

## 7.2. Линейное математическое программирование как метод оптимизации технологических процессов

Однако существует ряд частых задач, когда оптимум может быть относительно легко найден. Одним из таких является случай, когда моделью объекта является система линейных уравнений и неравенств, а целевая функция линейна (задача линейного программирования), представленная соотношением (7.12) или в развёрнутой форме.

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max (\min), \quad (7.25)$$

$$G_x : \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \begin{pmatrix} (=) \\ (\leq) \\ (>) \end{pmatrix} b_i, \quad 1 \leq j \leq n; 1 \leq i \leq m. \quad (7.26)$$

Здесь  $c_j$ ,  $a_{ij}$ ,  $b_i$  – постоянные коэффициенты,  $x_j \geq 0$ .

Разработанные в теории линейного программирования вычислительные методы, в частности симплекс-метод, двойной симплекс-

метод и другие, позволяют находить оптимальное решение не слепым перебором, а целенаправленным, с постоянным приближением к решению. Симплекс-метод состоит в последовательном построении таких опорных решений, при которых каждое следующее уменьшает целевую функцию и минимум достигается за конечное число шагов. Детальное изучение данных методов не входит в цель данного курса. Добавим, что современные компьютеры, как правило, снабжены программами для решения задач линейного программирования, так что инженеру, желающему их решить, нет даже особой надобности обучаться решению таких задач «вручную» – труд крайне неприятный и изнурительный. Основная задача инженера заключается в умении корректно математически и физически формулировать задачу, сводить её к виду, необходимому для использования той или иной программой из библиотеки научных, прикладных программ компьютера или интегрированной среды, а также анализировать полученные результаты.

Алгоритмы симплексного метода подробно обсуждены во многих книгах. Для самостоятельного изучения теории и практического использования можно рекомендовать, например, книгу [55].

Мы рассмотрим этот метод на относительно простой задаче оптимального управления тепловым режимом нагревательных печей с движущимся материалом.

*Пример.* Схема печи представлена на рис. 7.4. Необходимо оптимальным образом управлять расходами топлива по зонам работающей печи таким образом, чтобы затраты на нагрев металла в денежном выражении были минимальными.

Границы системы здесь очевидны. В систему включена сама печь вместе с топливосжигающими устройствами, подачей топлива.

Целевая функция оговорена – это затраты на нагрев металла и потери с окалиной. Её можно записать как

$$Z = G_{\delta} \cdot \sum_{j=1}^n V_j + C_1 P_1, \quad (7.27)$$

где  $n$  – число регулируемых зон печи;  $V_i$  – расход топлива в  $i$ -й зоне;  $C_{\text{т}}$ ,  $C_{\text{м}}$  – цена соответственно топлива и металла;  $P_{\text{м}}$  – угар металла в печи.

Выбор управляющих воздействий почти тривиален. Имеется возможность управлять распределением расхода газа между отапливаемыми (регулируемыми) зонами печи, поэтому в качестве управляющих воздействий используется  $V_i$ .

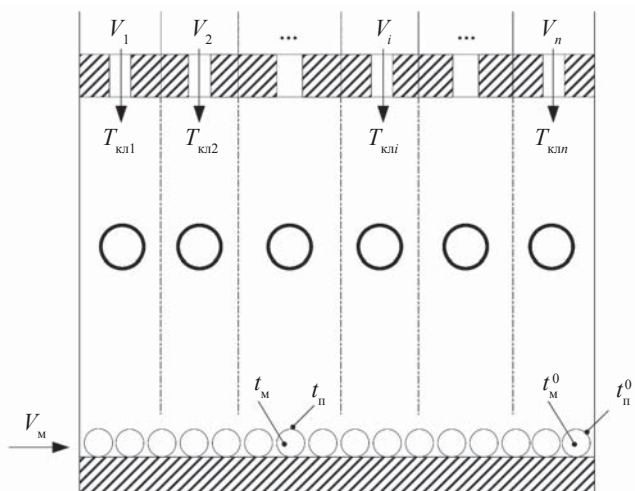


Рис. 7.4. Схема проходной печи

Сформируем теперь модель системы. Отметим, что в режиме функционирования системы (работы печи) известны:

$t_M^0$  – среднемассовая температура металла на выдате;

$t_P^0$  – температура поверхности металла на выдате;

$P_M^0$  – выход окалины на выдате;

$V_i^0$  – фактические расходы топлива по зонам;

$T_{кли}^0$  – температура кладки в зонах.

Заданы:

$t_M^{зд}$  – средняя по массе температура нагрева металла;

$t_P^{max}$  – допустимая максимальная температура поверхности металла на выходе из печи;

$T_{кли}^{max}$  – допустимые температуры внутренней поверхности кладки по зонам;

$P_M^{max}$  – допустимый угар металла.

Заданы также геометрические размеры заготовок и теплофизические свойства нагреваемого материала.

Известна математическая модель печи, которую в общем виде можно представить следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} t_M &= F_1(V_1, \dots, V_i, \dots, V_n); t_P = F_2(V_1, \dots, V_i, \dots, V_n); \\ T_{кли} &= F_{3i}(V_1, \dots, V_i, \dots, V_n); P_M = F_4(V_1, \dots, V_i, \dots, V_n) \end{aligned} \right\} \quad (7.28)$$

где  $F_1, \dots, F_4$  может быть функция, оператор и (или) процедура вычислений. Эти соотношения можно получить, в частности, методом вычислительного эксперимента, т.е. решением задач внутреннего, внешнего и сопряжённого теплообмена, физическим моделированием процессов теплообмена или экспериментальным путём. Отметим, однако, что сама по себе эта задача является достаточно сложной, а результаты решения задачи оптимизации в значительной степени определяются надёжностью и достоверностью располагаемых моделей.

Будем все же считать, что операторы  $F_1, \dots, F_4$  нам известны.

Технологические ограничения:

- связанные с требованиями к качеству нагрева металла, сводятся к следующему: температура нагрева металла на выходе из печи должна быть равна заданной среднemasсовой температуре, а температура поверхности нагретых заготовок не должна превышать допустимого значения:

$$\left. \begin{aligned} t_m &= F_1(V_1, \dots, V_i, \dots, V_n) = t_m^{\text{зд.}}, \\ t_n &= F_2(V_1, \dots, V_i, \dots, V_n) \leq t_n^{\text{max}} \end{aligned} \right\}; \quad (7.29)$$

- температура поверхности кладки не должна превышать допустимых значений:

$$T_{\text{кли}} = F_{3i}(V_1, \dots, V_n) \leq T_{\text{кли}}^{\text{max}}, \quad 1 \leq i \leq n; \quad (7.30)$$

- расход газа (топлива) по зонам регулирования может изменяться только в допустимых пределах, т.е. на переменные параметры наложены прямые ограничения:

$$V_i^{\text{min}} \leq V_i \leq V_i^{\text{max}}; \quad (7.31)$$

- угар металла в печи не должен превышать допустимого значения:

$$P_m = F_4(V_1, \dots, V_4) \leq P_m^{\text{max}}. \quad (7.32)$$

Для применения метода линейного программирования необходимо выполнить линеаризацию математической модели системы. Это, как известно, не всегда возможно. Однако в данном случае это вполне оправданно, т.к. в процессе управления расход топлива, температуры по зонам изменяются относительно фактических значений в достаточно узком диапазоне.

Обозначим через  $\Delta V_i = V_i - V_{i0}$  отклонение расхода топлива в  $i$ -й зоне от его фактического значения в этой же зоне. Причём оптимальное значение  $V_i^*$ , а следовательно, и  $\Delta V_i^*$  нам не известно, его необходимо определить. Раскладывая уравнение модели (7.28) в ряд Тейлора и ограничившись первыми членами по каждой из переменных, получим

$$\left. \begin{aligned} t_{\text{м}} &\approx t_{\text{м}}^0 + \left(\frac{\partial F_1}{\partial V_1}\right)_0 \cdot \Delta V_1 + \dots + \left(\frac{\partial F_1}{\partial V_i}\right)_0 \cdot \Delta V_i + \dots + \left(\frac{\partial F_1}{\partial V_n}\right)_0 \cdot \Delta V_n, \\ t_{\text{п}} &\approx t_{\text{п}}^0 + \left(\frac{\partial F_2}{\partial V_1}\right)_0 \cdot \Delta V_1 + \dots + \left(\frac{\partial F_2}{\partial V_i}\right)_0 \cdot \Delta V_i + \dots + \left(\frac{\partial F_2}{\partial V_n}\right)_0 \cdot \Delta V_n, \\ T_{\text{кли}} &\approx T_{\text{кли}}^0 + \left(\frac{\partial F_{3i}}{\partial V_1}\right)_0 \cdot \Delta V_1 + \dots + \left(\frac{\partial F_{3i}}{\partial V_i}\right)_0 \cdot \Delta V_i + \dots + \left(\frac{\partial F_{3i}}{\partial V_n}\right)_0 \cdot \Delta V_n, \\ P_{\text{м}} &\approx P_{\text{м}}^0 + \left(\frac{\partial F_4}{\partial V_1}\right)_0 \cdot \Delta V_1 + \dots + \left(\frac{\partial F_4}{\partial V_i}\right)_0 \cdot \Delta V_i + \dots + \left(\frac{\partial F_4}{\partial V_n}\right)_0 \cdot \Delta V_n. \end{aligned} \right\} (7.33)$$

Отметим, что выражение  $(\partial F_1 / \partial V_1)_0$  означает: необходимо определить частую производную  $F_1$  по расходу топлива в 1-й зоне и рассчитать полученное выражение при  $V_1 = V_1^0, \dots, V_i = V_i^0, \dots, V_n = V_n^0$ . Таким образом, в итоге будет получен коэффициент, который имеет вполне определённый физический смысл. В данном случае он показывает, насколько изменится температура металла средняя по массе на выходе из печи при изменении расхода топлива в 1-й зоне на единицу (например, на 1 м<sup>3</sup>/мин). Постарайтесь самостоятельно определить физический смысл остальных коэффициентов.

Введём обозначения этих коэффициентов:

$$\left(\frac{\partial F_1}{\partial V_1}\right)_0 = a_{11}; \left(\frac{\partial F_1}{\partial V_2}\right)_0 = a_{12}; \dots; \left(\frac{\partial F_i}{\partial V_j}\right)_0 = a_{ij}; \dots; \left(\frac{\partial F_4}{\partial V_n}\right)_0 = a_{4n}. \quad (7.34)$$

Обозначим через

$$\begin{aligned} b_1 &= t_{\text{м}}^{3д} - t_{\text{м}}^0; \quad b_2 = t_{\text{п}}^{3д} - t_{\text{п}}^0; \\ b_{3i} &= T_{\text{кли}}^{\text{max}} - T_{\text{кли}}^0; \quad b_4 = P_{\text{м}}^{\text{max}} - P_{\text{м}}^0. \end{aligned} \quad (7.35)$$



Тогда ограничения (7.29)–(7.32), учитывая выражения (7.33)–(7.35), можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned}
 a_{11}\Delta V_1 + \dots + a_{1i}\Delta V_i + \dots + a_{1n}\Delta V_n &= b_1; \\
 a_{21}\Delta V_1 + \dots + a_{2i}\Delta V_i + \dots + a_{2n}\Delta V_n &= b_2; \\
 a_{31}\Delta V_1 + \dots + a_{3i}\Delta V_i + \dots + a_{3n}\Delta V_n &\leq b_{3i}; \\
 a_{41}\Delta V_1 + \dots + a_{4i}\Delta V_i + \dots + a_{4n}\Delta V_n &\leq b_4;
 \end{aligned} \tag{7.36}$$

целевая функция (7.27) при этом примет вид

$$\begin{aligned}
 Z &= C_T \sum_{i=1}^n \Delta V_i + C_M \sum_{i=1}^n a_{4i} \Delta V_i = \left( C_T + C_M \sum_{i=1}^n a_{4i} \right) \sum_{i=1}^n \Delta V_i = \\
 &= C_i \sum_{i=1}^n \Delta V_i \rightarrow \min,
 \end{aligned} \tag{7.37}$$

где  $C_i = C_T + C_M \cdot \sum_{i=1}^n a_{4i}$ .

Таким образом, модель системы представляет собой систему линейных уравнений и неравенств, а целевая функция относительно переменных параметров линейна. Отметим, что линеаризованная модель, естественно, приближённо описывает свойства данной системы, и строго говоря, необходимо оценить достоверность модели и возможность такого подхода. Это можно выполнить, как правило, только сравнивая результаты расчётных и экспериментальных исследований. Однако применительно к проходным печам такой подход оказался достаточно адекватным [35, 36].

В результате решения задачи линейного программирования В.Г. Лисиенко и другими показано, что для пламенных противоточных печей с боковым и сводовым отоплением оптимальным по потреблению топлива и расходу металла в окалину является режим с максимальным смещением тепловой нагрузки в сторону окна выдачи. Если перепад температуры в нагреваемом материале в конце нагрева не удовлетворяет требованиям технологии, то возникает необходимость выдержки материала в печи при постоянной среднемассовой температуре [36].

Таким образом, общий принцип экономического управления тепловым режимом проходных нагревательных печей заключается в следующем: для минимизации энергетических затрат на нагрев металла и окалинообразование следует интенсифицировать процесс нагрева в последних по ходу металла зонах печи. Однако при

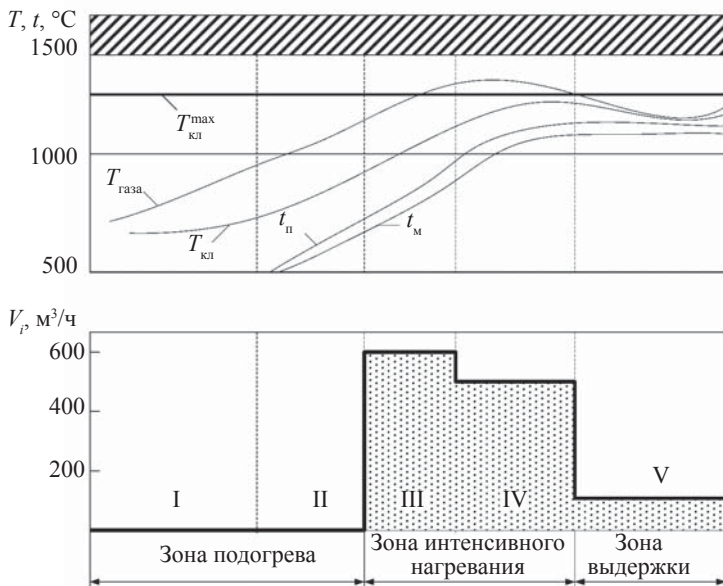


Рис. 7.5. Температурная и тепловая диаграммы оптимального нагрева в кольцевой печи стана 160 АО ПНТЗ производительностью 32 т/ч; заготовка из стали ШХ 15 диаметром 115 мм и длиной 160 мм; двухрядный посад заготовок

разработке конкретных алгоритмов управления должны быть учтены особенности данного типа нагревательных печей и самого процесса нагрева металла. Пример оптимального теплового режима кольцевой печи представлен на рис. 7.5.

### 7.3. Модельная система оптимального управления топливно-энергетическими ресурсами доменного цеха

В настоящее время каждому металлургическому предприятию приходится самостоятельно решать вопросы оптимизации состава шихты, в том числе и по экономическим критериям, оценивать рациональность использования различных добавок к дутью, определять стратегию управления комплексом доменных печей и дальнейшего совершенствования доменной технологии. С другой стороны, менее стабильные внешние условия плавки приводят все чаще к значительным отклонениям текущих технологических режимов работы доменных печей от оптимальных. Поэтому в совре-

менных условиях резко возросла потребность в использовании автоматизированных систем комплексной оптимизации условий работы доменных печей и методов оперативного управления технологическим режимом доменной плавки.

Оптимальное распределение топливно-энергетических ресурсов, в частности инжектируемого топлива, в пределах группы доменных печей является актуальной задачей, поскольку технологические показатели работы отдельных печей существенно различаются. При заданном на доменный цех общем расходе инжектируемого топлива целесообразно иметь оперативную методику оценки эффективности использования указанных ресурсов на доменных печах и осуществлять их оптимальное распределение. Эта задача актуальна для крупных доменных цехов, включающих до 8 доменных печей, выплавляющих в сутки до 30 тыс. т чугуна, для чего используется около 45 тыс. т железорудного сырья, 13 тыс. т кокса, 3,5 млн м<sup>3</sup> технологического кислорода, до 4,0 млн м<sup>3</sup> природного газа. Эффективность применения комбинированного дутья определяется факторами теплоэнергетического, технологического, экономического характера и внешними условиями. Наличие многих факторов и критериев, определяющих эффективность использования комбинированного дутья, а также ограничений на расходы топливно-энергетических ресурсов существенно усложняет задачу по определению оптимальных параметров дутья, при которых достигаются наилучшие технико-экономические показатели работы как отдельных доменных печей, так и группы печей или цеха в целом. При построении оптимизационных моделей необходимо учитывать дополнительные ограничения, которые могут возникать в периоды осенне-зимних похолоданий, когда из-за падения давления в заводском газопроводе нет возможностей подать природный газ в доменную печь или, наоборот, появляются «излишки» природного газа. Поэтому необходимо иметь формализованные и запланированные приёмы надёжного и манёвренного перераспределения топливно-энергетических ресурсов.

При постановке и решении задач оптимизации распределения топливно-энергетических ресурсов требуется не только изучение статических характеристик, описывающих влияние изменений условий плавки на технико-экономические показатели работы печей, но и выполнение детального анализа для математического описания как внешних, так и внутренних ограничений. Кроме того, на практике приходится оценивать техническое состояние печи и оборудования, объем расходов природного газа, качество сырья и другие факторы, которые учитываются только методом экспертных оценок. Поскольку общее количество топливно-энергетических

ресурсов (мощность источников) задано, то эти рекомендации должны учитывать и общий лимит ресурсов, выделяемый цеху.

Используемый подход базируется на следующих положениях: в случае чрезвычайной сложности исходной задачи, необходимости учёта большого числа нелинейных ограничений типа неравенств, при относительно небольших колебаниях параметров относительно базовых значений целесообразно использовать принцип малых отклонений и свести задачу оптимизации к линейному математическому программированию. При таком подходе имеется возможность в исходной постановке в значительно большей степени учесть технологические особенности функционирования каждого агрегата в отдельности, однако при этом необходимо оценить погрешности линеаризации модели оптимизируемой системы.

Постановка задачи оптимального распределения природного газа в группе доменных печей проиллюстрирована на рис. 7.6. Последовательность решения задачи оптимизации распределения природного газа отражена в схеме рис. 7.7, где очевидны назначение и функции отдельных этапов.

Особенность решения сложных задач математического программирования связана с тем, что в процессе решения могут возникнуть такие случаи, когда ограничения, наложенные на работу цеха в целом, или технологические ограничения на работу отдельных печей противоречивы, т.е. отсутствует область допустимых решений. В связи с этим в алгоритме решения предусмотрен этап анализа решения задачи. В случае отсутствия области решения задачи и противоречивости условий приходится воспользоваться этапом коррекции, т.е. оценить корректность ограничений, надёжность исходной информации и т.д.

В связи с этим важным этапом решения задачи является формирование технологических ограничений на работу каждой из печей цеха, предусматривающих учёт и математическое описание ограничений на тепловой, дутьевой, газодинамический и шлаковый режимы плавки при выполнении рекомендаций по распределению природного газа. Оценить возможность использования линеаризованных оптимизационных моделей для решения задач распределения природного газа. Применение для решения задачи оптимизации метода линейного программирования связано, в конечном счёте, с составлением и решением уравнения следующего типа:

$$\Delta Y_{AB} = \sum (K_i (X_i^B - X_i^A)), \quad (7.38)$$

где  $\Delta Y_{AB}$  – изменение показателя процесса в период  $B$  относительно периода  $A$ ;  $K_i$  – коэффициент пересчёта показателя процесса для  $i$ -го режимного параметра;  $X_i^B, X_i^A$  – значения  $i$ -го технологического параметра в периоды  $A$  и  $B$ .

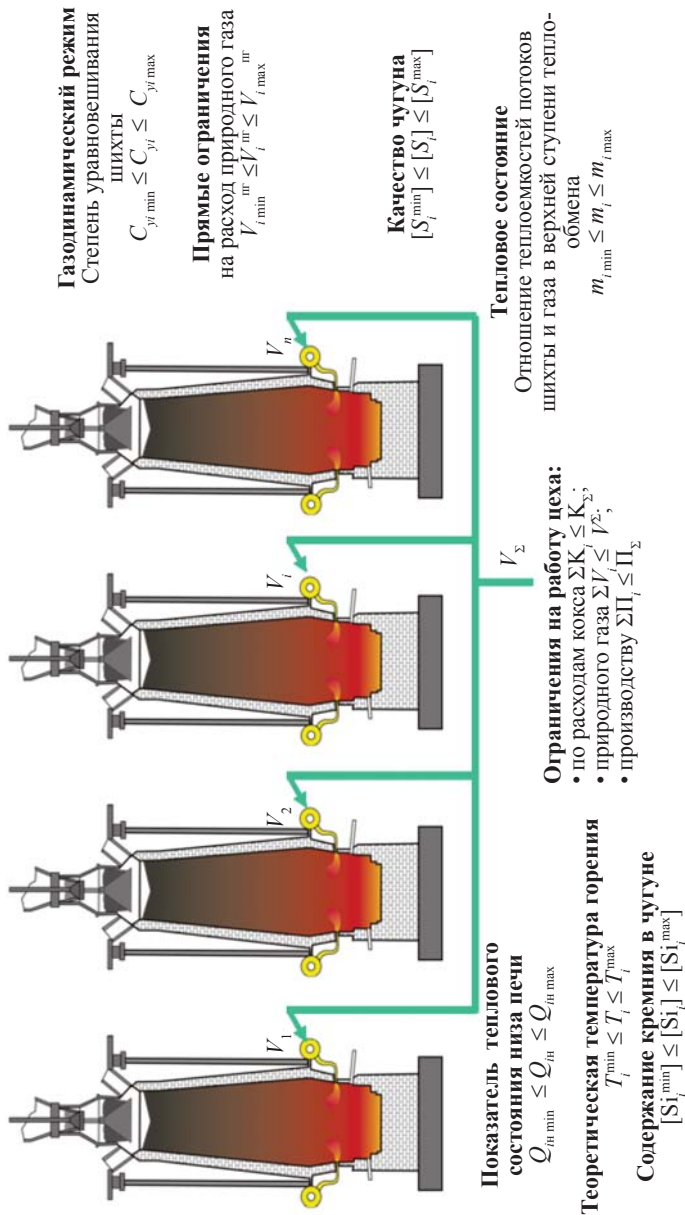


Рис. 7.6. К постановке задачи распределения природного газа в группе доменных печей

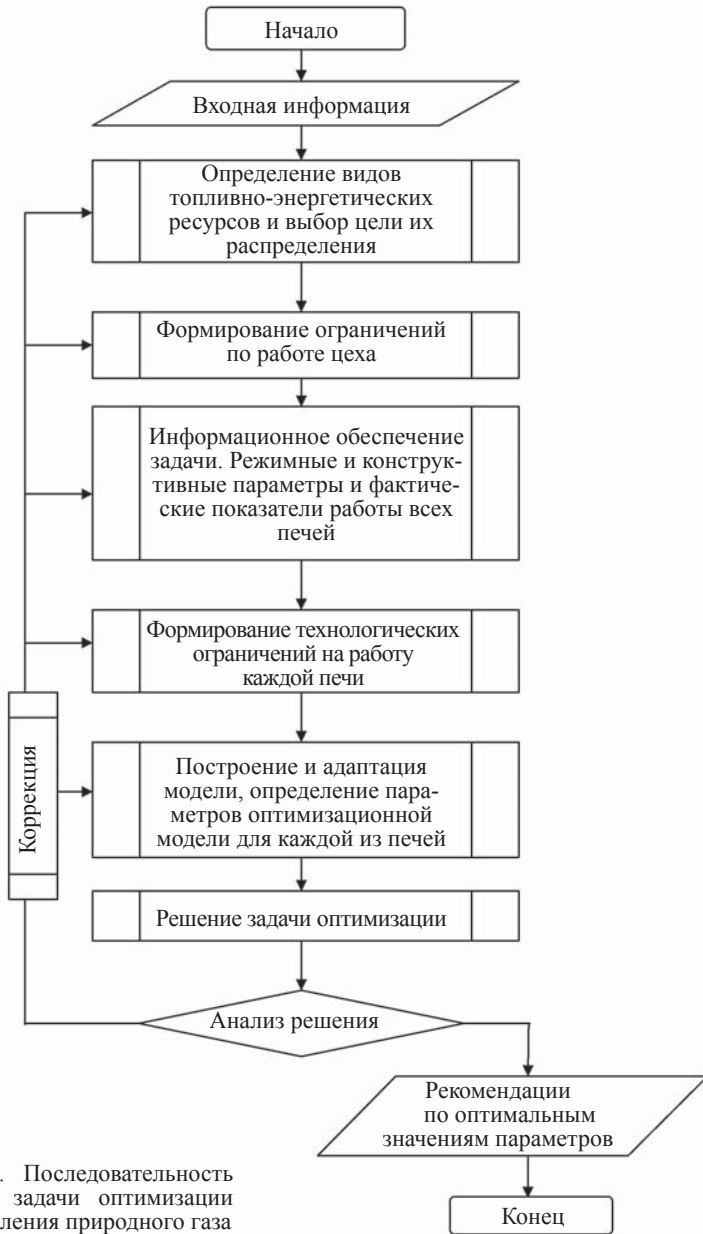


Рис. 7.7. Последовательность решения задачи оптимизации распределения природного газа

При этом коэффициенты пересчёта показателей плавки во всем диапазоне изменения режимных параметров ( $X_I^B - X_I^A$ ) принимают постоянными.

В качестве обобщённого показателя нелинейности доменного процесса используется следующий коэффициент:

$$K_n = 100 \cdot \left| \frac{\Delta Y_{BA} - \Delta Y_{AB}}{\Delta Y_{AB}} \right|, \quad (7.39)$$

где  $K_n$  – коэффициент нелинейности процесса, %;

$\Delta Y_{AB}$ ,  $\Delta Y_{BA}$  – модельные оценки изменения показателя процесса,  $\Delta Y_{AB} = \sum (K_I^A (X_I^B - X_I^A))$ ;

$\Delta Y_{BA} = \sum (K_I^B (X_I^A - X_I^B))$ ;  $K_I^A$ ,  $K_I^B$  – коэффициенты пересчёта показателя процесса для  $i$ -го режимного параметра, полученные с использованием данных о работе доменной печи в периоды  $A$  и  $B$ .

Результаты расчёта показателей нелинейности при помощи модели доменной печи и информации о работе доменных печей ОАО «Магнитогорский металлургический комбинат» (ОАО «ММК») для характерных периодов приведены в табл. 7.1.

В рамках описанного подхода были рассчитаны значения коэффициента нелинейности удельного расхода кокса при изменении каждого из режимных параметров доменной плавки для условий работы доменных печей № 4, 6 ОАО «ММК» (табл. 7.2). Данные этой таблицы характеризуют нелинейность рассматриваемого показателя и подтверждают её зависимость от условий плавки.

Из приведённых данных следует, что при колебаниях расхода природного газа в пределах  $\pm 25$  м<sup>3</sup>/т чугуна, содержания кислорода в дутье в пределах  $\pm 0,5$  % коэффициент нелинейности изменяется не более чем на 4–5 %. Дальнейший анализ нелинейности доменного процесса позволил установить пределы изменения режимных параметров, в которых допустимо использование линеаризованных моделей. Применительно к условиям работы доменных печей ОАО «ММК» область применения линеаризованных моделей не превышает допустимой погрешности (5 %) при изменении одного из режимных параметров плавки – расхода природного газа до 30–35 м<sup>3</sup>/т чугуна. Эти обстоятельства позволяют в дальнейшем использовать линеаризованные модели доменного процесса, поскольку, как показывает практика и подтверждают дальнейшие расчёты, колебания режимных параметров печей при

Таблица 7.1

**Данные об изменениях режимных параметров работы доменных печей  
и значения коэффициента нелинейности**

№ печи	Период, год		$\Delta Fe$ , %	$\Delta \omega$ , %	$\Delta V_{пр}$ , м <sup>3</sup> /т чугуна	$\Delta t_{д}$ , °С	$\Delta K_{отч}$ , кг/т чугуна	$\Delta K_{AB}$ , кг/т чугуна	$\Delta K_{BA}$ , кг/т чугуна	$K_{п}$ , %
	A	B								
3	1997	1998	0,7	0,0	-2,5	-71	5,04	5,99	-5,73	4,34
3	1998	1999	-0,2	0,1	-2,2	16	4,14	4,38	-4,47	2,05
3	1997	1999	0,5	0,1	-4,7	-55	9,18	6,64	-6,36	3,92
5	1997	1998	0,7	0,2	-7,0	34	-10,9	-12,57	12,38	1,48
5	1997	1998	0,8	0,6	-3,5	5,0	-7,53	-8,73	8,82	1,03
10	1997	1998	0,1	0,2	3,6	33	-5,60	-6,36	6,19	2,74
10	1998	1999	0,1	0,3	-12,0	42	4,6	4,93	-4,85	1,62

*Примечание:*  $\Delta Fe$  – изменение содержания железа в железорудной части шихты;  
 $\Delta \omega$  – изменение содержания кислорода в дутье;  
 $\Delta V_{пр}$  – изменение расхода природного газа;  
 $\Delta t_{д}$  – изменение температуры горячего дутья;  
 $\Delta K_{отч}$  – изменение расхода кокса по отчётным данным;  
 $\Delta K_{AB}$ ,  $\Delta K_{BA}$  – модельные оценки изменения расхода кокса, полученные с использованием данных о работе доменной печи в периоды A и B.

Таблица 7.2

**Коэффициенты нелинейности удельного расхода кокса**

Область изменения режимных параметров	Доменные печи	
	№ 4	№ 6
Расход природного газа, $\pm 10$ м <sup>3</sup> /т чугуна	1,14	1,37
Содержание кислорода в дутье, $\pm 1,0$ %	10,37	10,26
Температура дутья, $\pm 10$ °С	0,87	0,92

перераспределении природного газа на работающих печах цеха ниже указанных пределов. Таким образом, в целях повышения надёжности оценок в модели использованы соотношения в приращениях, позволяющие свести задачу к задаче линейного математического программирования и исключить влияние инструментальных и систематических погрешностей информационных каналов.



Анализ нелинейности доменного процесса показал, что при решении задач оптимального распределения топливно-энергетических ресурсов, в силу относительно небольшого отклонения параметров от базового состояния, достаточно использовать линеаризованные зависимости [30, 58].

Оптимизационная модель в общем случае сводится к следующему.

*Целевая функция*

$$Z = \sum_{i=1}^n \left[ \left\{ \alpha (e_i C_k - C_{\text{пр}}) + (1 - \alpha) C_{\text{п}} \left[ \Delta \Pi_i^{\text{пр}} - e_i \Delta \Pi_i^{\text{к}} \right] \right\} V_i^{\text{пр}} \right] \rightarrow \max_{V_i^{\text{пр}}}, \quad (7.40)$$

где  $Z$  – эффективность использования природного газа по цеху, руб/ч;

$n$  – число печей в рассматриваемой группе (цехе);

$\alpha$  – весовой коэффициент,  $0 < \alpha \leq 1$ ;

$e_i$  – эквивалент замены кокса, кг кокса/м<sup>3</sup> природного газа;

$C_k$  – стоимость кокса, руб/кг кокса;

$C_{\text{п}}$  – условно-постоянный коэффициент, руб/т чугуна;

$\Delta \Pi_i^{\text{пр}}$  – изменение производительности, т чугуна/м<sup>3</sup> природного газа;

$\Delta \Pi_i^{\text{к}}$  – изменение производительности печи, т чугуна/кг кокса;

$V_i^{\text{пр}}$  – расход природного газа, м<sup>3</sup>/ч.

*Ограничения в целом по цеху*

*По расходу природного газа*

$$\sum_{i=1}^n V_i^{\text{пр}} \leq V_{\text{пр}}^{\Sigma}, \quad (7.41)$$

где  $V_{\text{пр}}^{\Sigma}$  – ресурс цеха по природному газу, м<sup>3</sup>/ч.

*По расходу кокса*

$$\sum_{i=1}^n \left\{ K_{0i} + 0,001 (V_{0i}^{\text{пр}} - V_i^{\text{пр}}) e_i \right\} \leq K_{\Sigma}, \quad (7.42)$$

где  $K_{0i}$  – расход кокса на печь, т/ч;

$K_{\Sigma}$  – резерв по коксу цеха, т/ч;

$V_{0i}^{\text{пр}}$  – расход природного газа на печь в базовом периоде, м<sup>3</sup>/ч.

*По объёму производства чугуна*

$$\sum_{i=1}^n \left\{ (V_i^{\text{пр}} - V_{0i}^{\text{пр}}) \Delta \Pi_i^{\text{пр}} - e_i (V_i^{\text{пр}} - V_{0i}^{\text{пр}}) \Delta \Pi_i^{\text{к}} + \Pi_{0i} \right\} \geq \Pi_{\Sigma}, \quad (7.43)$$

где  $\Pi_{\Sigma}$  – требуемое производство чугуна в цехе, т/ч;

$\Pi_{0i}$  – производительность  $i$ -й печи, т/ч.

Таким образом, в самом общем виде постановка задачи оптимизации в доменном цехе предусматривает учёт следующих ограничений на работу цеха:

- объем выделенного цеху природного газа  $V_{\text{пр}}^{\Sigma}$ ;
- плановое (требуемое) производство чугуна  $\Pi_{\Sigma}^{\Sigma}$ ;
- имеющиеся в распоряжении цеха ресурсы по расходу кокса  $K_{\Sigma}$ .

В процессе решения задачи возможна ситуация, когда цех не может полностью или частично эффективно использовать все указанные ресурсы, тогда часть (или даже все) ограничений, указанных выше, могут оказаться несущественными и они могли бы не учитываться в процессе решения. Однако это не очевидно и становится ясным только после выполнения процедуры решения.

#### *Технологические ограничения на каждую из печей цеха*

При выборе основных ограничений на тепловое состояние доменной печи использовались физическое обоснование и классификация лимитирующих факторов при инжекции топлив в доменные печи, представленные в работах Б.И. Китаева и его учеников.

В общем случае технологические условия, ограничивающие применение природного газа, сводятся к следующему:

- обеспечение достаточного количества тепла в нижней и верхней ступенях теплообмена;
- обеспечение полной конверсии природного газа в районе фурменных очагов;
- стабилизация газодинамического режима слоя шихтовых материалов;
- обеспечение высокой степени использования восстановительного потенциала монооксида углерода и водорода;
- получение чугуна требуемого химического состава с допустимым содержанием в нем серы.

В качестве параметров, характеризующих тепловое состояние печи, приняты:

1) обобщённый показатель теплового состояния низа печи (индекс низа):

$$Q_{\text{ни}}^{\min} \leq \{ (V_i^{\text{пр}} - V_{0i}^{\text{пр}}) \Delta Q_{\text{ни}}^{\text{пр}} - e_i (V_i^{\text{пр}} - V_{0i}^{\text{пр}}) \Delta Q_{\text{ни}}^{\text{к}} + [\Delta \Pi_i^{\text{пр}} (V_i^{\text{пр}} - V_{0i}^{\text{пр}}) - e_i (V_i^{\text{пр}} - V_{0i}^{\text{пр}}) \Delta \Pi_i^{\text{к}}] \Delta Q_{\text{ни}}^{\text{п}} + Q_{\text{п0i}} \} \leq Q_{\text{ни}}^{\max}, \quad (7.44)$$

где  $Q_{\text{ни}}^{\min}$  – минимально допустимое значение индекса низа, МДж/т чугуна;

$\Delta Q_{ni}^{nr}$  – приращение теплового состояния низа печи при увеличении расхода природного газа на м<sup>3</sup>/ч, т.е. МДж/т чугуна/(м<sup>3</sup>/ч);

$\Delta Q_{ni}^k$  – приращение теплового состояния низа печи при увеличении расхода кокса на кг кокса/ч, т.е. МДж/т чугуна/(кг кокса/ч);

$\Delta Q_{ni}^n$  – приращение теплового состояния низа печи при увеличении производительности печи на т/ч, т.е. МДж/т чугуна/(т чугуна/ч);

$Q_{ni0}$  – индекс теплового состояния низа печи в базовом режиме, МДж/т чугуна;

$Q_{ni}^{max}$  – максимально допустимое значение индекса низа печи, МДж/т чугуна;

2) теоретическая температура горения на фурмах:

$$T_i^{min} \leq [(V_i^{nr} - V_{0i}^{nr})\Delta T_i^{nr} + T_{0i}] \leq T_i^{max}, \quad (7.45)$$

где  $T_i^{min}$ ,  $T_i^{max}$  – минимально и максимально допустимые значения теоретических температур горения, °С;

$\Delta T_i^{nr}$  – изменение теоретической температуры горения при увеличении расхода природного газа на печи на м<sup>3</sup>/ч, т.е. °С/(м<sup>3</sup>/ч);

$T_i^0$  – теоретическая температура горения на  $i$ -й печи в базовом периоде, °С;

3) содержание кремния в чугуне:

$$Si_i^{min} \leq \{(V_i^{nr} - V_{0i}^{nr})\Delta Si_i^{nr} - e_i(V_i^{nr} - V_{0i}^{nr})\Delta Si_i^k + [\Delta \Pi_i^{nr}(V_i^{nr} - V_{0i}^{nr}) - e_i^{nr}(V_i^{nr} - V_{0i}^{nr})\Delta \Pi_i^k]\Delta Si_i^n + Si_{0i}\} \leq Si_i^{max}, \quad (7.46)$$

где  $Si_i^{min}$ ,  $Si_i^{max}$  – минимально и максимально допустимые содержания кремния в чугуне, %;

$\Delta Si_i^{nr}$  – приращение содержания кремния в чугуне (в %) при увеличении расхода природного газа на м<sup>3</sup>/ч;

$\Delta Si_i^k$  – приращение содержания кремния в чугуне (в %) при увеличении расхода кокса на кг/ч;

$\Delta Si_i^n$  – приращение содержания кремния в чугуне (в %) при увеличении производительности печи на т/ч;

$Si_{i0}$  – содержание кремния в чугуне в базовом периоде, %;

4) отношение теплоёмкостей потоков шихты и газа в верхней степени теплообмена:

$$m_i^{min} \leq \{(V_i^{nr} - V_{0i}^{nr})\Delta m_i^{nr} - e_i(V_i^{nr} - V_{0i}^{nr})\Delta m_i^k + [\Delta \Pi_i^{nr}(V_i^{nr} - V_{0i}^{nr}) - e_i(V_i^{nr} - V_{0i}^{nr})\Delta \Pi_i^k]\Delta m_i^n + m_{0i}\} \leq m_i^{max}, \quad (7.47)$$

где  $m_i^{min}$ ,  $m_i^{max}$  – минимально и максимально допустимые значения отношения теплоёмкостей потоков;

$\Delta m_i^{\text{пр}}$  – изменение отношения теплоёмкостей потоков при увеличении расхода природного газа на м<sup>3</sup>/ч;

$\Delta m_i^{\text{к}}$  – изменение отношения теплоёмкостей потоков при увеличении расхода кокса на кг/ч;

$\Delta m_i^{\text{п}}$  – изменение отношения теплоёмкостей потоков при увеличении производительности печи на т/ч;

$m_{\text{ю}}$  – отношение теплоёмкостей потоков на печи в базовом режиме;

5) учёт полноты конверсии природного газа и газодинамического режима доменной плавки сводится к следующему:

- прямые ограничения на расход природного газа на каждую из печей цеха:

$$V_{\min,i}^{\text{пр}} \leq V_i^{\text{пр}} \leq V_{\max,i}^{\text{пр}} \quad (7.48)$$

где  $V_{\min,i}^{\text{пр}}$ ,  $V_{\max,i}^{\text{пр}}$  – соответственно минимально и максимально допустимые расходы природного газа, м<sup>3</sup>/ч;

- степень уравнивания шихты:

$$C_{y,i}^{\min} \leq \{(V_i^{\text{пр}} - V_{0i}^{\text{пр}})\Delta C_{y,i}^{\text{пр}} - e_i(V_i^{\text{пр}} - V_{0i}^{\text{пр}})\Delta C_{y,i}^{\text{к}} + C_{y0,i}\} \leq C_{y,i}^{\max}, \quad (7.49)$$

где  $C_{y,i}^{\min}$ ,  $C_{y,i}^{\max}$  – соответственно минимально и максимально допустимые степени уравнивания шихты;

$\Delta C_{y,i}^{\text{пр}}$  – изменение степени уравнивания шихты при увеличении расхода природного газа на м<sup>3</sup>/ч;

$\Delta C_{y,i}^{\text{к}}$  – изменение степени уравнивания шихты при увеличении расхода кокса на кг/ч;

$C_{y0,i}$  – степень уравнивания шихты в базовом периоде;

6) качество выплавляемого чугуна оценивается по содержанию серы в чугуне:

$$S_i^{\min} \leq \{(V_i^{\text{пр}} - V_{0i}^{\text{пр}})\Delta S_i^{\text{пр}} - e_i(V_i^{\text{пр}} - V_{0i}^{\text{пр}})\Delta S_i^{\text{к}} + [\Delta \Pi_i^{\text{пр}}(V_i^{\text{пр}} - V_{0i}^{\text{пр}}) - e_i(V_i^{\text{пр}} - V_{0i}^{\text{пр}})\Delta \Pi_i^{\text{к}}]\Delta S_i^{\text{п}} + S_{0i}\} \leq S_i^{\max}, \quad (7.50)$$

где  $S_i^{\min}$ ,  $S_i^{\max}$  – соответственно минимально и максимально допустимые содержания серы в чугуне, %;

$\Delta S_i^{\text{пр}}$  – приращение содержания серы в чугуне (в процентах) при увеличении расхода природного газа на м<sup>3</sup>/ч;

$\Delta S_i^{\text{к}}$  – приращение содержания серы в чугуне (в процентах) при увеличении расхода кокса на кг/ч;

$\Delta S_i^{\text{п}}$  – приращение содержания серы в чугуне (в процентах) при увеличении производительности печи на т/ч;

$S_{0i}$  – содержание серы в чугуне на данной печи в базовом периоде, %.

Следовательно, в данной постановке в значительно большей степени учтены ограничения по тепловой работе «верха» ( $m$ ) и «низа» ( $Q_n$ ,  $T$ ) печи, химическому нагреву (содержание в чугу-не Si), качеству чугуна (содержание в чугуне S), газодинамиче-ским характеристикам работы печи ( $C_y$ ). При этом предельно до-пустимые значения величин, т.е. численные значения параметров  $V_{\min,i}^{\text{пр}}$ ,  $V_{\max,i}^{\text{пр}}$ ,  $Q_{ni}^{\min}$ ,  $Q_{ni}^{\max}$ ,  $T_i^{\min}$ ,  $T_i^{\max}$ ,  $Si_i^{\min}$ ,  $Si_i^{\max}$ ,  $m_i^{\min}$ ,  $m_i^{\max}$ ,  $S_i^{\min}$ ,  $S_i^{\max}$ ,  $C_{y,i}^{\min}$ ,  $C_{y,i}^{\max}$ , определяются методом экспертных оценок, что по-зволяет осуществлять настройку модели на реальный процесс путём формализации опыта инженерно-технического и техноло-гического персонала.

В математическом плане решение задач оптимального распре-деления технологического кислорода и природного газа не вызывает затруднений, поскольку сегодня имеется богатый выбор инстру-ментальных средств решения задач линейного математического программирования (системы Microsoft Office Excel, MatLAB, Visual Fortran, MathCAD, Maple, Mathematica и др.).

Разработанная модель позволяет решать задачи оптимального распределения расхода природного газа в следующих технологиче-ских ситуациях:

- при сохранении объёма ресурсов по расходу природного газа для цеха в целом на постоянном уровне;
- при изменении объёма ресурсов по расходу природного газа для цеха в целом;
- для определения максимального объёма ресурсов комбиниро-ванного дутья, которое может использовать комплекс домен-ных печей;
- при изменении ресурса по объёму кокса, имеющегося в рас-поряжении цеха;
- при изменении требований задания на объем выплавляемого чугуна комплексом доменных печей;
- при изменении конъюнктуры рынка, т.е. требований обеспе-чения максимума экономии кокса, обеспечения максимума производства, экономичности работы комплекса печей, цен на топливно-энергетические ресурсы и т.п.;
- в случае изменения режимных и конструктивных параметров печей, входящих в рассматриваемую группу.

Определение коэффициентов оптимизационной модели включа-ет в себя решение следующих задач:

- оценка состояния каждой из доменных печей в базовый пери-од в целях адаптации оптимизационной модели к конкретным условиям печи;

- расчёт изменения параметров плавки и характеристик теплового, газодинамического, шлакового режимов при последовательном варьировании расходов кокса, природного газа на каждой из печей цеха (прогноз показателей) при постоянстве остальных входных параметров и отсутствии требований, предъявляемых к химическому составу продуктов плавки, физическим характеристикам шлака и т.п.

В итоге определяются коэффициенты, входящие в левые части матрицы ограничений (см. уравнения (7.41)–(7.50)) и в целевую функцию (уравнение (7.40)). В качестве примера рассмотрим фрагмент решения задачи оптимального распределения природного газа между доменными печами. Целью распределения природного газа являлось достижение максимальной экономии кокса по цеху за счёт инъекции природного газа ( $\alpha = 1$ ). На рис. 7.8 представлены расчёты, которые соответствуют варианту, когда объем ресурсов по расходу природного газа для цеха в целом сохраняется на постоянном уровне.

Как следует из этих данных, эффективность использования природного газа на различных доменных печах может существенно отличаться, что должно сопровождаться значительной коррекцией параметров комбинированного дутья.

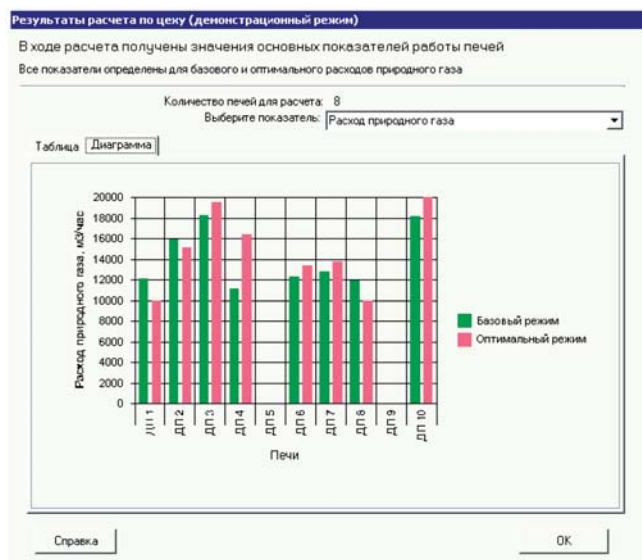


Рис. 7.8. Расходы природного газа на доменных печах ОАО «ММК» для базового (фактического) и оптимального (расчётного) режимов

В результате моделирования для различных условий работы доменного цеха ОАО «ММК» установлено, что при неизменном расходе природного газа на цех и относительной стабильности работы отдельных печей только за счёт его оптимального распределения между печами можно сэкономить до 1,0 % кокса и повысить производство на 0,8 %. При тех же условиях, но отсутствии лимитов по расходу природного газа на цех, экономия кокса может достигать 3–4 % при росте производства на 3 %.

Таким образом, оптимизация распределения расхода природного газа в ряде случаев сопровождается значительной коррекцией параметров комбинированного дутья. При наличии соответствующего математического и программного обеспечения инженерно-технический персонал сможет периодически оперативно прогнозировать (уточнять) степень оптимальности параметров комбинированного дутья и при необходимости вносить необходимые коррективы.

Следовательно, разработанная автоматизированная подсистема оптимального распределения инжектируемого топлива в режиме «советчик» позволит рекомендовать оптимальные параметры комбинированного дутья на каждой из печей при изменении режимных параметров их работы, объёма имеющихся топливно-энергетических ресурсов и конъюнктуры рынка.

#### **7.4. Использование метода множителей Лагранжа для оптимального распределения потоков сырья, топлива между параллельно работающими агрегатами**

Известно, что при наличии ограничений на область допустимых значений для функций многих переменных содержится бесчисленное множество точек на границах и непосредственное сравнение значений целевой функции во всех точках невыполнимо. Для преодоления этой трудности можно использовать метод множителей, предложенный еще Лагранжем. Особенно эффективен этот метод, если система ограничений (7.13), (7.14) содержит только ограничения типа строгого равенства (7.14) и отсутствуют условия (7.13). При этом предполагается, что  $Z(X)$  и  $g_i(X)$  непрерывны вместе со своими частными производными.

Рассмотрим задачу минимизации функции

$$Z(X) \rightarrow \min, \quad (7.51)$$

где на переменную  $X$  наложены ограничения

$$g_1(X) = b_1; \dots; g_i(X) = b_i; \dots; g_m(X) = b_m \quad (1 \leq i \leq m). \quad (7.52)$$

Ограничения можно использовать для того, чтобы выразить  $m$  переменных (без ограничения общности их можно обозначить через  $x_1, x_2, \dots, x_m$ ) через остальные  $(n-m)$  переменных, которые можно рассматривать как независимые переменные.

В точке минимума при наличии ограничений для всех  $h$ , удовлетворяющих условию  $g_i(X+h) = g_i(X) = b_i$  при  $i = 1, 2, \dots, m$ , соблюдается неравенство вида  $Z(X+h) - Z(X) \geq 0$ .

Тогда с точностью до первого порядка  $h_j$  будем иметь

$$\sum_{j=1}^n h_j \frac{\partial Z}{\partial x_j} = 0, \quad (7.53)$$

где

$$\sum_{j=1}^n h_j \frac{\partial g_i}{\partial x_j} = 0 \quad \text{при } i = 1, 2, \dots, m.$$

Это условие можно записать иначе:

$$\sum_{j=1}^n h_j \cdot \left( \frac{\partial Z}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot \frac{\partial g_i}{\partial x_j} \right) = 0, \quad (7.54)$$

где  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  — множители Лагранжа.

Поскольку  $h_{m+1}, \dots, h_n$  являются независимыми приращениями, коэффициенты при них должны быть равны нулю, т.е.

$$\frac{\partial Z}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot \frac{\partial g_i(X)}{\partial x_j} = 0 \quad \text{при } j = m+1, \dots, n. \quad (7.55)$$

Приращения  $h_1, h_2, \dots, h_m$  не являются независимыми, их можно положить равными нулю выбором множителей Лагранжа в уравнении (7.54).

Таким образом, мы выбираем множители  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  таким образом, чтобы

$$\frac{\partial Z}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot \frac{\partial g_i(X)}{\partial x_j} = 0 \quad \text{при } j = 1, 2, \dots, m. \quad (7.56)$$

Тогда окончательно будем иметь

$$\frac{\partial Z}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot \frac{\partial g_i(X)}{\partial x_j} = 0 \quad \text{при } j = 1, 2, \dots, n. \quad (7.57)$$



Следовательно, если определить функцию Лагранжа в виде

$$\Phi(X, \Lambda) = Z(X) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot [g_i(X) - b_i], \quad (7.58)$$

где символом  $\Lambda$  обозначен вектор множителей Лагранжа с составляющими  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ , то необходимые условия минимума функции  $Z(X)$  при наличии ограничений можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial \Phi(X, \Lambda)}{\partial x_j} = \frac{\partial Z(X)}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot \frac{\partial g_i(X)}{\partial x_j} = 0 \quad \text{при } j = 1, \dots, n; \quad (7.59)$$

$$\frac{\partial \Phi(X, \Lambda)}{\partial \lambda_i} = g_i(X) - b_i = 0 \quad \text{или } g_i(X) = b_i \quad \text{при } i = 1, \dots, m. \quad (7.60)$$

Отметим, что для допустимых значений  $X$  таких, которые удовлетворяют ограничениям, справедливо соотношение

$$\Phi(X, \Lambda) = Z(X) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot [g_i(X) - b_i] = f(X). \quad (7.61)$$

В точке минимума при наличии ограничений  $X^*$  можно записать, что  $f(X^* + h) - f(X^*) \geq 0$ , где  $h$  удовлетворяет уравнению  $g_i(X^* + h) = b_i$  для всех  $i$ . Таким образом,

$$\Phi(X^* + h) - \Phi(X^*) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \cdot h_j + \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^n \left( \sum_{i=1}^n h_i \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j \partial x_i} \cdot h_j \right) + \dots \geq 0, \quad (7.62)$$

где производные вычислены в точке  $X^*$  при  $\Lambda = \Lambda^*$ .

С учётом уравнения (7.59) получим для всех  $h$ , удовлетворяющих ограничениям

$$\frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^n \left( \sum_{i=1}^n h_j \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j \partial x_i} \cdot h_i \right) \geq 0, \quad (7.63)$$

т.е. достаточным условием минимума при наличии ограничений являются уравнения (7.59) и (7.60), а также положительная определённая квадратичная формы (7.63) для значений  $h$ , удовлетворяющих ограничениям.

Следовательно, для отыскания точек  $X^*$  приходится решать систему  $(m+n)$  уравнений вида (7.59), (7.60). Преимущество рассмот-

ренного метода состоит в том, что можно не учитывать взаимную зависимость переменных, недостаток же – в том, что приходится решать систему достаточно громоздких нелинейных уравнений, что, к сожалению, не всегда просто даже при использовании современных компьютеров.

Таким образом, может быть рекомендована следующая схема решения задачи с ограничениями типа равенств.

1. Составляется функция Лагранжа (7.58).

2. Выписываются необходимые условия экстремума (7.59), к ним добавляются ограничения равенства, определяющие допустимое множество (7.60). Из полученной системы алгебраических уравнений находятся стационарные точки задачи, для которых существует нетривиальный набор множителей Лагранжа.

3. Найденные стационарные точки исследуются на локальный экстремум с помощью достаточного условия. Отметим, что иногда стоит проверить квадратичную форму

$$\left\langle \frac{\partial^2 \Phi(\lambda^*, x^*)}{\partial x^2} h, h \right\rangle$$

на строгую знакоопределенность на всем пространстве  $E^n$  с помощью критерия Сильвестра и лишь затем (если это необходимо) выяснять вопрос о знаке квадратичной формы на множестве, определяемом равенствами (7.62).

Напомним, что главным угловым минором  $k$ -го порядка некоторой квадратной матрицы называется определитель матрицы, составленный из первых  $k$  строк и первых  $k$  столбцов исходной матрицы, а симметричная матрица является:

- положительно определённой тогда и только тогда, когда все её главные угловые миноры положительны;
- отрицательно определённой, когда все её главные угловые миноры нечётного порядка отрицательны, чётного – положительны;
- неотрицательно определённой тогда и только тогда, когда все миноры, образованные строками и столбцами исходной матрицы с одинаковыми номерами, неотрицательны;
- неположительно определённой, когда все миноры, образованные строками и столбцами исходной матрицы с одинаковыми номерами, нечётного порядка положительны, а чётного – отрицательны.

4. Стационарные точки, не удовлетворяющие условиям (7.60), проверяются на выполнение необходимых условий оптимальности.

После проверки отбрасываются точки, которые заведомо не могут являться оптимальными. Так же как и в задаче на безусловный экстремум, иногда, непосредственно изучая поведение функции в окрестности подозрительной точки, удаётся выяснить, является или нет она экстремальной.

5. Найденные точки минимума и максимума исследуются на глобальный экстремум (если это возможно).

В качестве примера использования метода множителей Лагранжа рассмотрим оптимальное распределение потоков сырья, топлива между параллельно работающими агрегатами.

### ***Распределение потоков сырья, топлива между параллельно работающими агрегатами***

Сформулируем общую постановку задачи оптимального распределения нескольких потоков различных видов сырья для параллельно работающих печей (аппаратов) (рис. 7.9).

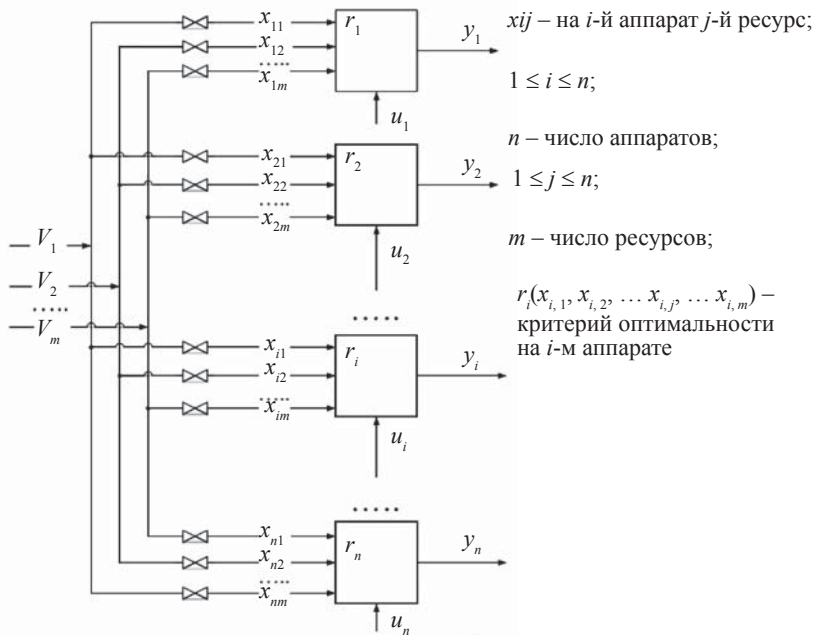


Рис. 7.9. К задаче об оптимальном распределении потоков сырья, топлива между параллельно работающими аппаратами

Эта задача служит типичной иллюстрацией более общего класса задач о распределении ограниченного количества ресурсов между несколькими потребителями. С примерами подобных процессов можно встретиться в производствах большой мощности, когда параллельно работающие аппараты являются к тому же однотипными (например, доменные печи).

Постановка же задачи оптимального распределения нескольких потоков сырья, рассматриваемая ниже, сформулирована безотносительно к типу параллельно работающих аппаратов, т.е. в общем случае поток сырья (топлива, ресурсов) может распределяться между несколькими различными процессами.

Предположим, что каждый из  $n$  аппаратов (процессов, печей) характеризуется своим критерием оптимальности  $r_i$ . Эффективность всего производства оценивается суммарным значением критериев оптимальности отдельных процессов. Другими словами, результирующий критерий оптимальности производства в целом является аддитивной функцией критериев оптимальности отдельных процессов  $r_i(x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,m})$ :

$$Z = \sum_{i=1}^n r_i(x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,m}) \rightarrow \min_x. \quad (7.64)$$

Задачей оптимизации является отыскание такого распределения потоков сырья между отдельными процессами, при котором критерий оптимальности производства в целом  $Z$  имел бы минимальное значение. Эта задача возникает, например, при решении вопросов управления распределением сырья в производстве, когда оптимальный режим каждого процесса в отдельности уже обеспечивается локальной системой оптимизации. Поскольку величина любого потока сырья  $V_j$ , поступающего в производство, задана, выбор оптимальных значений  $x_{ij}$  должен производиться с учётом условий

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = V_j, \quad j = 1, \dots, m, \quad (7.65)$$

которые представляют собой ограничения типа равенств на независимые переменные  $x_{ij}$ , что позволяет использовать для решения поставленной оптимальной задачи метод множителей Лагранжа.

Перепишем систему ограничений в виде уравнений

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} - V_j = 0, \quad j = 1, \dots, m \quad (7.66)$$

и составим функцию Лагранжа для рассматриваемого случая:

$$\Phi(X, \Lambda) = \sum_{i=1}^n r_i (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,m}) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \left[ \sum_{i=1}^n x_{ij} - V_j \right],$$

или

$$\Phi(X, \Lambda) = -\sum_{j=1}^m \lambda_j V_j + \sum_{i=1}^n \left[ r_i (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,m}) + \sum_{j=1}^m \lambda_j x_{ij} \right]. \quad (7.67)$$

В последнем уравнении каждое слагаемое второй суммы зависит только от тех величин  $x_{ij}$  ( $j = 1, \dots, m$ ), которые определяют нагрузку по сырью либо агрегата, либо процесса.

Из выражения (7.67) теперь уже нетрудно получить в общем виде систему уравнений (7.59), (7.60), решение которой совместно с условиями (7.66) характеризует оптимальное распределение потоков сырья. Дифференцируя выражение (7.67) по  $x_{ij}$ , найдём соотношение

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_{ij}} = \frac{\partial r_i (x_{i,1}, \dots, x_{i,m})}{\partial x_{ij}} + \lambda_j = 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad (7.68)$$

с учётом которого система уравнений (7.68) может быть представлена как

$$\frac{\partial r_i}{\partial x_{ij}} = -\lambda_j, \quad j = 1, \dots, m; \quad i = 1, \dots, n. \quad (7.69)$$

Параметр  $\lambda_j$  можно исключить из уравнения системы (7.67), после чего получим

$$\frac{\partial r_1}{\partial x_{1,j}} = \frac{\partial r_2}{\partial x_{2,j}} = \dots = \frac{\partial r_n}{\partial x_{n,j}}. \quad (7.70)$$

Отсюда следует, что при оптимальном распределении потоков  $j$ -го сырья производные  $\frac{\partial r_1}{\partial x_{1,j}} = \frac{\partial r_2}{\partial x_{2,j}} = \dots = \frac{\partial r_n}{\partial x_{n,j}}$  от критериев опти-

мальности всех процессов, на которые это сырьё распределяется, должны быть равны между собой. Система уравнений (7.70) включает уже  $m(n - 1)$  равенств. Добавляя к этой системе  $m$  условий (7.66), получим систему  $m \times n$  уравнений относительно такого же числа неизвестных величин  $x_{ij}$ .

Следует отметить, что решение системы уравнений (7.66) и (7.68) на практике может оказаться достаточно сложной задачей. Однако

вывод, сделанный относительно равенства производных при оптимальном распределении потоков сырья, сам по себе представляет существенный практический интерес и может в ряде случаев использоваться для организации управления производством, планирования распределения топливно-энергетических и сырьевых ресурсов.

Применим этот вывод для анализа распределения между печами доменного цеха топливно-энергетических ресурсов (природного газа, мазута, дутья, технологического кислорода и т.д.). В качестве целевой функции примем максимальную экономию кокса от использования этих ресурсов. Обозначим через  $K(x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,m})$  зависимость расхода кокса на  $i$ -й печи от этих ресурсов. Тогда в соответствии с (7.70) имеем:

$$\frac{\partial K_1}{\partial x_{1,j}} = \frac{\partial K_2}{\partial x_{2,j}} = \dots = \frac{\partial K_n}{\partial x_{n,j}} = \text{const.} \quad (7.71)$$

Последнее означает, что наибольшая экономия кокса в группе печей (или наименьший перерасход его в случае отрицательного влияния того или иного ресурса) будет при таком распределении этого ресурса, когда небольшое его изменение на каждой из печей вызывает одинаковое изменение расхода кокса на всех печах. Действительно, если распределять ресурс иначе, то на печах с меньшей экономией кокса на единицу дополнительного ресурса можно его уменьшить, увеличив на такую же величину на печах с большей величиной экономии и получив общую экономию кокса по группе печей. Процедура оптимизации, таким образом, в реальных условиях сводится к многошаговому процессу перераспределения небольших величин общего ресурса между печами по указанному принципу с определением на каждом шаге изменения расхода кокса на единицу дополнительного ресурса при малом его изменении. Очевидно, что сущность постановки и решения задачи не изменяется при выборе в качестве критерия оптимальности не расхода кокса, а любого другого параметра, например производительности, экономичности и т.п.

Такой подход применим к распределению любого ограниченно-го ресурса (различные виды сырья и кокса, дутьевые добавки, технологический кислород, нагрев дутья и др.), а также оптимизации дутьевого, шлакового режимов и других параметров работы печей по критерию достижения наилучших результатов для всей группы печей. При этом не учитываются ограничения на тепловые, газодинамические и другие условия доменной плавки. Учёт этих ограничений при решении задач оптимизации вполне возможен, однако при этом, естественно, изменяется и алгоритм решения задачи. Эта задача рассмотрена нами ранее в параграфе 7.3.

## 7.5. Динамическое программирование как метод оптимизации систем

В рассмотренных выше задачах линейного и нелинейного математического программирования мы находили их решение как бы в один этап или за один шаг. Такие задачи получили название одноэтапных, или одношаговых. В отличие от этих задач задачи динамического программирования являются многоэтапными, или многошаговыми. Иными словами, нахождение решения конкретных задач методом динамического программирования включает несколько этапов, или шагов, поэтому термин «динамическое программирование» не столько определяет особый тип задач, сколько характеризует методы нахождения решения отдельных классов задач математического программирования, которые могут относиться к задачам как линейного, так и нелинейного программирования. Несмотря на это, целесообразно дать общую постановку задачи динамического программирования и определить единый подход к её решению.

### *Общая характеристика постановки задач динамического программирования*

Динамическое программирование в общем виде можно определять как метод оптимизации многошаговых процессов принятия решений, позволяющий указать пути решения целого класса экстремальных задач. Автором метода динамического программирования является американский учёный Р. Беллман.

В основу метода положен интуитивно очевидный принцип, названный Р. Беллманом принципом оптимальности. В соответствии с этим принципом оптимальное управление определяется конечной целью управления и состоянием системы в рассматриваемый момент времени.

Приведём формулировку принципа оптимальности Беллмана.

Оптимальное поведение системы обладает следующим свойством: каковы бы ни были первоначальное состояние и решение в начальный момент, последующие решения должны составлять оптимальное поведение относительно состояния, получающегося в результате первого решения. Иначе говоря – что было, то было, а дальше необходимо действовать оптимальным образом для достижения цели. Смысл его сводится к тому, что оптимальное поведение системы зависит только от исходного состояния системы и не зависит от того, какова была предыстория попадания в это исходное состояние. Так, управляя какой-либо системой, следует интересоваться ее

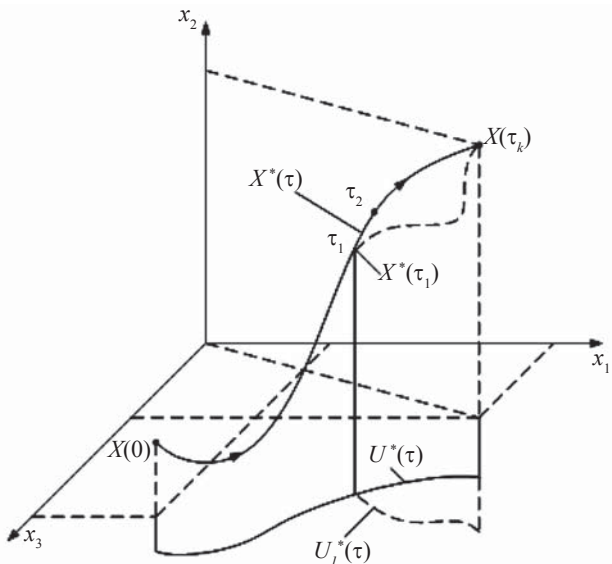


Рис. 7.10. К формулировке принципа оптимизации

состоянием только в данный момент, так как именно от этого зависит дальнейшее управление, а не от её предыстории.

На рис. 7.10 сплошными линиями показаны оптимальные управление  $U^*(\tau)$  и поведение системы  $X^*(\tau)$  на всем интервале времени от начального  $\tau = 0$  до конечного  $\tau = \tau_k$  для 3-мерного случая  $X(\tau) = \{x_1(\tau), x_2(\tau), x_3(\tau)\}$ .

Теперь рассмотрим какой-то момент  $\tau_1$  и применим принцип оптимальности, согласно которому оптимальное управление с момента  $\tau_1$  будет зависеть только от состояния в этот момент, т.е.  $X^*(\tau_1)$ . Естественно задать вопросы: а совпадут ли оптимальные управления, построенные из  $\tau = 0$  и  $\tau = \tau_1$ , на интервале  $\tau_1 \leq \tau \leq \tau_k$ ? Не изменится ли при этом оптимальное управление, а за ним и поведение объекта так, как, например, показано штрихом на рис. 7.10?

Ответ на этот не столь тривиальный вопрос следует из принципа оптимальности: нет, не изменится! Действительно, рассмотрим две реализации одного и того же способа решения исходной задачи, т.е. определения оптимального управления на интервале  $[0; \tau_k]$ .

Пусть в первом случае мы получили оптимальное решение  $U^*(\tau)$  ( $0 \leq \tau \leq \tau_k$ ). Теперь разобьём решение задачи на два этапа:  $[0; \tau_1]$



и  $[\tau_1; \tau_k]$  – и снова решим задачу тем же способом. Пусть полученное при этом оптимальное управление, равное  $U_1^*(\tau)$  ( $\tau_1 \leq \tau \leq \tau_k$ ), отличается от  $U^*(\tau)$ . Но результат решения не должен зависеть от способа решения, поэтому  $U_1^*(\tau) = U^*(\tau)$  ( $0 \leq \tau \leq \tau_k$ ), т.е. любая часть  $[\tau_1; \tau_k]$  оптимальной траектории оптимальна. Таким образом, второй участок оптимальной траектории является оптимальной траекторией.

Заметим, что из принципа оптимальности вовсе не следует, что любой отрезок  $[\tau_1; \tau_2]$  оптимальной траектории оптимален: при  $\tau_2 \neq \tau_k$  это не так. Следовательно, любое управление не должно быть «близоруким», не должно руководствоваться лишь достижением наилучшего, локального эффекта. Оно должно быть «дальновидным» и подчиняться конечной цели, т.е. минимизировать затраты на всем интервале от 0 до  $\tau_k$ . Только в том случае, когда задана конечная точка  $X(\tau_1)$  первого участка при  $\tau = \tau_1$ , первый участок также сам по себе является оптимальной траекторией. Действительно, если бы оптимальность на отрезке  $[\tau_1; \tau_2 \leq \tau_k]$  соответствовала оптимальности на всем интервале  $[0; \tau_k]$ , то это означало бы, что управление на  $[\tau_1; \tau_2]$  не влияет на будущее поведение объекта. По существу, Р. Беллман с помощью принципа оптимальности расширил класс допустимых оптимальных решений, потребовав, чтобы только конечный участок оптимальной траектории был оптимален. Это условие оптимальности и определяет масштабы применимости метода динамического программирования. Если оно несправедливо, то решать задачу с помощью динамического программирования нельзя. В большинстве технических и технологических систем это условие, как правило, выполняется, что обуславливает применимость данного метода в подавляющем числе случаев реальных задач.

Вследствие отмеченного принципиального различия конечных и начальных участков оптимальной траектории при применении метода динамического программирования, как правило, используют процедуру поэтапной оптимизации траектории с попятным движением от конечного состояния к начальному: вначале оптимизируют самый последний отрезок траектории, затем прилегающий к нему предпоследний и так далее все предшествующие отрезки до заданного исходного состояния.

Несмотря на то, что принцип оптимальности был сформулирован Р. Беллманом с помощью чисто эвристических, интуитивных рассуждений и сама формулировка принципа имела чисто качественный, нематематический характер, в дальнейшем на его основе был разработан строгий математический метод оптимизации, получивший название динамического программирования и широко используемый как для дискретных, так и для непрерывных систем управления.

## Оптимизация дискретных систем

Метод динамического программирования рассмотрим для дискретных систем, т.е. для случая разбиения анализируемой системы во времени или в пространстве на стадии или ступени. В качестве стадии можно принять единицу времени, единицу элемента оборудования, тепловую зону и т.д. Но в любом случае стадия или ступень – это математическая абстракция, применяемая для представления непрерывной переменной в дискретном виде.

Таким образом, будем считать, что наблюдается функционирование некоторой системы во времени или в пространстве и требуется осуществить оптимальное управление этой системой. Рассмотрим дискретный многостадийный процесс, схема которого представлена на рис. 7.11.

Состояние системы характеризуется совокупностью переменных:

$$X = \{X_0, X_1, \dots, X_i, \dots, X_N\}. \quad (7.72)$$

Каждая стадия, например  $i$ , характеризуется входными  $X_{i-1}$  и выходными  $X_i$  параметрами и управляющими воздействиями  $U_i$ . Совокупность управлений носит название стратегии управления многостадийным процессом:

$$U = \{U_1, \dots, U_i, \dots, U_N\}. \quad (7.73)$$

На управляющие воздействия и параметры состояния могут накладываться ограничения

$$U \in G_U; \quad X \in G_X. \quad (7.74)$$

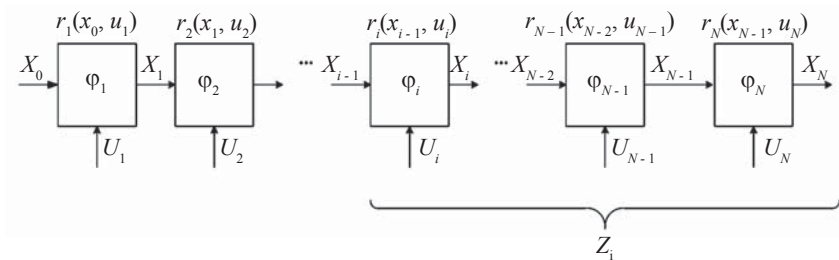


Рис. 7.11. Схема дискретного многостадийного процесса

Будем считать, что известна математическая модель каждой из стадий системы

$$X_i = \varphi_i(X_{i-1}, U_i). \quad (7.75)$$

В качестве  $\varphi_i$  может быть любая функция или оператор, главное, чтобы по входным параметрам  $X_{i-1}$  и управляющим воздействиям  $U_i$  можно было бы определить значения выходных параметров  $X_i$ , т.е. преобразования были единственными и взаимоднозначными. Отметим, что состояние, в которое перешла система  $X_i$ , зависит от данного состояния  $X_{i-1}$  и выбранного управления  $U_i$  и не зависит от того, каким образом система пришла в состояние  $X_{i-1}$ . Это условие обычно называют условием отсутствия последействия. Из этого условия, как уже отмечалось, вытекает возможность применения принципа оптимальности.

Введём целевую функцию, описывающую качество управления, которая должна принимать минимальное значение:

$$Z^* = \min_{U \in G_U} Z(X_0, U_1, \dots, U_i, \dots, U_N). \quad (7.76)$$

Учитывая соотношение (7.75), целевую функцию можно записать в виде

$$Z^* = \min_{X \in G_X} Z(X_0, X_1, \dots, X_i, \dots, X_N). \quad (7.77)$$

Будем считать, что затраты на осуществление  $i$ -й стадии зависят от входных параметров  $X_{i-1}$  и управляющих воздействий  $U_i$  на данной стадии:

$$r_i(X_{i-1}, U_i). \quad (7.78)$$

Тогда общие затраты на весь процесс представим в виде суммы затрат на каждой из стадий:

$$Z = \sum_{i=1}^N r_i(X_{i-1}, U_i) \rightarrow \min_{U \in G_U, X \in G_X}. \quad (7.79)$$

Предполагается, что известно начальное  $X_0$  и конечное  $X_N$  состояние системы.

Дадим формулировку задачи. Необходимо найти оптимальную стратегию управления  $U^* = (U_1^*, \dots, U_i^*, \dots, U_N^*)$ , чтобы при выполнении ограничений (7.74), известной математической модели каждой из стадий (7.75), затрат на осуществление процесса на каждой из ста-

дий (7.78) перевести систему из заданного начального состояния ( $X_0$ ) в известное конечное ( $X_N$ ) таким образом, чтобы суммарные затраты (7.79) на осуществление всего процесса были минимальными.

Первоначально будем предполагать, что управляющие воздействия могут принимать только дискретные значения, а параметры системы одномерные  $X = x$ . В этом случае, постановке задачи можно дать графическую интерпретацию. Рассмотрим теперь  $N$  стадий процесса (рис. 7.12), в котором на каждой стадии принимается  $L = 3$  управлений.

Необходимо из всех возможных траекторий, указанных на рис. 7.12, выбрать только одну, для которой целевая функция будет минимальна. Если не использовать принцип оптимальности, то для того, чтобы найти оптимальную стратегию  $U^*$ , необходимо проанализировать полное число  $L^N$  возможных путей решения. Хотя подобный анализ в принципе возможен, практически же при достаточно больших значениях  $N$  и  $L$  он не осуществим. Действительно, при  $L = 3$ ,  $N = 10$  имеем число возможных комбинаций решений  $3^{10} \approx 6 \cdot 10^4$ , а в методе динамического программирования приходится анализировать только примерно  $N \cdot L = 30$  комбинаций. Если  $L = 3$ ,  $N = 100$ , то число возможных траекторий  $3^{100} \approx 5,15 \cdot 10^{47}$ , при использовании же метода динамического программирования достаточно проанализировать лишь около 300 комбинаций.

Для пояснения последовательности решения задач оптимизации методом динамического программирования рассмотрим пример об

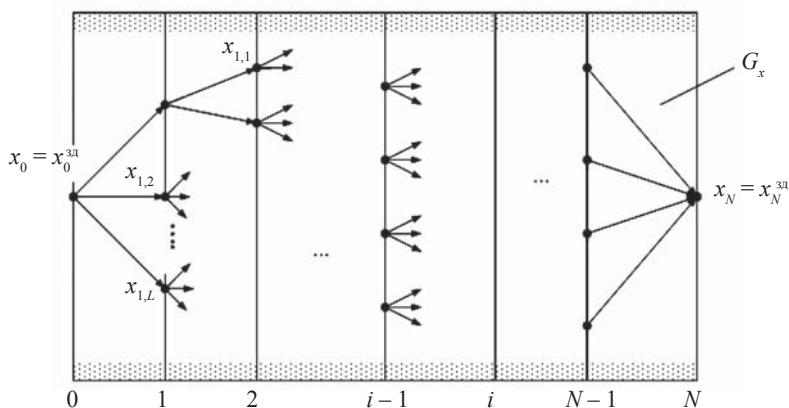


Рис. 7.12. Геометрическая интерпретация задачи динамического программирования

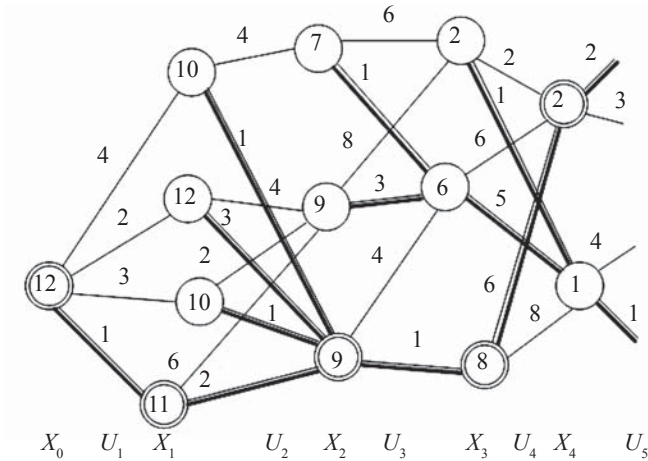


Рис. 7.13. К последовательности решения задачи методом динамического программирования

оптимальной траектории в сетевом графике (рис. 7.13). На каждой стадии система принимает конечное множество дискретных состояний  $x_{i-1,j}$ . Выбор управления определяет переход из состояния  $x_{i-1,j}$  в одно из допустимых состояний  $x_{i,j}$   $i$ -й стадии, поэтому каждое из управлений можно отождествить со стрелкой, ведущей из одного состояния в другое. Так, со 2-й по 5-ю стадию всего два допустимых управления  $L = 2$ , ведущих в  $x_{i,1}$  и в  $x_{i,2}$ , а для первой стадии их 4. Каждый переход, т.е. задание состояния  $x_{i-1,j}$  и управления  $u_{i,j}$ , определяет значение соответствующего слагаемого в критерии  $Z$ .

Это значение можно записать в виде числа над стрелкой. Задача заключается в том, чтобы выбрать последовательность переходов с минимальной суммой чисел, стоящих над стрелкой в сетевом графике. Заметим, что число допустимых состояний  $L$  на каждой стадии может быть различно: начальное и конечное состояния (или то и другое) могут быть заданы.

В соответствии с принципом Беллмана решение задачи начинается с последней стадии. Для каждого из состояний  $x_4$  (а их всего два) найдём минимальное значение критерия. Так, для  $x_4$  можно получить  $r(x_4, u_5)$ , равное 3 или 2. Меньшее из этих значений (2) равно значению функции  $Z_5$ ; запишем его внутри кружка.

Для 4-й стадии функция  $Z_4$  равна минимуму суммы числа, стоящего над стрелкой, выходящей из  $x_3$ , и числа, стоящего внутри кружка

на 5-й стадии, т.е.  $r_4(x_3, u_4)$  и  $Z_5$ . Для  $x_{31}$  это минимум из  $2 + 2 = 4$  и  $1 + 1 = 2$ . Получим  $r_4 = 2$  и запишем внутри кружка это число. Одновременно определяем  $u_5^*(x_4)$  и  $u_4^*(x_3)$ , подчёркивая жирной линией соответствующие стрелки. Это так называемое условно оптимальное управление.

Подобным образом продолжаем процесс. Для 3-й стадии  $Z_3 = \min[(6 + 2), (1 + 6)] = 7$ . Продолжая эту процедуру до начальной стадии, получим  $Z_1 = 12$ . Это минимальное значение целевой функции. Двигаясь из начального состояния вдоль условно оптимальных управлений, определим оптимальную траекторию. Соответствующие ей кружки обведены двойной линией.

Обобщим процедуру решения примера и обсудим особенности использованного аппарата для многомерного случая. Отметим, что величина оптимальных потерь  $Z_i$  подсчитывалась как минимум по  $U_i$  суммы двух слагаемых: потерь на  $i$ -й стадии  $r_i(X_{i-1}, U_i)$  и минимума потерь, представленных ранее  $Z_{i+1}$ , при условии, что мы попали в состояние  $X_i$  из состояния  $X_{i-1}$ . Таким образом, в общем случае имеем связь между

$$Z_i(X_{i-1}) = \min_{U_i \in G_{U_i}} [r_i(X_{i-1}, U_i) + Z_{i+1}(X_i)]. \quad (7.80)$$

Правило (7.80) можно сформулировать следующим образом.

Каково бы ни было состояние системы перед очередным шагом, надо выбирать управление на этом шаге так, чтобы затраты на данном шаге плюс оптимальные затраты на всех последующих стадиях до конца были минимальными.

Функцию  $Z_i(X_{i-1})$  называют функцией Беллмана, а уравнение (7.80) – основным функциональным уравнением Беллмана для дискретных систем. Оно представляет собой рекуррентное соотношение, связывающее  $Z_i(X_{i-1})$  и  $Z_{i+1}(X_i)$ , следовательно, для своего решения нуждается в задании граничных условий. Таким условием является очевидное равенство  $Z_{N+1}(X_N) = 0$ , т.к. переход из состояния  $X_N$  в то же состояние не требует никаких затрат.

Отметим, что функция Беллмана  $Z_i(X_{i-1})$  равна тому предельному значению критерия оптимальности, которое можно достичь, управляясь из состояния  $X_{i-1}$  как из начального в конечное состояние  $X_N$ . Важно при этом, что на каждой стадии расчёта отсеиваются заведомо неоптимальные траектории, ведущие из промежуточного состояния в конечное. При этом вся информация концентрируется в значении функции Беллмана для этих промежуточных значений. Полученное решение обеспечивает абсолютный экстремум  $Z$ .

Таким образом, при решении задачи оптимизации дискретных систем методом динамического программирования необходимо обратить внимание на следующие основные положения:

а) оптимизируемый процесс должен быть дискретно-распределённым во времени или пространстве (многостадийный процесс);

б) отдельные стадии процесса должны обладать относительной независимостью, т.е. вектор выходных параметров любой стадии должен зависеть только от вектора входных параметров на эту стадию и управления на ней;

в) критерий оптимальности всего процесса должен быть сформулирован как аддитивная функция критериев оптимальности каждой стадии.

Кроме выполнения этих условий, необходимо правильно сформулировать задачу оптимизации. При формулировке задачи оптимизации должны быть выявлены:

1) параметры, характеризующие состояние каждой стадии;

2) ограничения, которые накладываются на параметры состояния процесса и управляющие параметры;

3) должно быть составлено математическое описание для каждой стадии и определён критерий оптимальности. На этом завершается формулировка задачи.

Решение задачи проводится в два этапа.

*Первый этап.* На этом этапе определяются оптимальные управления как функции входных параметров, начиная с последней стадии процесса. Для этого записываем рекуррентное соотношение (уравнение Беллмана) для последней стадии процесса:

$$Z_N = \min_{U_N \in G_U} r_N(X_{N-1}, U_N). \quad (7.81)$$

Далее нужно найти минимум выражения, стоящего в скобках. Этот минимум ищется по управлению  $U_N$ . Метод определения минимума зависит от вида функции  $r_N(X_{N-1}, U_N)$ . Если выражение  $r_N(X_{N-1}, U_N)$  несложно, а  $U_N$  – единственный управляющий параметр, то для определения экстремума на стадии  $N$  можно использовать аналитические методы математического анализа. Если же выражение  $r_N(X_{N-1}, U_N)$  достаточно сложно, а  $U_N$  есть совокупность нескольких управляющих воздействий, то решение с использованием метода классического дифференциального анализа или невозможно, или представляет значительные трудности. В этом случае следует использовать численные методы безусловной или условной оптимизации.

Дополнительно отметим, что при заданном конечном состоянии системы  $X_N = X_N^{\text{зд}}$  зависимость управления для последнего этапа  $U_N$  как функцию входного параметра  $X_{N-1}$  можно определить, используя математическую модель последней стадии:

$$X_N^{\text{зд}} = \Phi_N(U_N, X_{N-1}) \rightarrow U_N(X_{N-1}). \quad (7.82)$$

Итак, будем считать, что на последней  $N$ -й стадии удалось выбрать оптимальное управление  $U_N^*$ , которое будет функцией входа на эту стадию  $U_N^*(X_{N-1})$ . Подставим значение  $U_N^*(X_{N-1})$  в выражение для  $Z_N$ , тогда получим

$$Z_N(X_{N-1}) = r_N[X_{N-1}, U_N^*(X_{N-1})]. \quad (7.83)$$

Перейдём теперь ко второй от конца стадии  $N-1$ , для которой уравнение Беллмана примет вид

$$Z_{N-1} = \min_{U_{N-1} \in G_U} [r_{N-1}(X_{N-2}, U_{N-1}) + Z_N(X_{N-1})]. \quad (7.84)$$

Воспользуемся математической моделью  $N-1$  стадии  $X_{N-1} = \Phi_{N-1}(X_{N-2}, U_{N-1})$ , тогда

$$Z_{N-1} = \min_{U_{N-1} \in G_U} \left\{ r_{N-1}(X_{N-2}, U_{N-1}) + Z_N[\Phi_{N-1}(X_{N-2}, U_{N-1})] \right\}. \quad (7.85)$$

Найдём оптимальное управление  $U_{N-1}$ , которое будет зависеть только от  $X_{N-2}$ , т.е.  $U_{N-1}^*(X_{N-2})$ .

Далее вычисляется значение  $Z_{N-1}(X_{N-2})$  с помощью подстановки полученной  $U_{N-1}^*(X_{N-2})$  в соотношение (7.85).

Затем процедура повторяется до получения  $Z_1(X_0)$ . Если  $X_0$  задано, то  $Z_1(X_0)$  представляет собой критерий оптимальности для всего процесса, т.е.  $Z^* = Z_1(X_0^{\text{зд}})$ .

Таким образом, на первом этапе решения рассчитывается критерий оптимальности для всего процесса и находятся соотношения вида

$$U_i^* = U_i^*(X_{i-1}), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (7.86)$$

*Второй этап* решения представляет собой последовательный расчёт оптимальных управлений от первой стадии к последней.

Оптимальное управление на первой стадии вычисляется по соотношению

$$U_1^*(X_0). \quad (7.87)$$



По соотношению  $\varphi_1(X_0, U_1)$  при оптимальном управлении на первой стадии её состояние определяется

$$X_1^* = \varphi_1[X_0, U_1^*(X_0)]. \quad (7.88)$$

Полученное соотношение используется для расчёта  $U_2^*$  по формуле

$$U_2^* = U_2^*(X_1) = U_2^*[\varphi_1(X_0, U_1^*(X_0))]. \quad (7.89)$$

Далее вычисляется  $X_2^*$  при найденном  $U_2^*$  и т.д., пока не получим значения оптимальных управлений на всех стадиях.

Если же вектор входных параметров не задан, то  $X_0$  вычисляется на последнем шаге первого этапа из условия

$$Z_1(X_0) = \min_{U_1 \in G_{U_1}} \{r_1(X_0, U_1) + Z_2[\varphi_1(X_0, U_1)]\}, \quad (7.90)$$

т.е. здесь находится не только  $U_1^*$ , но и  $X_0$ , доставляющий минимум функции, стоящей в правой части выражения (7.90). Дальнейшая процедура та же, что и для случая, когда  $X_0$  задано.

### ***Оптимизация непрерывных систем***

Рассмотренный алгоритм решения задач оптимизации справедлив для дискретных процессов. Таким методом можно решать задачи рационального распределения жидкого чугуна между сталеплавильными цехами, календарного планирования работы сталеплавильного цеха и ряд других подобных задач. Однако существует обширная область, которую также можно исследовать с помощью динамического программирования; в ней процессы являются непрерывными и значения управляющих переменных необходимо определять непрерывно, например, при решении задач оптимального распределения тепловой нагрузки в пламенных печах по ходу плавки.

Применим идеи динамического программирования для решения задач оптимального управления непрерывными нестационарными системами, описываемыми уравнениями

$$\frac{dx_i(\tau)}{d\tau} = f_i[x_1(\tau), \dots, x_n(\tau); u_1(\tau), \dots, u_m(\tau); \tau] \quad (7.91)$$

или в векторной форме

$$dX/d\tau = f[X(\tau), U(\tau), \tau] \quad (7.92)$$

с граничными условиями

$$x_i(0) = x_{i0}; x_i(\tau_k) = x_{ik} \text{ или } X(0) = X_0; X(\tau_k) = X_k \quad (7.93)$$

и целевой функцией

$$Z[U(\tau), \tau] = \int_0^{\tau_g} f_0 [X(\tau), U(\tau), \tau] d\tau \rightarrow \min_{U(\tau) \in G_U} . \quad (7.94)$$

Задача (7.91)–(7.94) состоит в определении оптимального управления объектом, описываемого системой дифференциальных уравнений первого порядка, который минимизирует заданный функционал качества и переводит объект из заданного начального состояния в конечное состояние.

Метод динамического программирования может быть применён и для решения задач оптимизации непрерывных систем. При этом можно получить приближенное решение задачи путём замены исходной задачи дискретной формой.

Поясним суть этого подхода на примере управления динамической системы, модель которой описывается уравнением следующего вида [47]:

$$\frac{dx(\tau)}{d\tau} = f_1 [x(\tau); u(\tau)] \quad (7.95)$$

при ограничениях

$$x(0) = x_0^{3д}; x(\tau_k) = x_k^{3д}; \quad (7.96)$$

$$\omega_1(\tau) \leq u(\tau) \leq \omega_2(\tau); \quad (7.97)$$

$$Z[u(\tau)] = \int_0^{\tau_g} f_0 [x(\tau), u(\tau)] d\tau \rightarrow \min_{u(\tau) \in G_U} . \quad (7.98)$$

Задача, таким образом, состоит в определении оптимального управления  $u^*(\tau)$  объектом первого порядка, поведение которого  $x(\tau)$  минимизирует заданный функционал качества  $Z(u(\tau))$  на интервале времени  $0 \leq \tau \leq \tau_k$ .

Будем рассматривать управление лишь в дискретные моменты времени:

$$\tau_i (0 \leq i \leq N); N = \tau_k / \Delta\tau; u_i = u(\tau_i); x_i = x(\tau_i); \omega_i' = \omega_1(\tau_i); \omega_i'' = \omega_2(\tau_i); \quad (7.99)$$

$$Z = \sum_{i=1}^N f_0(x_{i-1}; u_i) \Delta\tau; \quad (7.100)$$

$$x(0) = x_0^{3д}, x_N = x_N^{3д}; \quad (7.101)$$

$$\omega_i' \leq u_i(\tau) \leq \omega_i''; \quad (7.102)$$

$$x_i = x_{i-1} + f_1(x_{i-1}; u_i)\Delta\tau. \quad (7.103)$$

Для простоты рассмотрим случай равноотстоящих единичных моментов времени, т.е.  $\Delta\tau = 1$ .

Тогда получаем

$$Z = \sum_{i=1}^N f_0(x_{i-1}; u_i); \quad (7.104)$$

$$x(0) = x_0^{3д}, x_N = x_N^{3д}; \quad (7.105)$$

$$\omega_i' \leq u_i(\tau) \leq \omega_i''; \quad (7.106)$$

$$x_i = x_{i-1} + f_1(x_{i-1}; u_i). \quad (7.107)$$

Для решения этой задачи воспользуемся принципом оптимальности. Будем искать решение «с конца» ( $\tau = \tau_k$ ). Принцип оптимальности гарантирует нам, что оптимальное решение, полученное на отрезке  $[\tau_1; \tau_k]$ , будет «куском» решения исходной задачи на интервале  $[0; \tau_k]$ .

Пусть допустимое управление на последнем  $N$ -м шаге может изменяться в пределах  $\omega_N' \leq u_i(\tau) \leq \omega_N''$ . На этом последнем шаге решается задача попадания в заданную точку  $x_N = x_N^{3д}$ , т.е. задача определения координат уравнения

$$x_N^{3д} = x_{N-1} + f_1(x_{N-1}; u_N) \Rightarrow u_N^*(x_{N-1}), \quad (7.108)$$

решением которой является значение управления  $u_N^*$  в зависимости от  $x_{N-1}$  и независимо от того, какое значение примет при этом минимизируемый функционал  $Z$ . Действительно, на этом последнем шаге не до оптимизации: необходимо удовлетворить граничному условию  $x_N = x_N^{3д}$  любой ценой. Эта «цена» зависит от  $x_{N-1}$  и представлена в виде

$$Z_N(x_{N-1}) = f_0(x_{N-1}; u_N^*(x_{N-1})). \quad (7.109)$$

Теперь, двигаясь от конца ( $\tau = \tau_k$ ) к началу ( $\tau = 0$ ), рассмотрим следующий, предпоследний ( $N - 1$ ) шаг, который делается из пока неизвестного  $x_{N-2}$  состояния.

Прирост минимизируемого критерия на этом шаге равен  $f_0(x_{N-2}; u_{N-1})$ . В соответствии с принципом оптимальности следует минимизировать не эту величину, а все затраты до конца процесса, т.е. сумму затрат на этом и последнем шаге. Но для последнего этапа затраты определяются по уравнению (7.109). Следовательно, надо минимизировать сумму:

$$f_0(x_{N-2}; u_{N-1}) + Z_N(x_{N-1}) \Rightarrow \min_{u(N-1)}, \quad (7.110)$$

$$\text{где } x_{N-1} = x_{N-2} + f_1(x_{N-2}; u_{N-1}). \quad (7.111)$$

Однако начальные условия этого этапа, т.е. величина  $x_{N-2}$ , нам как раз и неизвестны. Поэтому следует «заготовить впрок» оптимальное управление  $u_{N-1}^*$  для этого шага в зависимости от неизвестного значения  $x_{N-2}$ . Для этого следует решить задачу (7.110) с учётом (7.111).

Обозначим минимальное значение затрат на последних двух этапах функцией

$$Z_{N-1}(x_{N-2}) = \min_{u_{N-1} \in G_{N-1}} \left\{ f_0(x_{N-2}; u_{N-1}(x_{N-2})) + \right. \\ \left. + Z_N(x_{N-2} + f_1(x_{N-2}; u_{N-1})) \right\} \Rightarrow u_{N-1}^*(x_{N-2}). \quad (7.112)$$

Поступая аналогично на  $k$ -м шаге от конца, получаем выражение суммарных затрат для последних  $k$  этапов:

$$f_0(x_{N-k}; u_{N-k+1}) + Z_{N-(k-2)}(x_{N-k+1}). \quad (7.113)$$

Минимизируя это выражение по  $u_{N-k+1}$  с учётом того, что

$$x_{N-k+1} = x_{N-k} + f_1(x_{N-k}; u_{N-k+1}), \quad (7.114)$$

получаем  $u_{N-k+1}^*(x_{N-k})$  и определяем в результате функцию минимальных затрат:

$$Z_{N-k+1}(x_{N-k}) = \min_{u_{N-k+1} \in G_{N-k+1}} \left\{ f_0(x_{N-k}; u_{N-k+1}(x_{N-k})) + \right. \\ \left. + Z_{N-k+2}(x_{N-k} + f_1(x_{N-k}; u_{N-k+1})) \right\}, \quad (7.115)$$

где  $G_{N-k+1}$  – множество допустимых управлений на  $k$ -м от конца шаге.

Таким образом, двигаясь «с конца», мы получаем следующие необходимые в дальнейшем функции:

$$u_1(x_0), u_2(x_1), u_3(x_2), \dots, u_{N-1}(x_{N-2}), u_N(x_{N-1}), \quad (7.116)$$

которые обеспечивают минимальные затраты (минимальное значение функционала качества) при движении из исходного состояния в целевое конечное и зависимость оптимального управления каждого шага от его начальных условий (входных параметров).

Теперь синтез оптимального управления прост – он идёт «вперёд» с начала. На первом шаге оптимальное управление определяется исходя из естественного условия

$$u_1^*(x_0^{3д}), x_1^* = x_0^{3д} + f_1(x_0^{3д}; u_1^*(x_0^{3д})), \quad (7.117)$$

где  $x_1^*$  – точка оптимальной траектории на первом шаге.

Далее, используя полученные функции (7.116), имеем

$$u_2^*(x_1^*), x_2^* = x_1^* + f_1(x_1^*; u_2^*(x_1^*)) \text{ и т.д.}$$

до 
$$u_N^*(x_{N-1}^*), x_N^* = x_{N-1}^* + f(x_{N-1}^*; u_N^*(x_{N-1}^*)). \quad (7.118)$$

Таким образом, определено оптимальное управление

$$U^* = (u_1^*, u_2^*, \dots, u_N^*) \quad (7.119)$$

и соответствующая ему оптимальная траектория

$$X^* = (x_0 = x_0^{3д}, x_1^*, x_2^*, \dots, x_N^* = x_N^{3д}) \quad (7.120)$$

Теперь рассмотрим применение динамического программирования для решения задач оптимального управления непрерывными нестационарными системами, описываемыми уравнениями (7.91)–(7.94).

Согласно принципу оптимальности, участок траектории от  $X(\tau)$  до  $X(\tau_k)$  ( $0 \leq \tau \leq \tau_k$ ) также является оптимальным, а функционал (7.94) на этом интервале

$$Z[U(\tau), \tau_k, \tau] = \int_{\tau}^{\tau_k} f_0[X(t), U(t), t] dt \quad (7.121)$$

достигает минимума.

После подстановки  $U(\tau) = U^*(\tau)$  минимальное значение интеграла (7.121) зависит от начальной  $X(\tau)$ , конечной точек  $X(\tau_k)$  и времени  $\tau$ . При фиксированной конечной точке минимальное значение интеграла можно записать в виде

$$S[X(\tau), \tau_k, \tau] = \min_{U \in G_U} \int_{\tau}^{\tau_k} f_0[X(t), U(t), t] dt. \quad (7.122)$$

Заметим, что минимум интеграла достигается при управлении  $U \in G_U$  на интервале времени от  $\tau$  до  $\tau_k$ , т.е.

$$S[X(\tau), \tau_k, \tau] = \min_{U \in G_U} Z(X, U, \tau). \quad (7.123)$$

Полная производная интеграла (7.121) по переменному нижнему пределу  $\tau$  имеет вид

$$\frac{dZ}{d\tau} = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial Z}{\partial x_i} \cdot \frac{dx_i}{d\tau} \right] + \frac{\partial Z}{\partial \tau} = -f_0[X(\tau), U(\tau), \tau]. \quad (7.124)$$

Отсюда с учётом уравнений модели объекта (7.91)

$$-\frac{\partial Z}{\partial \tau} = f_0[X(\tau), U(\tau), \tau] + \sum_{i=1}^n \frac{\partial Z}{\partial x_i} \cdot f_i[X(\tau), U(\tau), \tau]. \quad (7.125)$$

Уравнение (7.125) справедливо для любого допустимого управления  $U(\tau) \in G_U$ . При оптимальном управлении это уравнение с учётом выражения (7.123) примет вид

$$-\frac{\partial S}{\partial \tau} = \min_{U(\tau) \in G_U} \left\{ f_0[X(\tau), U(\tau), \tau] + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} \cdot f_i[X(\tau), U(\tau), \tau] \right\}. \quad (7.126)$$

Уравнение (7.126) является уравнением Беллмана для непрерывных систем. Его можно записать в более компактной форме:

$$-\frac{\partial S}{\partial \tau} = \min_{U(\tau) \in G_U} \left\{ f_0[X(\tau), U(\tau), \tau] + \left( \frac{\partial S}{\partial X} \right)^T f[X(\tau), U(\tau), \tau] \right\} \quad (7.127)$$

или

$$-\frac{\partial S}{\partial \tau} = \min_{U(\tau) \in G_U} \left\{ f_0[X(\tau), U(\tau), \tau] + \langle \text{grad} S \cdot f[X(\tau), U(\tau), \tau] \rangle \right\}, \quad (7.128)$$

где выражение

$$\left(\frac{\partial S}{\partial X}\right)^T = \left[\frac{\partial S}{\partial x_1}, \frac{\partial S}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial S}{\partial x_n}\right]^T$$

представляет собой вектор-столбец, соответствующий градиенту ( $\text{grad } S$ ) скалярной функции  $S$  векторного аргумента  $X$ :  $\text{grad } S \cdot f[X, U]$  – скалярное произведение векторов.

Уравнения (7.126)–(7.128) представляют собой специфическое дифференциальное уравнение первого порядка в частных производных относительно одной переменной  $S$ . Оно обосновано в той степени, в которой справедливо допущение о существовании частной производной функции  $S$ . Оно несправедливо, например, для линейных систем, имеющих переключения. Специфичность уравнения заключается в том, что оно содержит операцию минимизации по аргументу  $U(\tau)$  и поэтому справедливо только для оптимального управления  $U^*(\tau)$ .

Уравнения (7.126)–(7.128) выражают необходимое условие оптимальности управления и определяют порядок решения задачи оптимального управления непрерывных систем методом динамического программирования.

На первом этапе минимизируют выражение в правой части уравнения (7.126). В результате минимизации оптимальное управление  $U^*(\tau)$  выражается через функции  $f_0, f$  и неизвестные пока составляющие градиента  $S$ :

$$U^*(\tau) = U^*[f_0, f, \text{grad } S] = U^*[X(\tau), \text{grad } S]. \quad (7.129)$$

При подстановке выражения (7.129) в уравнение (7.126) последнее уже не будет содержать операции минимизации и управление  $U^*(\tau)$ , поэтому может быть разрешено относительно неизвестной  $S$  при граничном условии

$$S[X(\tau_k), \tau_k] = 0. \quad (7.130)$$

Получив, наконец, функцию  $S[X(\tau), \tau]$  и её градиент ( $\text{grad } S$ ) по аргументу  $X$  и подставив его в формулу (7.129), выражают оптимальное управление через переменные состояния  $X(\tau)$ .

Дополнительно отметим, что в случае, когда  $f$  и  $f_0$  не зависят явно от времени  $\tau$ , функция  $S$  также не зависит явно от времени, и, следовательно,  $\partial S / \partial \tau = 0$  и уравнение (7.126) примет вид

$$\min_{U(\tau) \in G_U} \left\{ f_0 [X(\tau), U(\tau)] + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial S}{\partial x_i} \cdot f_i [X(\tau), U(\tau)] \right) \right\} = 0. \quad (7.131)$$

Таким образом, с помощью уравнений (7.126)–(7.131) могут быть получены оптимальные управления и траектории. Однако процедура решения уравнения в частных производных, осложнённого вдобавок условиями минимума, представляет существенные, зачастую непреодолимые трудности при решении реальных инженерных задач. В связи с этим отметим, что решить подобные задачи значительно проще и эффективнее с помощью других методов, например принципа максимума.

### ***Использование динамического программирования для решения задач оптимизации температурного режима нагревательных печей***

В качестве примера использования метода динамического программирования рассмотрим решение задачи оптимизации температурного режима проходной нагревательной печи. Впервые решение такой задачи выполнено Э.М. Гольдфарбом и Э.С. Гескиным. Рассмотрим это решение. Печь может быть условно разбита на  $N$  зон таким образом, что температура газов  $u_i$  в пределах  $i$ -й зоны будет постоянной по ее длине и в определённых пределах не будет зависеть от температуры остальных зон. Следовательно, управляющим параметром является температура газа в пределах каждой из зон.

Задачей оптимизации процесса нагрева является выбор температуры зон  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_i, \dots, u_N\}$  таким образом, чтобы обеспечить при известной начальной температуре нагреваемого металла  $t_0^{зд}$  заданную конечную температуру нагрева материала  $t_N^{зд}$  при минимальном расходе топлива. При этом температура газа в  $i$ -й зоне печи не должна превышать  $T_i^{\max}$ .

Удельный расход тепла в  $i$ -й зоне  $N$ -зонной печи  $b_i$  при отсутствии перетока газов между зонами определяется соотношением

$$b_i = \frac{C_{Mi} (x_i - x_{i-1})}{\eta_i^* \cdot \eta_i}, \quad (7.132)$$

где  $x_i$  – средняя температура металла в конце  $i$ -й зоны;

$C_{Mi}^*$  – средняя теплоёмкость металла в  $i$ -й зоне;

$\eta_i^*$  – отношение полезной мощности к общей тепловой мощности печи в  $i$ -й зоне;



$\eta_i$  – коэффициент использования топлива в  $i$ -й зоне, который определяется соотношением

$$\eta_i = 1 - u_i/T_p, \quad (7.133)$$

где  $T_p$  – адиабатическая, т.е. максимально допустимая с учётом регенерации температура сжигания топлива.

Подставляя значение  $\eta_i$  в выражение (7.132), получим

$$b_i = \frac{T_p C_{mi} (x_i - x_{i-1})}{\eta_i^* (T_p - u_i)}. \quad (7.134)$$

При принятых условиях все входящие в уравнение (7.134) величины можно выразить через  $x_{i-1}$ ,  $x_i$ , следовательно, зональный расход топлива является функцией начальной и конечной температуры металла для этой зоны.

В том случае, если  $T_p$ ,  $C_{mi}$ ,  $\eta_i^*$  принимают постоянными, независимыми от  $x_i$ , соотношение (7.134) можно записать в виде

$$b_i = p_i r_i, \quad (7.135)$$

где  $r_i$  – функция температуры газа в  $i$ -й зоне.

$$r_i = (x_i - x_{i-1})/(T_p - u_i); \quad (7.136)$$

$p_i = T_p C_m / \eta_i^*$  – постоянная величина для  $i$ -й зоны.

Значение  $p_i$  примем одинаковым для всех зон, поэтому влияние температурного режима нагрева на величину расхода топлива будет характеризоваться функцией  $r_i$ . Тогда расход топлива на участке, включающем  $k$  последних зон, определится функцией

$$Z_k = \sum_{i=N-k+1}^N r_i(x_{i-1}, u_i). \quad (7.137)$$

Для всей печи, т.е. при  $k = N$ , соотношение (7.137) примет вид

$$Z = \sum_{i=1}^N r_i(x_{i-1}, u_i). \quad (7.138)$$

Следует отметить: достоинство численного метода динамического программирования заключается в том, что поиск оптимального решения задачи может осуществляться не по упрощённым моделям, а по модели, наиболее адекватно отражающей реальный процесс, т.к. в этом случае практически отсутствуют какие-либо ограничения на вид используемых моделей. Этот фактор применительно к нагревательным печам зачастую является определяющим при выборе того или иного метода решения задачи оптимизации.

Однако в качестве примера рассмотрим для упрощения расчётов нагрев термически тонкого тела при граничных условиях третьего рода; уравнение модели в этом случае примет вид

$$x_i = u_i - (u_i - x_{i-1})A_i; \quad (7.139)$$

$$x_{i-1} = \frac{x_i - (1 - A_i)u_i}{A_i}; \quad (7.140)$$

$$u_i = (x_i - A_i x_{i-1}) / (1 - A_i); \quad (7.141)$$

где

$$A_i = \exp\left(-\frac{\alpha_{Fi} \cdot F}{C_{i,i} \cdot G} \tau_i\right) \quad (7.142)$$

$\tau_i$  – время пребывания материала в пределах  $i$ -й зоны.

Здесь  $\alpha_{Fi}$  – средний для  $i$ -й зоны коэффициент теплоотдачи от газов к металлу;  $F/G$  – отношение поверхности металла к его массе.

Предварительно найдём допустимые интервалы изменения  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N-1$ ). Результатом расчёта является определение предельных значений температуры металла  $t_i^{\min}$ ,  $t_i^{\max}$  в этих зонах печи. Единственным ограничением, налагаемым на температуру металла в данном случае, примем предельно допустимую температуру газов в каждой из зон  $T_i^{\max}$ , поэтому  $t_i^{\min}$  может быть определена из выражения (7.140) при  $x_i = t_N^{\text{зд}}$  и  $u_i = T_N^{\max}$ . Действительно, при  $x_{N-1} < t_{N-1}^{\min}$  заданная конечная температура нагреваемого материала не будет обеспечена при допустимом  $T_N^{\max}$ . Для определения  $t_{N-2}^{\min}$  в выражение (7.140) подставим  $x_i = t_{N-1}^{\min}$  и  $T_{N-1}^{\max}$ . Аналогичным образом определяются допустимые минимальные значения температур нагрева материала и в остальных зонах печи.

В целях определения  $t_1^{\max}$  в выражение (7.139) подставим  $x_{i-1} = t_0^{\text{зд}}$  и  $u_i = T_1^{\max}$ . Найденная таким образом температура будет наибольшей

температурой металла, которая может быть достигнута в первой зоне при допустимом значении температуры газа. Для определения  $t_2^{\max}$  подставим в (7.139)  $x_{i-1} = t_1^{\max}$  и  $u_i = T_2^{\max}$ , а для вычисления  $t_3^{\max}$  примем  $x_{i-1} = t_2^{\max}$  и  $u_i = T_3^{\max}$ . Аналогичным образом вычисляется допустимая максимальная температура нагрева материала в остальных по ходу движения материала зонах печи.

На первом этапе решения задачи оптимизации температурного режима печи находим условно оптимальные управляющие воздействия в каждой из зон печи как функции температуры металла на входе в эту зону  $u_i(x_{i-1})$ . Решение задачи на этом этапе выполняется в обратном (по отношению к движению материала) направлении, т.е. от последней  $N$  зоны к первой.

Для последней зоны определить зависимость  $u_N(x_{N-1})$  можно относительно просто, воспользовавшись формулой (7.141), учитывая при этом, что  $x_N = t_N^{3д}$ .

$$u_N(x_{N-1}) = \frac{t_N^{3д} - A_N x_{N-1}}{1 - A_N}. \quad (7.143)$$

При этом функция, определяющая расход топлива на последней  $N$ -й зоне, примет вид

$$Z_N = r_N[x_{N-1}, u_N(x_{N-1})] = \frac{t_N^{3д} - x_{N-1}}{T_p - u_N(x_{N-1})}. \quad (7.144)$$

Подставим выражение (7.143) в уравнение (7.144) и получим

$$Z_N(x_{N-1}) = r_N(x_{N-1}) = \frac{t_N^{3д} - x_{N-1}}{T_p - \frac{t_N^{3д} - A_N x_{N-1}}{1 - A_N}}. \quad (7.145)$$

Для предпоследней по ходу движения металла зоны запишем уравнение Беллмана:

$$\begin{aligned} Z_{N-1} &= \min_{U_{N-1}} [r_{N-1}(x_{N-2}, u_{N-1}) + Z_N(x_{N-1})] = \\ &= \min_{U_{N-1}} \left[ \frac{x_{N-1} - x_{N-2}}{T_p - u_{N-1}} + \frac{t_N^{3д} - x_{N-1}}{T_p - \frac{t_N^{3д} - A_N x_{N-1}}{1 - A_N}} \right]. \end{aligned} \quad (7.146)$$

Для исключения  $x_{N-1}$  из выражения (7.146) воспользуемся уравнением модели для этой зоны  $x_{N-1} = u_{N-1} - (u_{N-1} - x_{N-2})A_{N-1}$ . Тогда выражение (7.146) примет вид

$$Z_{N-1} = \min_{u_{N-1}} \left\{ \frac{u_{N-1} - (u_{N-1} - x_{N-2})A_{N-1} - x_{N-2} +}{T_p - u_{N-1}} + \frac{t_N^{3д} - u_{N-1} + (u_{N-1} - x_{N-2})A_{N-1}}{T_p - \frac{t_N^{3д} - A_N [u_{N-1} - (u_{N-1} - x_{N-2})A_{N-1}]}{1 - A_N}} \right\} \quad (7.147)$$

Таким образом, требуется определить такое управляющее воздействие  $u_{N-1}$ , которое обеспечивает минимум выражения, стоящего в фигурных скобках, при наличии ограничений на управляющие воздействия. Результатом расчёта для этой зоны является построение зависимости оптимальной температуры газа от температуры материала на входе в зону  $u_{N-1}(x_{N-2})$  и минимального расхода топлива для двух последних зон от температуры металла на входе в  $N-1$  зону  $Z_{N-1}(x_{N-2})$ .

Как показывают вычисления, искомые зависимости являются монотонными, непрерывными функциями, и для определения этих зависимостей достаточно найти  $u_{N-1}$  и  $Z_{N-1}$  для нескольких значений температур  $x_{N-2}$ , выбираемых из диапазона допустимых значений  $t_{N-2}^{\min}, x_{N-2}, t_{N-2}^{\max}$ .

Аналогичная процедура вычислений повторяется и для остальных зон печи. Так, для  $N-2$  зоны печи уравнение Беллмана примет вид

$$\begin{aligned} Z_{N-2} &= \min_{u_{N-2}} [r_{N-2}(x_{N-3}, u_{N-2}) + Z_{N-1}(x_{N-2})] = \\ &= \min_{u_{N-2}} \left[ \frac{x_{N-2} - x_{N-3}}{T_p - u_{N-2}} + Z_{N-1}(x_{N-2}) \right]. \end{aligned} \quad (7.148)$$

Для исключения  $x_{N-2}$  из выражения (7.148) воспользуемся уравнением модели  $x_{N-2} = u_{N-2} - (u_{N-2} - x_{N-3})A_{N-2}$ . Результатом расчёта для  $N-2$  зоны является построение зависимостей  $u_{N-2}(x_{N-3})$  и  $Z_{N-2}(x_{N-3})$ . В конечном итоге этого этапа расчёта находится зависимость

$$u_i(x_{i-1}) \text{ и } Z_i(x_{i-1}). \quad (7.149)$$

В частном случае для первой секции имеем  $u_1(x_0^{3д})$  и  $Z_1(x_0^{3д})$ .

На втором этапе задача решается в прямом по ходу движения материала направлении и последовательно вычисляются оптимальные значения всех управляющих воздействий (температуры газа по зонам)  $u_1^*, u_2^*, \dots, u_i^*, \dots, u_N^*$  и координат системы (температуры материала)  $x_1^*, x_2^*, \dots, x_i^*, \dots, x_{N-1}^*$ .

Кажущимся недостатком решения является отсутствие аналитических выражений в конечном результате, из-за чего нельзя проанализировать в общем виде влияние различных факторов на эти результаты. В то же время основанная на методе динамического программирования вычислительная процедура позволяет найти численное решение для конкретных условий работы печи.

В качестве примера на рис. 7.14 представлены результаты расчёта при нагреве труб диаметром 100 мм и толщиной стенки 5 мм от  $t_0^{\text{зд}} = 0$  °С до  $t_4^{\text{зд}} = 1000$  °С при условии  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = 60$  с, где  $\tau_i$  – время нагрева в одной зоне;  $T_1^{\text{max}} = T_2^{\text{max}} = T_3^{\text{max}} = T_4^{\text{max}} = 1450$  °С, а  $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 0,63$  кДж/(кг·К).

При принятых условиях нагрева  $A_i = \exp(-1,49 \cdot 10^{-3} \cdot \alpha_{\text{Fi}})$ .

В расчётах принято, что степень черноты системы газ-металл постоянна и равна 0,8. Тогда  $\alpha_{\text{Fi}} = 0,4 \cdot [\alpha'(u_i, x_{i-1}) + \alpha'(u_i, x_i)]$ , где  $\alpha'$  – коэффициент теплоотдачи от газов к металлу при чёрном излучении.

Допустимый диапазон температур металла по зонам печи составит  $0 \leq x_1 \leq 530$  °С;  $30 \leq x_2 \leq 970$  °С;  $560 \leq x_3 \leq 1000$  °С.

График оптимального температурного режима нагрева труб представлен на рис. 7.15. Оптимальная температура металла в конце зон печи составила 250, 500, 760, 1000 °С, а газа – 1000, 1050, 1202, 1250 °С.

Анализ показывает, что существующие традиционные режимы работы секционных печей ( $T = \text{const}$ ) являются оптимальными по быстродействию, но не обеспечивают минимальный расход топлива на нагрев металла.

Для того чтобы завершить общую характеристику метода динамического программирования, обратимся к краткому анализу его преимуществ и недостатков.

В первую очередь отметим следующие *положительные стороны метода*:

- он даёт возможность решать задачи, которые раньше не могли быть решены из-за отсутствия соответствующего математического аппарата;
- позволяет упростить поиск оптимальных решений в ряде случаев за счёт резкого сокращения объёмов вычислений;
- являясь в своей основе вычислительным, допускает широкое применение средств вычислительной техники, что облегчает сложные исследования.

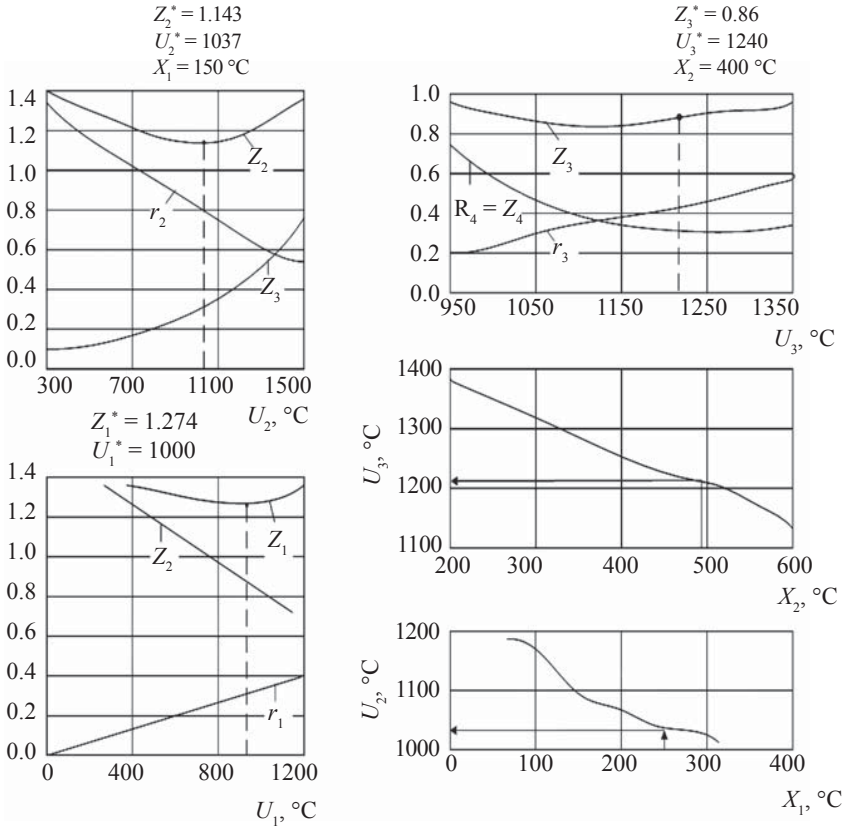


Рис. 7.14. К расчёту оптимального теплового режима нагревательной печи методом динамического программирования

*Недостатки метода:*

- отсутствие универсального алгоритма, который был бы пригоден для решения всех задач (алгоритмы, используемые в рамках динамического программирования, объединены лишь общей идеей и в каждом конкретном случае должны формироваться применительно к конкретным условиям задачи);
- большие трудности при решении многомерных задач условной оптимизации на каждом из шагов (несмотря на высокую вычислительную эффективность метода, в ряде случаев оказываются недостаточными мощности компьютеров).

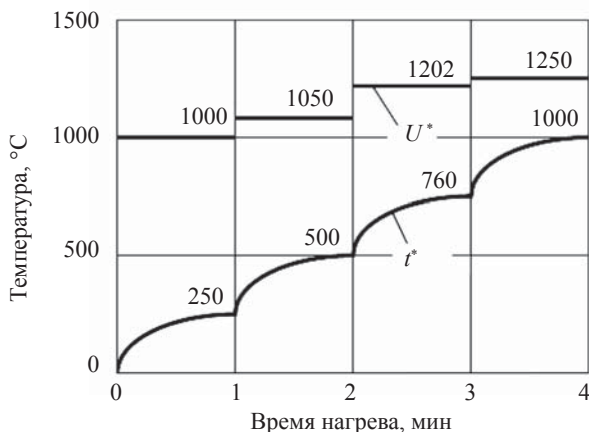


Рис. 7.15. Оптимальный тепловой режим нагрева труб

Как показывает практика, он не пригоден при решении задач управления объектами размерности более десяти. В этом случае значительно снижается эффективность метода, так как сильно увеличивается объем необходимой памяти (примерно на порядок для каждой единицы измерения). Это обстоятельство затрудняет применение данного метода для управления объектами большой размерности, которыми обычно бывают сложные объекты управления.

Вышеизложенное может разочаровать тех читателей, которые представили себе динамическое программирование неким волшебным рецептом для получения решений любых задач. Эти решения иногда мыслятся в виде готовых формул. Однако получить решение в таком виде, как правило, невозможно. Динамическое программирование отличается именно существенным упрощением процедуры вычислений по сравнению с прямыми методами (перебора) решения задач.

### 7.6. Использование принципа максимума для управления технологическими процессами

Принцип максимума, сформулированный творческим коллективом, руководимым академиком Л.С. Понтрягиным, позволил решить общую проблему оптимальности при наличии ограничений. Принцип макси-

мума представляет собой для нелинейных систем необходимое условие оптимальности, а для линейных систем – необходимое и достаточное.

### *Постановка задачи*

Этот метод применяется для динамических объектов, модель которых может быть записана в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx_i(\tau)}{d\tau} = f_i [x_1(\tau), \dots, x_n(\tau); u_1(\tau), \dots, u_m(\tau)] \quad (7.150)$$

с заданными начальными

$$x_i(0) = x_{i,0} \quad (7.151)$$

и конечными условиями  $x_i(\tau_k) = x_{i,k}$ . (7.152)

Здесь  $f_i$  – известные функции аргументов  $x_i, u_i$ .

Наряду с фазовыми координатами  $x_i(\tau)$  в уравнения движения системы входят также управляющие воздействия  $u_i(\tau)$ , которые могут произвольным образом изменяться в некоторых пределах, определяемых системой ограничений  $U(\tau) \in G_u$ .

Уравнения (7.150)–(7.152) в векторной форме можно записать следующим образом:

$$\frac{dX}{d\tau} = f [X(\tau), U(\tau)]; \quad (7.153)$$

$$X(0) = X_0; \quad (7.154)$$

$$X(\tau_k) = X_k. \quad (7.155)$$

Уравнение (7.150) не содержит в явном виде время  $\tau$ , оно описывает так называемые стационарные объекты. Уравнения нестационарных объектов (7.91), для которых время явно входит в функцию  $f_i$ , можно привести к виду (7.150), если вместо переменной  $\tau$  рассматривать условную координату  $x_{n+1}$ , заданную дифференциальным уравнением

$$\frac{dx_{n+1}}{d\tau} = f_{n+1} = 1 \quad (7.156)$$

с начальным условием  $x_{n+1}(0) = 0$ . При этом размерность пространства состояний станет равной  $n+1$ .



Изменение управляющих воздействий  $U(\tau)$  приводит к тому, что траектория объекта в фазовом пространстве изменяется. Причём траектории  $X(\tau)$  и  $U(\tau)$  должны быть такими, чтобы удовлетворить заданным ограничениям и достичь заданной цели при минимуме функционала

$$Z[X(\tau), U(\tau)] = \int_0^{\tau_k} f_0[X(\tau), U(\tau)] d\tau \rightarrow \min_{U(\tau) \in G_u}, \quad (7.157)$$

где  $f_0[X(\tau), U(\tau)]$  – заданная функция.

В качестве такого функционала обычно выбирают всякого рода затраты на процесс управления. В частности, при  $f_0 = 1$  получаем

$$Z[X(\tau), U(\tau)] = \int_0^{\tau_k} d\tau = \tau_k \rightarrow \min_{U(\tau) \in G_u}, \quad (7.158)$$

т.е. время перехода системы из состояния  $X_0$  в  $X_k$  должно быть минимальным. Такая задача носит название задачи о максимальном воздействии системы.

Примером типичной задачи такого рода является задача крановщика. Необходимо перенести груз из одной точки в другую за минимальное время. Крановщик располагает управлением, т.е. кран может двигаться в одну ( $u = -1$ ) или в другую ( $u = 1$ ) сторону или остановиться ( $u = 0$ ). Неопытный крановщик тем и отличается, что обычно «раскачивает груз» и долго не может его «успокоить». Оптимальное управление  $u^*(\tau)$  позволит ему за минимальное время  $\tau$  остановить груз точно в заданной точке.

### *Характеристика алгоритма решения*

Принцип максимума позволяет задачу (7.150)–(7.157) свести к задаче максимизации функции Гамильтона:

$$H[U(\tau)] = \psi_0 \cdot f_0[X(\tau), U(\tau)] + \sum_{i=1}^n \psi_i(\tau) \cdot f_i[X(\tau), U(\tau)] \rightarrow \max; \quad (7.159)$$

при ограничениях

$$U(\tau) \in G_u, \quad (7.160)$$

где  $\psi_i(\tau)$  – система вспомогательных функций, которые являются решением системы  $2n+1$  дифференциальных уравнений вида

$$\frac{d\psi_i(\tau)}{d\tau} = -\frac{\partial H}{\partial x_i};$$

или

$$\frac{d\psi_i(\tau)}{d\tau} = -\sum_{j=0}^n \psi_j(\tau) \cdot \frac{\partial f_j[X(\tau), U(\tau)]}{\partial x_i}; \quad i = 0, 1, \dots, n; \quad (7.161)$$

$$\frac{dx_i(\tau)}{d\tau} = \frac{\partial H}{\partial \psi_i} \quad \text{или} \quad \frac{dx_i}{d\tau} = f_i[X(\tau), U(\tau)]; \quad i = 1, \dots, n; \quad (7.162)$$

с начальными условиями

$$X(0) = X_0; \quad \psi_i(0) = c_i; \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (7.163)$$

Эта задача интересна тем, что максимизация может производиться в каждый момент времени  $\tau$ , т.к.  $H(U)$  – не функционал, а функция и задача максимизации осуществляется по управлению  $U(\tau)$ .

Учитывая, что  $d\psi_0/d\tau = 0$ , вспомогательная функция всегда будет представлять собой неположительную константу, которую можно принять равной  $-1$ , в предположении, что  $f_0[X(\tau), U(\tau)] > 0$ .

Решение этой задачи при заданных начальных условиях (7.163) теоретически не представляет труда. Действительно, решение сводится к интегрированию системы дифференциальных уравнений (7.161), (7.162) и решению задачи оптимизации (7.159) на каждом шаге интегрирования (например, методом градиентов, симплекс-методом, покоординатной оптимизации и т.д.).

Теперь рассмотрим вопрос о попадании в заданную точку  $X_k$ . Очевидно, что состояние  $X(\tau)$  системы в момент  $\tau_k$  определяется начальными условиями  $C = (c_0, \dots, c_n)$ , заданными (7.163), т.е. в результате решения задачи получаем  $X(\tau, C)$  в зависимости от значений  $C$ . Теперь задача определения начальных условий может формулироваться просто: их нужно подобрать  $C$  так, чтобы  $X(\tau, C) = X_k$ . Но зависимость неявна, она получается алгоритмически в результате решения задачи; поэтому процедуру определения  $C$  естественно свести к решению минимизационной задачи

$$Q(C) = [X(\tau_k, C) - X_k]^2 \rightarrow \min, \quad (7.164)$$

т.е. нужно подобрать такие начальные условия  $C$ , чтобы функция невязки  $Q(C)$  была минимальной (в идеале равной нулю). Эту задачу следует опять же решать поисковыми методами. При определе-

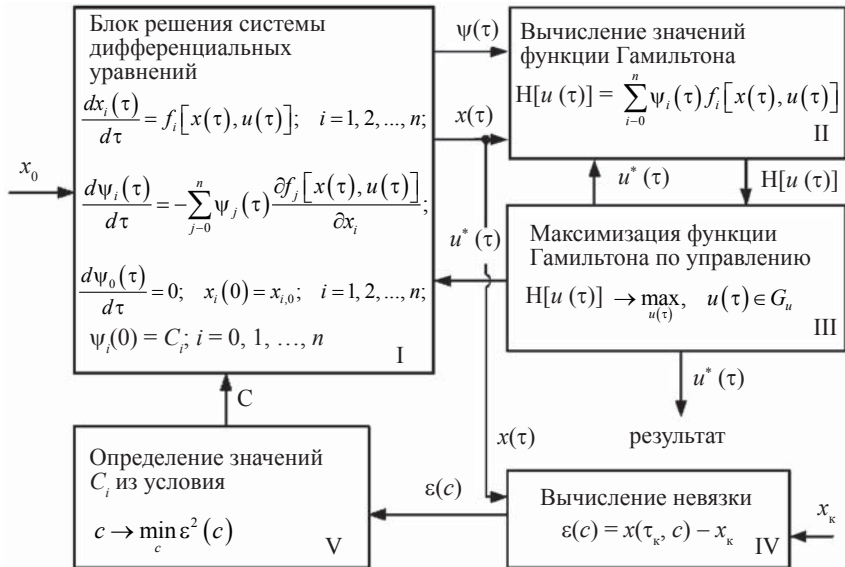


Рис. 7.16. Последовательность решения задач принципом максимума

нии  $C$  такого, что  $Q(C) = 0$ , получаем решение задачи в виде оптимального управления  $U^*(\tau)$ .

Рассмотрим схему реализации вычислений по принципу максимума. Она показана на рис. 7.16. Здесь I – блок решения системы дифференциальных уравнений (7.161), (7.162), на вход которого подаются управление  $U(\tau)$  и начальные условия  $C$  и  $X_0 = (x_{1,0}, x_{2,0}, \dots, x_{n,0})$ . Решение этой системы уравнений  $X(\tau)$  и  $\Psi(\tau)$  подаётся на блок II, где вычисляется значение функции Гамильтона по формуле (7.159), которая все время максимизируется блоком III по управлению  $U(\tau)$  с учетом ограничений  $U(\tau) \in G_u$  – это контур быстрой оптимизации. Имеется контур медленной оптимизации, в котором вычисляется невязка  $\varepsilon = [X(\tau_k, C) - X_k]$  (блок IV) решается задача минимизации невязки  $[X(\tau_k, C) - X_k]^2$  путём изменения начальных условий (блок V). Решение такой задачи на современных компьютерах в принципе не представляет труда.

Построение оптимальной траектории может осуществляться путём разделения времени на малые интервалы  $\Delta\tau$  и определения оптимальных значений  $U$  по условию получения максимума значений  $H$  последовательно для начального, а затем для очередных

дискретных моментов времени, разделённых интервалом  $\Delta t$ . Искомое оптимальное управление  $U^*(\tau)$  находится методом последовательных приближений посредством задания разных значений  $\Psi(0)$  до тех пор, пока не будет получена оптимальная траектория, проходящая через заданную точку.

При использовании компьютеров этот процесс может быть автоматизирован путём организации поиска  $\Psi(0)$  по условию минимизации расстояния от заданной конечной точки до определяемых траекторий при одновременной максимизации гамильтониана  $H$  на интервалах  $\Delta t$ .

Заметим, однако, что принцип максимума позволяет иногда выбирать оптимальный вектор управления  $U^*(\tau)$  непосредственно по виду зависимости скалярной величины  $H$  от вектора-функции  $U(\tau)$  и тем самым обойтись без решения сложной задачи на условный экстремум.

Так, в частном случае, когда функции  $f_i$  и  $f_0$  не зависят явно от времени  $\tau$ , максимальное значение  $H^*$ , соответствующее оптимальному управлению  $U^*(\tau)$ , является константой на всем интервале  $0 \leq \tau \leq \tau_k$  [40], т.е.

$$H^* = H^*[\Psi^*(\tau), U^*(\tau), X^*(\tau)] = \text{const.} \quad (7.165)$$

Когда же конечный момент времени не задан, то  $H^*$  равна нулю:

$$H^* = \sum_{i=1}^n \psi_i(\tau_k) \cdot f_i[X^*(\tau_k), U^*(\tau_k)] - f_0[X^*(\tau_k), U^*(\tau_k)] = 0. \quad (7.166)$$

При этом время оптимизации процесса можно найти из этого условия.

Дадим физическое пояснение соотношению (7.165). Применительно к механическим объектам управления функции  $f_i$  означают обобщённые скорости движения, функции  $\psi_i$  – обобщённые импульсы (количество движения), а гамильтониан  $H$  выражает полную механическую энергию, равную сумме кинетической и потенциальной энергии. Как известно, полная энергия консервативной механической системы остаётся в процессе движения неизменной, т.е. её изменение равно нулю. Всякое уменьшение полной энергии будет свидетельствовать о диссипативных потерях (на трение и т.д.) и, следовательно, о неоптимальности движения. Именно поэтому гамильтониан  $H$  согласно принципу максимума должен быть максимальным.

Принцип максимума позволяет решать задачи и с незакрепленными концами  $X_0$  и  $X_k$ . В этом случае должны быть сформулированы условия, определяющие множество, которому принадлежат начальные и конечные значения фазовых координат  $X_0 \in G_x$  и  $X_k \in G_{xk}$ .

**Принцип максимума в задаче о максимальном (предельном) быстродействии**

Рассмотрим формулировку принципа максимума применительно к задаче о предельном быстродействии системы. Для этого случая время  $\tau_k$  не фиксировано, а функционал равен

$$Z[X(\tau), U(\tau)] = \tau_k, \text{ т.к. } f_0[X(\tau), U(\tau)] \equiv 1. \quad (7.167)$$

Функция Гамильтона

$$H[U(\tau)] = \psi_0(\tau) + \sum_{i=1}^n \psi_i(\tau) \cdot f_i[X(\tau), U(\tau)]. \quad (7.168)$$

Поскольку  $\psi_0 = \text{const}$ , максимум  $H[U(\tau)]$  реализуется одновременно с максимумом функции

$$H'[U(\tau)] = \sum_{i=1}^n \psi_i(\tau) \cdot f_i[X(\tau), U(\tau)] \rightarrow \max_{U(\tau) \in G_U}. \quad (7.169)$$

Итак, для оптимального по быстродействию управления необходимо существование ненулевой, непрерывной вектор-функции

$$\Psi(\tau) = [\psi_1(\tau), \dots, \psi_n(\tau)], \quad (7.170)$$

составляющие которой удовлетворяют системе

$$\frac{d\psi_i(\tau)}{d\tau} = -\frac{\partial H'}{\partial x_i}, \quad \frac{dx_i}{d\tau} = \frac{\partial H'}{\partial \psi_i}. \quad (7.171)$$

При этом функция Гамильтона

$$H'[U(\tau)] = \sum_{i=1}^n \psi_i(\tau) \cdot f_i[X(\tau), U(\tau)] \rightarrow \max_{U(\tau) \in U_U} \quad (7.172)$$

достигала для каждого значения времени на интервале  $0 \leq \tau \leq \tau_k$  максимума по  $U(\tau)$  при выполнении ограничений  $U(\tau) \in G_u$ .

Следует отметить, что принцип максимума является необходимым и достаточным условием оптимальности только для линейных систем. В общем случае для нелинейных объектов он даёт только необходимое условие. Это означает, что с его помощью находится

не оптимальное управление, а некоторая суженная группа допустимых управлений. Искомое оптимальное управление, если оно существует, будет находиться именно в этой группе.

***Оптимальное по быстродействию управление  
при наличии детерминированных воздействий***

На практике часто необходимо найти оптимальное по быстродействию управление в условиях ограничений, присущих реальным устройствам управления. Так, в электрических системах эти ограничения обусловлены прежде всего ограничениями по допустимой мощности источников питания, насыщением магнитных цепей, допустимыми плотностями токов и т.д.

Рассмотрим задачу выбора оптимального по быстродействию управления с помощью принципа максимума.

Представим уравнение объекта в векторной форме

$$\frac{dX}{d\tau} = \varphi(X) + BU, \quad (7.173)$$

где  $U$  – управляющее воздействие;  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $\varphi(\varphi_1, \dots, \varphi_n)$  и  $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$  – векторы. Функции  $\varphi$  считаем дифференцируемыми.

Ограничение принимаем в виде

$$|U| \leq u_{\text{пр}} \quad (7.174)$$

Согласно (7.172) гамильтониан

$$H'[U(\tau)] = \sum_{i=1}^n \psi_i(\tau) \cdot f_i[X(\tau), U(\tau)] \rightarrow \max_{U(\tau) \in G_U}; \quad (7.175)$$

$$H' = \psi\varphi(X) + \psi BU. \quad (7.176)$$

В (7.176) от  $U$  зависит только второе слагаемое, поэтому с учетом (7.174) максимум  $H'$  будет при

$$U = u_{\text{пр}} \text{sign}(B\psi) = u_{\text{пр}} \text{sign} \sum_{i=1}^n b_i \psi_i. \quad (7.177)$$

Отсюда следует, что  $U$  все время имеет предельное значение  $u_{\text{пр}}$ . Следовательно, релейный характер оптимального по быстродействию управления справедлив для общего случая нелинейного объекта, определяемого уравнением (7.173).

В частном случае для линейного объекта (7.173) принимает вид

$$\frac{dx_i}{d\tau} = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + b_i u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.178)$$

Согласно (7.171) сопряжённые уравнения записываются как

$$\frac{d\psi_i}{d\tau} = -\sum_{k=1}^n a_{ki}\psi_k, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (7.179)$$

поскольку в соответствии с (7.178)

$$\frac{df_k(\tau)}{dx_i} = a_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.180)$$

Если характеристическое уравнение объекта, соответствующее дифференциальным уравнениям (7.178), при  $U = 0$  имеет все действительные корни, то действительными будут корни и характеристического уравнения, соответствующего сопряжённым уравнениям (7.179). Это означает, что решение (7.179) имеет вид суммы экспоненциальных составляющих:

$$\psi_i(\tau) = \sum_{j=1}^n C_{ij} e^{a_j \tau}, \quad (7.181)$$

где  $a_j$  — действительные числа;  $C_{ij}$  — постоянные интегрирования. Следовательно, согласно (7.177)

$$U = u_{\text{пр}} \text{sign} \sum_{i=1}^n b_i \sum_{j=1}^n C_{ij} e^{a_j \tau} = u_{\text{пр}} \text{sign} \sum_{j=1}^n B_j e^{a_j \tau}, \quad (7.182)$$

где

$$B_j = \sum_{i=1}^n b_i C_{ij}. \quad (7.183)$$

Сумма  $n$  экспонент, входящая в (7.182), как известно, может переходить через ноль не более  $n-1$  раз. Следовательно, число интервалов постоянства знака управления  $u(\tau)$ , оптимального по быстродействию, будет не более порядка линейной системы  $n$ .

При ограничении не только входной переменной  $U$ , но и любого числа промежуточных переменных уравнения объекта число интервалов оптимального управления будет больше. Можно показать, что оно будет

$$k = [(n - m) + 1][(m - 1) + 1] \dots - 1, \quad (7.184)$$

где  $n$  – порядок уравнения объекта;  $m, l$  – порядки уравнений, связывающих  $X$  с другими ограничениями по значению промежуточными переменными.

Таким образом, при ограничении наряду с  $U$  ещё и промежуточных переменных объекта оптимальный переходный процесс состоит из интервалов, в каждом из которых  $U$  или какая-либо другая ограниченная величина имеет предельное значение.

Однако оптимальное управление далеко не для всех критериев, типов ограничений и объектов оказывается релейным. В частности, нерелейным получается управление для критерия, минимизирующего энергию управления, а также для интегральных критериев качества переходных процессов.

Методы синтеза оптимальных систем управления различны для разомкнутых и замкнутых систем. Синтез разомкнутых систем сводится к нахождению оптимальной программы управления  $U^*(\tau)$ , которая заранее задаётся в программном устройстве.

Синтез оптимальной замкнутой системы автоматического управления заключается в нахождении алгоритма управления в виде зависимости  $U^*(\tau)$  от  $X(\tau)$ . В общем случае решение такой задачи значительно сложнее, чем решение задачи нахождения оптимальных функций времени  $U^*(\tau)$  и  $X^*(\tau)$ . Прямой синтез оптимального алгоритма управления очень сложен и не существует общего метода её решения. В связи с этим удаётся чаще всего найти лишь класс функций, к которым относится оптимальный оператор.

Синтез разомкнутых систем управления с заранее неизвестными изменяющимися внешними воздействиями сводится к определению алгоритма расчёта оптимального управления  $U^*(\tau)$  при произвольных значениях внешних воздействий, которые затем вводятся в вычислительные устройства систем в процессе работы. В простейших случаях этот алгоритм удаётся свести к выбору программы из набора заранее рассчитанных стандартных программ. Этот приём оказывается особенно удобным, когда все многообразие внешних воздействий может быть сведено к конечному числу типовых воздействий. В этом случае задача вычислительного устройства заключается в распознавании типа воздействия и включении соответствующей ему оптимальной программы управления объектом.



Синтез оптимальных систем автоматического управления по одному, хотя и важному, критерию при учёте остальных требований к системе в виде ограничений не даёт полного оператора устройства управления. Так, при синтезе рассмотренных выше оптимальных по быстродействию систем управления не учитывалось обязательное требование обеспечения устойчивости установившихся режимов работы. Действительно, оптимальное по быстродействию управление является релейным, и если оно оказывается двухпозиционным, то после окончания оптимального переходного процесса в системе возникнут автоколебания. Они смогут быть малыми по амплитуде и поэтому допустимы, однако часто с ними приходится бороться. Для этого устройство управления, синтезированное для обеспечения оптимального управления, необходимо изменить из соображения устойчивости. Это может быть сделано, например, путём введения в релейное устройство управления зоны нечувствительности, что, однако, приведёт к снижению точности.

Как правило, оператор оптимального устройства управления оказывается очень сложным для реализации. Вместе с тем обычно имеется возможность существенного упрощения устройства управления ценой практически незначительного отхода от условий оптимальности. В результате получаются системы управления, близкие к оптимальным, т.е. квазиоптимальные. Квазиоптимальные системы могут быть получены путём упрощения предварительно найденного строго оптимального оператора устройства управления или синтезом оптимального оператора для предварительно упрощённого объекта и введением упрощающих ограничений на вид искомого оператора.

Проиллюстрируем методику решения задач оптимального управления с использованием принципа максимума на сравнительно простом примере.

### ***Использование принципа максимума для решения задачи об оптимальном быстродействии рольганга***

Назначение рольганга – переместить из точки  $A$  слиток, имеющий в этой точке некоторую скорость  $v_A$ , в точку  $B$ , обеспечив в ней скорость  $v_B$  (рис. 7.17).

На слиток в направлении перемещения действует единственная сила  $F$ , передаваемая от роликов рольганга к слитку посредством трения. Ясно, что сила  $F$  не может превышать предельной силы трения, возникающей при проскальзывании роликов по слитку. Для слитка массы  $m$ , коэффициента трения между слитком

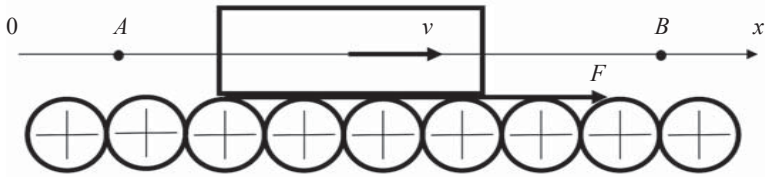


Рис. 7.17. Слиток на рольганге

и роликами  $f$  при ускорении свободного падения  $g$ , ограничение на ресурс управления  $F$  будет представлено следующим образом:

$$-mgf \leq F \leq mgf. \quad (7.185)$$

Дифференциальное уравнение движения слитка будет представлено в виде

$$m \frac{d^2 x}{d\tau^2} = F \quad (7.186)$$

с заданным начальным условием  $x = x_A$ ,  $v = v_A$  и предписанным конечным состоянием  $x = x_B$ ,  $v = v_B$ . Найдём, каким образом должна изменяться сила  $F$  во времени, чтобы обеспечить перевод слитка из состояния  $A$  в состояние  $B$  за наименьшее время. Для этого сначала приведём описание движения слитка к безразмерной форме. В качестве характерного размера рольганга примем расстояние между точками  $A$  и  $B$ , обозначив его буквой  $l$ . Поделив левую и правую части (7.185) на  $mgf$ , а числитель и знаменатель левой части ещё на  $l$ , получим дифференциальное уравнение движения в безразмерном виде:

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = u, \quad (7.187)$$

где  $x_1$  – фазовая координата,  $x_1 = \frac{x}{l}$ ,  $t = \tau \sqrt{\frac{fg}{l}}$ ;

$u$  – управление,  $u = \frac{F}{mgf}$ .

Нетрудно заметить, что вследствие (7.185)  $|u| \leq 1$ . Понизим порядок дифференциального уравнения (7.187), введя обозначение

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = u.$$

Здесь фазовые координаты  $x_1$  и  $x_2$  – безразмерные координата и скорость соответственно. Скорость слитка  $v$  связана с  $x_2$  следующим образом:

$$v = \frac{dx}{d\tau} = \sqrt{fgl} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \sqrt{fgl}. \quad (7.188)$$

Таким образом, получили модель в виде системы дифференциальных уравнений

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = u, \quad t_\alpha \leq t \leq t_\beta, \quad (7.189)$$

где  $t_\alpha$  – безразмерное время начала перемещения;  $t_\beta$  – конца перемещения, при начальных условиях

$$x_1(t_\alpha) = x_1^\alpha = \frac{x_A}{l}, \quad x_2(t_\alpha) = x_2^\alpha = \frac{v_A}{\sqrt{fgl}}, \quad (7.190)$$

предписанном конечном состоянии

$$x_1(t_\beta) = x_1^\beta = \frac{x_B}{l}, \quad x_2(t_\beta) = x_2^\beta = \frac{v_B}{\sqrt{fgl}}, \quad (7.191)$$

и ограничениях на управление

$$|u| \leq 1. \quad (7.192)$$

В полученных обозначениях оптимизационная задача формулируется следующим образом:

Найти такое управление  $u^*(t)$  и соответствующую ему фазовую траекторию  $x^*(t)$ , чтобы при удовлетворении ограничений (7.192) перевести объект управления из начального состояния (7.190) в конечное состояние (7.191) за наименьшее время

$$Z = t_\beta - t_\alpha. \quad (7.193)$$

Для завершения оптимизационной модели представим целевую функцию (7.193) в интегральной форме:

$$Z = \int_{t_\alpha}^{t_\beta} f_0 dt, \quad f_0 \equiv 1. \quad (7.194)$$

Условие перевода объекта управления в предписанное состояние  $x = x_B$ ,  $v = v_B$  в соответствии с (7.191) представляется в виде

$$F_1 = x_1(t_\beta) - x_1^\beta = 0, F_2 = x_2(t_\beta) - x_2^\beta = 0. \quad (7.195)$$

Полученная оптимизационная модель (7.189)–(7.195) является частным случаем задачи оптимального управления – задачей максимального быстродействия. Следуя принципу максимума, строим систему, сопряжённую системе (7.189):

$$\frac{d\psi_1}{dt} = 0, \quad \frac{d\psi_2}{dt} = 0 - \psi_1.$$

Интегрируя её, получаем

$$\psi_1(t) = C_1,$$

$$\psi_2(t) = C_2 - C_1 t, \quad (7.196)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – постоянные. Учёт условий для сопряжённой системы при  $t = t_\beta$  не уменьшает количество постоянных, поэтому обозначения  $C_1$  и  $C_2$  сохраним в дальнейших рассуждениях.

Функция Гамильтона, соответствующая (7.189) и (7.196), будет представлена выражением:

$$H = \psi_1 x_2 + \psi_2 u(t)$$

или

$$H^* = C_1 x_2 + (C_2 - C_1 t) u(t). \quad (7.197)$$

$\psi_0 = 1$ , поскольку в функцию  $f_0 \equiv 1$  не входит управление  $u$ . В соответствии с принципом максимума оптимальное управление  $u^*(t)$  должно сообщать максимальное значение функции Гамильтона при всех  $t$ ,  $t_\alpha \leq t \leq t_\beta$ . Из формулы (7.197) просто следует, что максимум  $H^*$  по  $u(t)$  достигается, если  $\psi_2$  и  $u(t)$  имеют одинаковый знак, а  $u(t)$  приобретает наибольшее абсолютное значение. Тогда, в соответствии с ограничениями (7.192), если  $\psi_2(t) > 0$ , то  $u^* = +1$ , а при  $\psi_2(t) < 0$  имеем  $u^* = -1$ , т.е.

$$u^*(t) = \text{sign}\psi_2(t) = \text{sign}(C_2 - C_1 t). \quad (7.198)$$

Функция  $\psi_2(t)$  на всем числовом интервале может лишь один раз изменить знак, следовательно, и управление  $u^*(t)$  может изменить знак не более одного раза. С позиции аппаратной реализации управления изменение  $u^*(t)$  имеет смысл переключения. Момент переключения зависит от условий  $x^\alpha$  и  $x^\beta$ . Рассмотрим общий случай, когда  $u^*(t)$  на интервале  $t_\alpha \leq t \leq t_\beta$  имеет переключение. Построим фазовую траекторию. Интегрируя систему (7.189) при  $u^* = +1$ , получим

$$\begin{aligned}x_2^+ &= t + C_3; \\x_1^+ &= \frac{1}{2}t^2 + C_3t + C_4,\end{aligned}$$

а при  $u^* = -1$  результат таков:

$$\begin{aligned}x_2^- &= -t + C_5; \\x_1^- &= -\frac{1}{2}t^2 + C_5t + C_6,\end{aligned}$$

где  $C_3, C_4, C_5, C_6$  – постоянные интегрирования. Они исключаются из четырёх граничных условий при  $t = t_\alpha$  и  $t = t_\beta$ :

$$\begin{aligned}C_3 &= x_2^\alpha - t_\alpha; \\C_4 &= x_1^\alpha - \frac{1}{2}t_\alpha^2 - C_3t_\alpha; \\C_5 &= x_2^\beta - t_\beta; \\C_6 &= x_1^\beta + \frac{1}{2}t_\beta^2 - C_5t_\beta.\end{aligned}$$

Окончательно имеем:

$$x_2^+ = (t - t_\alpha) + x_2^\alpha, \quad (7.199)$$

$$x_1^+ = \frac{1}{2}(t - t_\alpha)^2 + x_2^\alpha(t - t_\alpha) + x_1^\alpha, \quad (7.200)$$

$$x_1^- = -(t - t_\beta) + x_2^\beta, \quad (7.201)$$

$$x_1^- = -\frac{1}{2}(t - t_\beta)^2 + x_2^\beta(t - t_\beta) + x_1^\beta. \quad (7.202)$$

Это оптимальная фазовая траектория. Наименьшее время  $Z^* = (t_\beta - t_\alpha)^*$  и момент переключения  $t = t_n$  можно найти из условия непрерывности перемещения и скорости движения в момент переключения:

$$x_1^+(t_n) = x_1^-(t_n),$$

$$x_2^+(t_n) = x_2^-(t_n).$$

Если обозначить разность скоростей на концах траектории  $\Delta x_2$ ,

$$\Delta x_2 = x_2^\beta - x_2^\alpha,$$

то

$$t_n = t_\alpha + \frac{\Delta x_2}{2} + \frac{Z^*}{2}, \quad (7.203)$$

$$Z^* = -(x_2^\alpha + x_2^\beta) + 2\sqrt{\frac{(x_2^\alpha)^2 + (x_2^\beta)^2}{2}} + x_1^\beta - x_1^\alpha. \quad (7.204)$$

Исключая из уравнений (7.199)–(7.202) время  $t$ , получим связь между фазовыми координатами – фазовую траекторию.

$$x_2^+ = \sqrt{2(x_1^+ - x_1^\alpha) + (x_2^\alpha)^2}, \quad (7.205)$$

$$x_2^- = \sqrt{2(x_1^\beta - x_1^-) + (x_2^\beta)^2}. \quad (7.206)$$

Рассмотрим два простых случая.

*Случай 1.* Скорости слитка в начале и конце траектории равны нулю:

$$x_2^\alpha = x_2^\beta = 0,$$

тогда

$$t_n = t_\alpha + \frac{Z^*}{2}.$$

Поскольку было принято  $x_B - x_A = l$  то  $x_1^\beta - x_1^\alpha = 1$ , и из (7.204) следует  $Z^* = 2$ . Момент переключения  $t_n = t_\alpha + 1$ , а безразмерные фазовые координаты точки переключения будут, соответственно  $x_1^n = x_1^\alpha + \frac{1}{2}$  и  $x_2^n = 1$  (рис. 7.18).

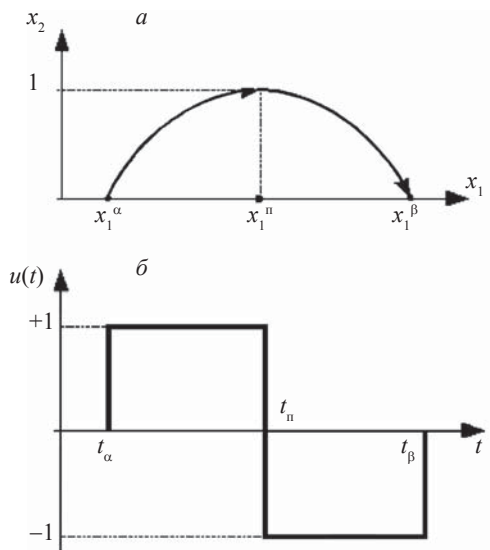


Рис. 7.18. Фазовая траектория (а) и оптимальное управление (б) для случая 1

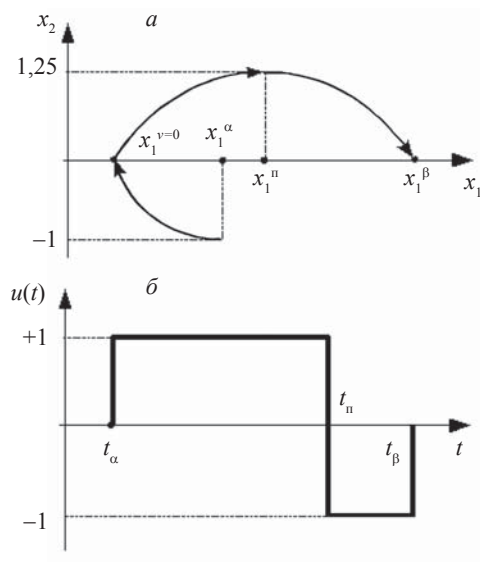


Рис. 7.19. Фазовая траектория (а) и оптимальное управление (б) для случая 2

*Случай 2.* Скорость слитка в конце траектории равна нулю и  $x_2^\beta = 0$ , а в начале направлена в противоположном направлении:

$$v_A = -\sqrt{fgl}, \text{ т.е. } x_2^\alpha = -1.$$

Тогда из (7.204) следует  $Z^* = 1 + 2\sqrt{1,5}$ . Момент переключения  $t_n = t_\alpha + 1 + \sqrt{1,5}$ , а безразмерные фазовые координаты точки переключения – соответственно  $x_1^n = x_1^\alpha + 0,25$  и  $x_2^n = 1,25$  (рис. 7.19). Слиток будет с торможением удаляться от заданной конечной координаты, пока его скорость не станет равной нулю, затем изменит направление движения и начнёт разгоняться. Разгон будет продолжаться до точки переключения, которая на этот раз будет отстоять от начального положения слитка всего на четверть длины  $l$ .

От фазовых координат в безразмерной форме легко перейти к натуральным. Например, по формуле (7.188) для скорости слитка получим  $v_{\max} = \sqrt{fgl}$ . Аналогично можно найти натуральные значения

координаты слитка  $x$  и времени  $\tau$ .

Нужно отметить, что рассмотренная задача очень проста и предназначена главным образом для иллюстрации использования принципа максимума. На практике подобные задачи формулируются намного сложнее, но порядок решения и общие правила отыскания оптимального управления остаются неизменными.



## ГЛАВА 8. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И РЕАЛИЗАЦИИ ПАКЕТОВ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ В АСУ ТП

### 8.1. Особенности программного обеспечения

#### *Модель жизненного цикла программного обеспечения*

Одним из базовых понятий методологии проектирования информационных систем (ИС) является понятие жизненного цикла ее программного обеспечения. Жизненный цикл программного обеспечения – это непрерывный процесс, который начинается с момента принятия решения о необходимости его создания и заканчивается в момент его полного изъятия из эксплуатации.

К настоящему времени наибольшее распространение получили следующие две основные модели жизненного цикла программного обеспечения (ПО):

- каскадная модель;
- спиральная модель.

Основной характеристикой *каскадной модели* является разбиение всей разработки на этапы, причём переход с одного этапа на следующий происходит только после того, как будет полностью завершена работа на текущем (рис. 8.1).

Каскадный подход хорошо зарекомендовал себя при построении программного обеспечения, для которого в самом начале разработки можно достаточно точно и полно сформулировать все требования. Однако реальный процесс создания ПО никогда полностью не укладывается в такую жесткую схему. Опыт разработки программного обеспечения в области моделирования сложных металлургических процессов показывает, что в процессе создания программного продукта постоянно возникает потребность в возврате к предыдущим

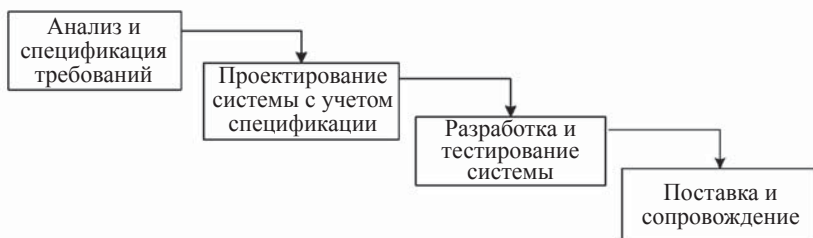


Рис. 8.1. Каскадная модель разработки программного обеспечения

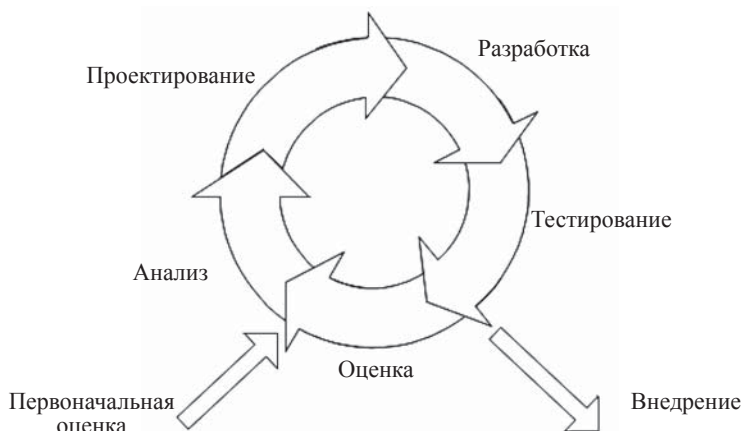


Рис. 8.2. Спиральная модель разработки программного обеспечения

этапам и уточнении или пересмотре ранее принятых решений. Поэтому в настоящем учебном пособии рекомендуется выбирать *спиральную модель* жизненного цикла (рис. 8.2), для которой характерно большее выделение ресурсов на начальные этапы разработки – анализ и проектирование. На этих этапах создаются прототипы будущего программного продукта. Каждый очередной фрагмент или версию программы следует передавать технологическому персоналу для тестирования и анализа (выдвижения дополнительных требований). По результатам тестирования уточняются функциональные требования, а также требования к интерфейсу и, как следствие, планируются дальнейшие работы.

Разработка итерациями позволит переходить на следующий этап создания программного продукта, не дожидаясь полного завершения работы на текущем. Главная задача состоит в том, чтобы как можно быстрее показать пользователям системы работоспособную версию продукта, тем самым, активизируя процесс уточнения и дополнения требований.

### *Основные этапы создания программного обеспечения*

Первым этапом разработки программного продукта зачастую становится анализ и спецификация требований. На данном этапе на языке предметной области формулируются и документируются требования к функциональности системы её интерфейсу и надёжности.

Далее на этапе проектирования системы выполняется описание архитектуры программного продукта, с точки зрения технической реализации выбирается среда разработки, определяются основные объекты системы, интерфейсы взаимодействия между ними, помимо этого фиксируются значимые решения по структурным элементам и их логическое обоснование.

На следующем этапе с использованием выбранной среды разработки создаётся прототип программного приложения, а также после нескольких итераций уточнений и дополнений требований формируется окончательная версия продукта. Параллельно с разработкой проводится тестирование, как отдельных функций, так и системы в целом.

Практически на всех этапах разработки программного обеспечения рекомендуется использовать CASE-инструмент, например Enterprise Architect фирмы Sparx Systems. Enterprise Architect – это UML-ориентированный CASE-инструмент для выполнения моделирования, конструирования и управления процессом разработки программного обеспечения. С помощью Enterprise Architect осуществляется:

- формирование спецификации требований;
- разработка UML диаграммы классов;
- моделирование интерфейса пользователя;
- ведение и управление списком текущих задач.

Для разработанного программного обеспечения целесообразно определить следующие *показатели качества*: функциональность, надёжность, производительность, лёгкость применения, сопровождаемость, расширяемость, модифицируемость и тестируемость.

*Функциональность* можно определить как основной показатель качества программного продукта. Для того чтобы соответствовать данному качеству, программа должна вести себя в соответствии с требованиями бизнес-логики, сформулированными в её функциональной спецификации.

На основе функциональной спецификации методом тестирования определяется степень завершенности программного средства.

*Надёжность* в терминах статистического поведения определяется как вероятность того, что программное обеспечение будет работать как ожидалось, в течение определённого интервала времени при заданных условиях.

Для обеспечения надёжности работы программного обеспечения и обеспечения скорости разработки следует использовать современные технологические подходы к программированию. В качестве методики разработки программного продукта рекомендуется выбирать

объектно-ориентированный подход (ООП), что даст неоспоримые преимущества – хорошо структурированный, надёжный и легко модифицируемый код программного продукта. Для ведения разработки с использованием ООП необходимо провести объектно-ориентированный анализ и декомпозицию системы. Большинство современных методов объектно-ориентированного анализа и проектирования ПО (ООАП) основаны на использовании языка UML. Унифицированный язык моделирования UML представляет собой язык для определения, представления, проектирования и документирования программных систем, организационно-экономических систем, технических систем и других систем различной природы. UML содержит стандартный набор диаграмм и нотаций самых разнообразных видов.

В основе объектно-ориентированного подхода лежит понятие объект. Объект – это некоторая структура, соответствующая объекту реального мира, его поведению. Задача, решаемая с использованием методики ООП, описывается в терминах объектов и операций над ними, а программа при таком подходе представляет собой набор объектов и связей между ними.

Использование ООП существенно повышает уровень унификации разработки и пригодность для повторного использования не только ПО, но и проектов, что, в конце концов, ведёт к сборочному созданию ПО. Системы зачастую получаются более компактными, чем их не объектно-ориентированные (структурные) эквиваленты, что означает не только уменьшение объёма программного кода, но и удешевление проекта за счёт использования предыдущих разработок. При «традиционном» процедурном программировании изменение данных или методов их обработки, приводило бы к необходимости значительного изменения кода программы, что в свою очередь приводит к увеличению вероятности ошибок и, как следствие, увеличению периода ее тестирования и отладки. Использование ООП позволило свести модификацию программы к её расширению и дополнению, что упростило разработку и отладку программного продукта.

Существенного повышения надёжности программного обеспечения позволяет добиться методика защитного программирования, включающая в себя обработку исключительных ситуаций.

Концепция защитного программирования подразумевает три основных правила:

- все входные данные нужно проверять. По умолчанию они ошибочны или даже опасны;
- код необходимо писать так, чтобы облегчить поиск ошибок;
- ошибки нужно изолировать в одном модуле, чтобы каждая из них не привела к сбою других модулей и системы в целом.

Суть её реализации заключается в следующем: для всех входных, выходных и внутренних данных объектов проводится проверка на их корректность и выполнение ограничений. В случае отрицательного результата проверки инициируется соответствующая исключительная ситуация, для обработки которой включаются фрагменты кода – обработчики соответствующих исключительных ситуаций. Эти обработчики помимо выдачи необходимой диагностической информации пользователю, могут принять меры по исключению ошибки в данных, например, потребовать их повторного ввода. Ошибочные ситуации должны обрабатываться должным образом, необходимо сообщать об этом пользователю и/или записывать лог-журнал.

*Производительность* программного продукта влияет на его масштабируемость (расширяемость), отражается на удобстве и простоте использования. В ряде случаев ПО должно обрабатывать данные в режиме реального времени и работать в темпе с производством.

Для оценки производительности применяются программные мониторы, которые собирают данные о работе программы и позволяют выявить в ней узкие места. Например, для .Net платформы широкое распространение получил продукт Performance and Memory Profiler – JetBrains. В то же время один из наиболее простых способов оценки производительности заключается в том, чтобы в начале и конце какой-либо процедуры в специальной переменной фиксировать текущее состояние системного таймера и затем вычислять время работы процедуры. Таким образом, можно сравнить различные алгоритмы и выбрать наиболее эффективный из них с точки зрения скорости работы. Также можно установить счётчик обращений к какой-либо процедуре и в случае если таких обращений много, например, внутри цикла, создать дополнительную локальную переменную и, присвоив ей результат выполнения процедуры, использовать внутри цикла.

*Лёгкость применения* – одна из наиболее существенных для пользователя характеристик программного обеспечения в период его эксплуатации. Для технологического персонала достаточно важными являются такие характеристики программного продукта, которые позволяют минимизировать усилия по подготовке исходных данных и оценке полученных результатов. Основным при этом является дружелюбный пользовательский интерфейс, реализация которого должна быть произведена в соответствии со следующими принципами:

- пользовательский интерфейс базируется на терминах и понятиях, используемых в отечественной научно-технической литературе и знакомых инженерно-технологическому персоналу;

- пользовательский интерфейс единообразен. В современной программе используется графический интерфейс, основанный на интерактивных экранных формах ввода и вывода информации, а также средствах манипулирования графическими и текстовыми объектами, представленными на экране;
- пользовательский интерфейс позволяет пользователю исправлять собственные ошибки (многоуровневая отмена ошибочно введенных данных и т.п.);
- пользовательский интерфейс позволяет получать справочную информацию.

*Сопровождаемость* – это характеристика программного обеспечения, которая позволяет минимизировать усилия по внесению в него изменений для устранения в нем ошибок и его модификации в соответствии с изменяющимися потребностями пользователей. Обеспечение сопровождаемости включает в себя обеспечение расширяемости, модифицируемости, структурированности и модульности программного средства.

*Расширяемость* обеспечивается возможностью автоматически настраиваться на конкретные условия применения программного обеспечения по информации, задаваемой пользователем. К таким условиям, главным образом, относятся настройка программного средства на определённую конфигурацию компьютера, на котором оно будет использоваться, а также выполнение требований пользователя по установке отдельных функциональных компонент программы.

*Модифицируемость* программ обеспечивается свойствами, которые облегчают внесение изменений и доработок в программное обеспечение. Эти свойства (структурированность и модульность) должны быть учтены при разработке архитектуры программного средства.

*Тестируемость.* Этот атрибут также называют проверяемостью, он показывает лёгкость, с которой программные компоненты или интегрированный продукт можно проверить на предмет дефектов. Такой атрибут крайне важен для продукта, в котором используются сложные алгоритмы и логика или имеются тонкие функциональные взаимосвязи. Тестируемость также важна в том случае, если продукт необходимо часто модифицировать, поскольку предполагается подвергать его частому регрессивному тестированию, чтобы выяснить, не ухудшают ли внесённые изменения существующую функциональность.

## 8.2. Принципы проектирования и разработки программного обеспечения

Рассмотрим некоторые существенные и общие принципы, которые положены в основу разработки программного обеспечения. Выбор принципов определяется целями, стоящими перед качеством программного обеспечения.

*Принцип разделения задач* позволил работать с различными аспектами одной и той же задачи, концентрируясь на них так, как будто это разные задачи. Разделение задач – это применение здравого смысла, которому стараются следовать в повседневной жизни для преодоления встречающихся трудностей. Этот же принцип применяется в разработке программного обеспечения для преодоления свойственной ему сложности.

Прежде всего, задачи следует разнести во времени. Данный принцип лежит в основе итеративной модели жизненного цикла программного обеспечения. Данная модель определяет последовательность действий, которую необходимо соблюдать в ходе разработки программного обеспечения. Это, как уже было упомянуто ранее, анализ и спецификация требований, проектирование, реализация и тестирование, и, наконец, поставка и сопровождение программного обеспечения.

Далее, задачи, которые менее всего связаны друг с другом, изолируются, а затем реализуются отдельно с учётом только имеющих отношение друг к другу связей. Зачастую можно определить следующую последовательность этапов разработки программного продукта:

- реализация основных алгоритмов расчёта (математическая модель, бизнес-логика);
- написание тестов;
- реализация интерфейса пользователя;
- разработка отчётов (таблиц, графиков) с возможностью экспорта в Microsoft Excel.

*Принцип модульности.* Главное преимущество модульности состоит в возможности применить принцип разделения задач на двух этапах: при работе с элементами каждого модуля отдельно (игнорируя элементы других модулей) и при работе с общими характеристиками всех модулей и отношениями между ними.

Принцип модульности применяется как при проектировании, так и при разработке программного обеспечения. Использование принципа модульности даст следующие преимущества:

- разделение системы на простые части;
- сборка системы из готовых модулей;

- интерпретация системы как состоящую из составных частей;
- модификация системы путём модификации лишь небольшого количества её частей;
- проведение автоматического модульного тестирования.

*Принцип предусмотрения изменений.* В ходе разработки программный продукт постоянно претерпевает изменения, которые обусловлены не только необходимостью устранения ошибок, не замеченных в процессе тестирования, но и необходимостью поддерживающего развития приложения по мере появления новых требований инженерно-технологического персонала или изменения старых. Для обеспечения способности программного обеспечения к развитию требуется предусмотреть, где и когда вероятно необходимость изменений. Возможные изменения изолируются в особых частях программного обеспечения таким образом, чтобы эти изменения затрагивали только эти небольшие части. Если программное приложение разрабатывается в условиях, когда изначально требования к нему сформулированы не полностью, то рассматриваемый принцип особенно важен.

*Принцип общности* состоит в решении, по возможности, более общей проблемы, которая может быть скрыта за рассматриваемой задачей. Вполне возможно, что обобщённая проблема окажется не сложнее – на самом деле, даже проще, чем исходная. Более того, весьма вероятно, что выше окажется и потенциал многократного использования алгоритма решения обобщенной задачи или такое решение уже реализовано в готовых программных продуктах.

*Принцип инкрементности.* Инкрементность характеризует процесс, который происходит пошаговым образом, приращениями. Требуемую цель пытаются достичь последовательно приближающимися аппроксимациями к этой цели. Каждая следующая аппроксимация есть приращение предыдущей.

Инкрементность используется во многих видах инженерной деятельности. В применении к программному обеспечению инкрементность означает, что требуемое приложение производится в результате процесса его постепенного развития.

Обычно применение инкрементности состоит в определении основных функций приложения, которые должны быть реализованы в первую очередь и представлены конечным пользователям с целью получения их раннего отклика. Это позволит управлять развитием приложения в условиях, когда начальные требования к нему неустойчивы и не до конца понятны. Обоснованием данного подхода является то, что невозможно выяснить все требования к приложению до тех пор, пока не разработан его прототип, который досту-



пен для практических экспериментов. Таким образом, после реализации базового набора функций, к приложению постепенно добавлялись новые возможности.

### *Методология быстрой разработки приложения*

Среди возможных подходов к разработке программного обеспечения в рамках спиральной модели жизненного цикла рекомендуется выбирать получившая в последнее время широкое распространение методология быстрой разработки приложений RAD (Rapid Application Development). Данная методология обычно применяется для относительно небольших проектов, разрабатываемых для конкретного заказчика.

Процесс разработки программного обеспечения по методологии RAD состоит из четырёх фаз:

- фаза анализа и планирования требований;
- фаза проектирования;
- фаза построения;
- фаза внедрения.

На фазе анализа и планирования требований будущие пользователи системы определяют функции, которые она должна выполнять, затем выделяют наиболее приоритетные из них, требующие проработки в первую очередь. Результатом данной фазы являются список и приоритетность функций будущего программного продукта, предварительные функциональные и информационные модели.

На фазе проектирования уточняются и дополняются требования к системе, которые не были выявлены на предыдущей фазе. На этой же фазе определяется набор необходимой документации.

На фазе построения выполняется непосредственно сама разработка приложения. Конечные пользователи на этой фазе оценивают получаемые результаты и вносят коррективы, если в процессе разработки система переставала удовлетворять определённым требованиям. Модульное тестирование системы осуществляется непосредственно в процессе разработки.

На фазе внедрения производится обучение конечных пользователей.

Итак, основные принципы методологии RAD, которые используются при построении программного продукта:

- разработка итерациями;
- необязательность полного завершения работ на каждом из этапов жизненного цикла;
- обязательное вовлечение пользователей в процесс разработки;

- использование прототипирования, позволяющее более полно и на более ранних этапах выяснить потребности пользователей;
- тестирование и развитие приложения, осуществляемые одновременно с разработкой.

### *Модульное тестирование (юнит-тестирование)*

Модульное тестирование или *юнит-тестирование* (англ. *unit test*) – это процесс, позволяющий проверить на корректность отдельные модули исходного кода программы. Идея состоит в том, чтобы писать тесты для каждой нетривиальной функции или метода. Это позволит достаточно быстро проверить, не привело ли очередное изменение кода к *регрессии*, т.е. к появлению ошибок в уже написанных и оттестированных местах программы, а также облегчает локализацию и устранение таких ошибок.

Цель модульного тестирования – изолировать отдельные части программы и показать, что по отдельности эти части работоспособны. К преимуществам модульного тестирования можно отнести следующее:

1. *Поощрение изменений.* Модульное тестирование позволяет проводить рефакторинг (процесс переписывания компьютерной программы с целью улучшения читаемости кода и общей внутренней структуры компонентов) позже, будучи уверенными, что модуль по-прежнему работает корректно (регрессионное тестирование). Это поощряет к изменениям кода, поскольку достаточно легко проверить, что код работает и после изменений.

2. *Упрощение интеграции.* Модульное тестирование помогает устранить сомнения по поводу отдельных модулей и может быть использовано для подхода к тестированию «снизу вверх»: сначала тестируются отдельные части программы, затем программа в целом.

3. *Документирование кода.* Модульные тесты можно рассматривать как «живой документ» для тестируемого класса. Клиенты, которые не знают, как использовать данный класс, могут использовать модульный тест в качестве примера.

4. *Отделение интерфейса от реализации.* Поскольку некоторые классы могут использовать другие классы, тестирование отдельного класса часто распространяется на связанные с ним.

В ходе разработки программного обеспечения должны быть сформированы наборы тестов и перед каждой передачей очередной версии программного обеспечения технологическому персоналу следует проводить автоматическое модульное тестирование. Благодаря этому этапу достигается существенное повышение качества и надёжности программного обеспечения.

### **8.3. Технология и средства разработки информационно-моделирующих систем для решения технологических задач в металлургии**

Значительную роль в успешном внедрении и использовании информационно-моделирующих систем играет качество разработанного программного обеспечения. Среди наиболее значимых показателей качества современных программных средств выделены функциональность, надёжность, лёгкость применения и сопровождаемость. Указанные показатели фиксируются во внешнем описании программного обеспечения, которое разрабатывается на основе требований заказчиков. Разработка качественного программного обеспечения информационно-моделирующих систем, невозможна без использования современных технологических подходов и компьютерных инструментальных средств.

Авторами накоплен практический опыт в ходе разработки программного обеспечения компьютерных модельных систем аглодомного производства ОАО «Магнитогорский металлургический комбинат», позволяющих более качественно использовать существующие на комбинате информационные ресурсы для анализа и прогнозирования производственных ситуаций. В основу технологического подхода к разработке программного обеспечения положена известная итерационная (спиральная) модель.

Основными преимуществами итерационного процесса перед каскадным являются:

- существенно упрощенное внесение изменений в проект при изменении требований заказчика;
- уменьшение уровня рисков;
- возможность внесения тактических изменений в проект;
- возможность использования перспективных технологических подходов к программированию.

Каждый из перечисленных процессов разработки характеризуется определёнными задачами и методами их решения, исходными данными, полученными на предыдущем этапе, и результатами.

*Проектирование.* При проектировании систем используется объектно-ориентированный подход.

Объектно-ориентированный подход к проектированию представляет собой современную методологию проектирования, соединяющую в себе процесс объектной декомпозиции и приёмы представления логической и физической, а также статической и динамической моделей проектируемой системы. Данный подход подразумевает представление системы в виде группы взаимодействующих

объектов, каждый из которых представляет некую сущность моделируемой предметной области и характеризуется классом, состоянием и поведением. В процессе проектирования для описания системы с различных точек зрения используются три типа моделей: классов, состояний и взаимодействия.

Модель классов описывает статическую структуру объектов системы и их отношения, определяет контекст разработки программы, т.е. предметную область. Цель конструирования классов состоит в том, чтобы охватить те реальные концепции, которые существенны для программного приложения. Модель классов изображается на диаграммах классов.

Модель состояний описывает аспекты объектов, связанные с течением времени и с последовательностью операций, т.е. события, связанные с изменениями, состояния, определяющие контекст событий, и упорядочение событий и состояний. Модель состояний описывает последовательности операций, происходящих в системе в ответ на внешние воздействия. Модель состояний охватывает вопросы управления – аспект системы, описывающий порядок осуществляемых операций без учёта их фактического значения, участников и реализации. Эта модель реализуется посредством диаграмм состояний.

Модель взаимодействия описывает кооперацию объектов системы для обеспечения необходимого поведения системы как целого. Построение модели начинается с анализа вариантов использования приложения, которые затем уточняются на диаграммах последовательности и диаграммах деятельности. Вариант использования описывает функциональность системы, т.е. то, что система делает для пользователей. Диаграмма последовательности изображает взаимодействие объектов и временную последовательность этого взаимодействия.

Три описанные модели являются связанными между собой составляющими полного описания системы. Для создания и документирования моделей используется нотация UML.

*Разработка.* В процессе реализации проектных решений используются системы контроля версий, управления задачами и портал проекта (рис. 8.3).

Система контроля версий позволяет организовать совместную работу группы разработчиков над одним и тем же проектом. Система контроля версий содержит последнюю версию исходных кодов проекта и позволяет одновременно вносить изменения в исходные коды проекта разными разработчиками. В качестве системы контроля версий используется среда Subversion, к основным преимуществам которой относятся:

- возможность отслеживания версии не только файлов, но и каталогов;



Рис. 8.3. Схема процесса реализации проектных решений

- публикация изменений в нескольких файлах и каталогах, как единой транзакции. Это значит, что либо в хранилище попадают все изменения, либо состояние хранилища не изменяется;
- передача между клиентом и сервером только различий в файлах при любых обновлениях версий;
- поддержка копирования, перемещения и переименования файлов с сохранением истории изменений;
- возможность задания любому файлу и каталогу произвольный набор свойств, состоящих из названия и значения. Свойства тоже находятся под управлением версиями;
- возможность одинаково эффективной работы как с текстовыми, так и с двоичными файлами;
- свободное распространение системы, лицензия аналогична Apache/BSD.

Портал проекта содержит систему управления задачами и систему ведения документации.

Система документации содержит утверждённую ранее проектную документацию. Система ведения документации основана на

системе Вики (Wiki). Вики – гипертекстовая среда (обычно веб-сайт) для сбора и структурирования письменных сведений пользователей. Характеризуется следующими признаками:

- множество авторов. Система управления доступом к материалам;
- возможность многократно править текст посредством самой вики-среды (web-сайта), без применения особых инструментов на стороне редактора;
- проявление изменений сразу после их внесения;
- разделение информации на отдельные страницы, где у каждой есть своё название;
- особый язык разметки, позволяющий легко и быстро размечать в тексте структурные элементы, форматирование, гиперссылки, списки и т.п.;
- учёт изменений (учёт версий) текста и возможность отката к ранней версии.

Система управления задачами позволяет планировать процесс разработки программного продукта, учитывать и контролировать ошибки и следить за процессом устранения этих ошибок. Первоначально в систему управления задачами заносятся задачи, которые нужно решить для реализации программного продукта. По мере разработки продукта, в систему управления задачами помещается информация об обнаруженных ошибках. Так же в эту систему помещаются «заявки» от пользователей – как сообщения об ошибках и неудобствах, так и запросы на добавление нового функционала.

Главный компонент системы управления задачами – база данных, содержащая сведения о задачах. Эти сведения могут включать в себя:

- автор задачи;
- дата и время, когда была добавлена задача;
- важность задачи;
- описание задачи;
- кто занимается решением задачи;
- состояние задачи;
- прикрепленный файл, например файл с изображением.

В процессе разработки используется система Trac, которая совмещает систему ведения документации и систему управления задачами. К основным достоинствам системы Trac относится мощная система управления ошибками, наличие движка вики, тесная интеграция с системой контроля версий Subversion, расширяемая архитектура, наличие множества готовых модулей расширений, лицензия – модифицированная BSD лицензия.

На этапе реализации проекта авторами используется принцип непрерывной интеграции. Непрерывная интеграция (англ. – Continuous Integration) – термин, относящийся к разработке программного обеспечения и обозначающий автоматизированный процесс, выполняющий частые пересборки и тесты приложения. Практически это выглядит как отдельный процесс, запущенный на сервере, который следит за изменениями на файловой системе либо в системе управления версиями и автоматически запускает полную пересборку всех модулей приложения и прогон тестов.

К основным преимуществам непрерывной интеграции относятся:

- выявление и исправление проблем интеграции непрерывно, а не в самом конце разработки;
- ранние предупреждения об испорченном/несовместимом коде;
- немедленное юнит-тестирование всех изменений;
- постоянное наличие «текущей» собранной версии – для тестирования, демонстрации, других применений.

В большинстве проектов использована система CruiseControl .Net, которая представляет из себя автоматизированный сервер непрерывной интеграции. К основным преимуществам этой системы относится:

- работа с различными системами контроля версий;
- работа с различными системами сборки проектов;
- работа с различными системами тестирования;
- наличие web-приложения для отслеживания статуса и детального отчета о сборке проектов;
- свободная лицензия схожая с лицензиями Apache и BSD.

*Отладка и тестирование.* Для автоматизированного тестирования продукта после сборки, как правило, разрабатывается набор юнит-тестов. Идея состоит в том, чтобы писать тесты для каждой нетривиальной функции или метода. Цель юнит-тестирования – изолировать отдельные части программы и показать работоспособность отдельных частей приложения. В качестве среды юнит-тестирования используется система NUnit.

При разработке информационно-моделирующих систем применялась трехзвенная архитектура (рис. 8.4).

В отличие от «классической» двухзвенной архитектуры «клиент-сервер», в трехзвенной архитектуре, помимо клиента и сервера баз данных, присутствует сервер приложений, выполняющий роль промежуточного звена.

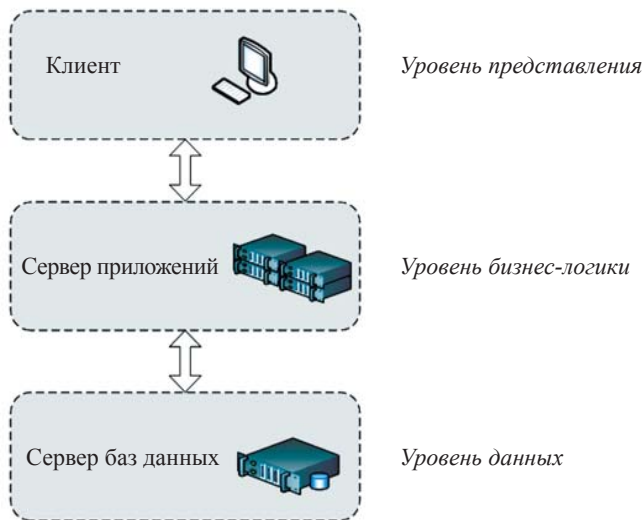


Рис. 8.4. Трёхзвенная архитектура информационно-моделирующей системы

Трёхзвенная архитектура включает в себя три уровня системы:

1. Уровень представления предназначен для предоставления графического интерфейса пользователя и для обеспечения доступа к функциональности системы. Данный уровень может быть реализован как на основе web-страниц, так и на основе «облегчённых» версий традиционных приложений.

2. Уровень бизнес-логики. На этом уровне реализуется вся функциональность системы. Он предназначен для извлечения и преобразования данных. Данный уровень реализуется с помощью таких технологий как RPC, CORBA, DCOM, Java EE и др. Однако, в последнее время все большее распространение получают SOAP и web-сервисы.

3. Уровень данных. Данный уровень предназначен для хранения данных. Данный уровень реализуется с помощью систем СУБД.

Такая архитектура имеет ряд преимуществ:

- масштабируемость;
- конфигурируемость – изолированность уровней друг от друга – позволяет быстро и простыми средствами переконфигурировать систему при возникновении сбоев или при плановом обслуживании на одном из уровней;



- повторное использование программных модулей – модуль, размещенный на сервере приложений, может использоваться одновременно многими пользователями в составе различных приложений;
- простота интеграции в существующие корпоративные информационные системы;
- высокая безопасность;
- высокая надежность;
- низкие требования к производительности и техническим характеристикам клиентов, как следствие снижение их стоимости.

## **ГЛАВА 9. СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ И РЕАЛИЗАЦИЯ СОВРЕМЕННОЙ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ИНФОРМАЦИОННО-МОДЕЛИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДОМЕННОЙ ПЛАВКОЙ**

### **9.1. Интеграция систем АСУ ТП в корпоративную информационную систему металлургического предприятия**

Опыт внедрения системы на ОАО «ММК» показал, что снабжение смежных информационных систем данными позволяет повысить эффективность функционирования всего комплекса автоматизации предприятия. Решение легко интегрируется в информационную систему предприятия, снабжая системы управления ресурсами (ERP), производством (MES) и технологическими процессами (АСУ ТП) необходимыми данными. Средства интеграции, входящие в состав программного обеспечения, преобразуют данные в необходимые форматы.

Удобный web-интерфейс, развитые средства визуализации, многопользовательские средства сопровождения справочных таблиц, возможность проектирования, создания и редактирования произвольной архитектуры данных делает работу персонала с технологической информацией лёгкой и удобной. Использование единого классификатора одной и той же продукции для целей учёта производства, настройки технологических режимов оборудования и контроля качества позволяет в значительной степени облегчить ведение справочников и нормативов. При этом каждый пользователь может работать в привычных для него условиях, руководствуясь существующими на текущий день нормативными документами. Создание дополнительных интерфейсов максимально приближенных по внешнему виду к принятым на предприятии нормативным актам, позволяет значительно облегчить пользователям восприятие и контроль содержания нормативно-справочной информации (НСИ).

Корпоративная информационная система ОАО «ММК» на базе Oracle E-Business Suite осуществляет взаимодействие с цеховыми автоматизированными системами управления производством, функционирующими на промышленной площадке комбината через специализированный программный продукт, созданный специалистами комбината, так называемый интеграционный модуль корпоративной информационной системы (КИС).

Общая схема взаимодействия корпоративной информационной системы с системами цехового уровня приведена на рис. 9.1.



Рис. 9.1. Схема взаимодействия корпоративной информационной системы с системами цехового уровня

Интеграционный модуль КИС – промежуточный слой, основной задачей которого является построение взаимодействия между системами цехового уровня и корпоративной информационной системой Oracle E-Business Suite. Интеграционный модуль обеспечивает идентичность данных источника и приёмника с заданным быстродействием, наличие механизмов контроля, а также достаточную буферизацию данных для обеспечения оперативности и надёжности обмена информацией.

Цеховые системы осуществляют формирование комплекта данных в соответствии с требованиями КИС и корректировку данных при их изменении в первоисточнике. Цеховая система обеспечивает учёт продукции и полуфабрикатов, сырья, побочной продукции, как нормативных, так и фактических с указанием спецификации и результатов тестирования качества (пробы).

Поддержание баланса прихода/расхода между агрегатами внутри цеха, товарной продукции, прочей продукции, отходов и брака, а также баланса в производственном задании производится механизмами цеховой системы.

Оперативные отчёты (с высокой степенью детализации) по текущей загрузке агрегатов, производству и качеству продукции цеха формируются на данных соответствующей цеховой системы и являются средством для принятия решения по управлению производством цеха.

Отчётность цеха для формирования результатов работы, экономических показателей цеха, бухгалтерских показателей цеха, а также сводные отчёты по ОАО «ММК» формируются на данных системы верхнего уровня КИС.

## 9.2. Структура современной автоматизированной системы управления доменной плавкой

Конечной целью разработок информационных систем, и систем управления комплексом доменных печей (цехом) в частности, является создание системы управления, которая обеспечивает нормальную работу производства в целом при минимальной себестоимости продукции с учётом ограничений, обусловленных требованиями технологии и возможностями оборудования.

При анализе работы доменной печи её следует рассматривать как управляемую технологическую систему. Упрощенный комплекс доменной печи может быть представлен схемой, приведённой на рис. 9.2.

При анализе любого технологического процесса можно выделить три основные группы переменных:

- режимные параметры, отражающие средние значения контролируемых входных воздействий при установившемся состоянии технологического процесса ( $V$ ,  $U$ );
- средние значения количественных и качественных показателей технологического процесса ( $Y$ );
- возмущения, которые условно можно разделить на внешние, приложенные к входам и выходам процесса ( $Z_{V,U}$ ,  $Z_Y$ ), и внутренние, приложенные к состоянию процесса ( $Z_X$ ).

Заметим, что количество контролируемых входных параметров  $V > 150$  (с учётом показателей химического состава и массы отдельных компонентов шихты), управляющих воздействий «сверху» и «снизу»  $U$  около 10 (система загрузки, дутьевые параметры и т.д.), основных управляемых выходных показателей процесса  $Y > 10$ .

Показателями (целевой функцией, критериями) ( $\Pi$ ) технологической эффективности работы печи, технологического персонала и информационной системы являются: удельный расход кокса, производительность печи, выход кондиционного чугуна по содержанию серы в чугуне, температура жидких продуктов плавки в соответствии с тре-

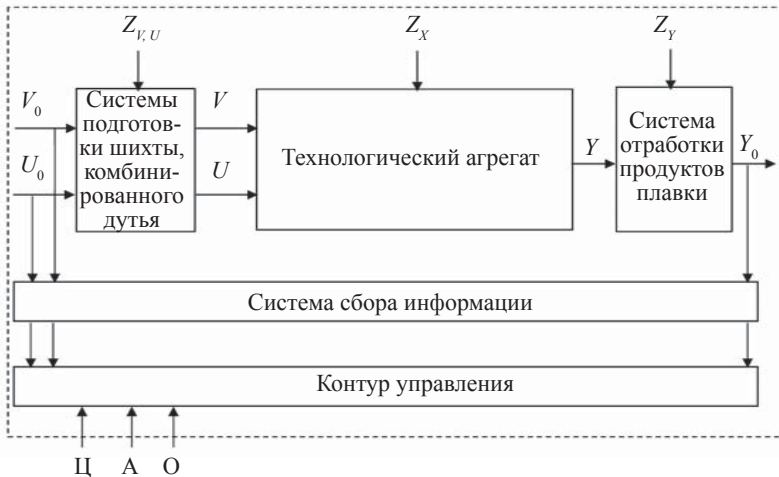


Рис. 9.2. Доменная печь как управляемая технологическая система:  $V_0, U_0, Y_0$  – отчётные данные о параметрах и показателях работы доменной печи;  $V$  – входные воздействия;  $U$  – управляющие воздействия;  $Y$  – выходные показатели процесса;  $Z_x$  – неконтролируемые изменения внутренних характеристик процесса;  $Z_{v,u}$  – неконтролируемые изменения входных и управляющих воздействий;  $Z_y$  – потери чугуна со скрапом и шлаком, вынос колошниковой пыли; Ц – целевая функция управления; А – алгоритм управления; О – ограничения

бованиями последующего сталеплавильного производства. При этом должны быть выполнены ограничения (О) на технологию доменной плавки, т.е. обеспечена минимальная вероятность попадания технологического состояния печи в так называемые критические области (критические, аварийные режимы работы). Шихты, отклонения температуры и состава дутья от заданных значений ( $Z_{v,u}$ ), нарушения в распределении материалов и газов по сечению печи ( $Z_x$ ). Для обеспечения стабилизации теплового режима требуется обеспечивать постоянный баланс основных составляющих режима плавки: нагрев материалов в печи, дренажные свойства шихтовых материалов, положение границ и формы зон вязкопластических материалов, плавления чугуна, процессы шлакообразования в нижних зонах печи и работа фурменного очага. Переходные процессы, связанные с действием возмущений, приводят к изменению теплового состояния процесса и, следовательно, к изменению состава продуктов плавки. При этом доменная печь как объект управления обладает большой инерционностью по отдельным каналам воздействий (постоянная времени до-

стигает 2–4 ч) и запаздыванием (время запаздывания объекта 6–7 ч). Так, при изменении состава шихты переходный процесс длится до 15–20 ч. Указанные обстоятельства, безусловно, значительно усложняют процесс управления. Компенсация колебаний химического состава чугуна осуществляется технологиями в основном за счёт изменения массы кокса в подачу или изменения дутьевых параметров. Величина управляющих воздействий определяется статическими и динамическими характеристиками процесса. Эти характеристики являются нелинейными и изменяются во времени при колебаниях условий плавки, требуя соответствующего изменения величины управляющих воздействий.

Современная доменная печь является организованной управляемой интерактивной системой. Состояние этой системы определяется закономерностями комплекса физических процессов, протекающих в доменной печи, особенностями технологии, зависящей от конкретных топливно-сырьевых условий и оборудования доменной печи, включающей системы подготовки шихты, комбинированного дутья, систему отработки продуктов плавки, и принятым способом управления.

В связи с этим при оценке эффективности доменной плавки приходится анализировать не только процесс выплавки чугуна в доменной печи с его комплексом физических закономерностей, а также организованную функциональную систему с системами сбора информации, управления в контуре обратной связи. При этом под системой управления понимаются как используемые технические средства контроля и управления с присущими им метрологическими особенностями, так и участвующие в управлении технологи (лица, принимающие решения), целенаправленные действия которых обеспечивают управление доменным процессом.

Таким образом, автоматизированный технологический комплекс доменной печи как объект контроля и управления можно характеризовать следующими признаками:

- большим объёмом контролируемых переменных их расчётных признаков;
- низкой прозрачностью процесса, так как отсутствует возможность непосредственного контроля развития отдельных стадий процесса выплавки чугуна;
- существенным запаздыванием в получении информации о выходных показателях процесса (продуктах плавки), в связи с чем результаты непосредственного контроля часто не позволяют определять первопричину расстройств хода печи;
- глубокой взаимосвязью всех процессов плавки при ограниченности ресурсов на управление;

- наличием случайных измерительных помех различной природы и характера, что снижает качество информации.

Комплексный подход к учёту всей совокупности перечисленных признаков диктует необходимость построения самых современных информационно-управляющих систем.

Развитие сетевой инфраструктуры внутри доменного цеха и интеграция ее в корпоративную сеть предприятия приводит к существенному росту количества пользователей системы как среди технологического персонала доменного цеха, так и корпоративных клиентов. Это ставит новые задачи по администрированию систем, организации защиты информации от несанкционированного доступа, защиты информации от вирусных атак.

Происходит внедрение корпоративных систем управления на крупных предприятиях России, расширяется функциональность и место системы АСУП доменного цеха. Так, в рамках внедрения корпоративной информационной системы управления предприятием в доменном цехе вводятся в эксплуатацию такие системы, как система управления кадрами, система бухгалтерского учёта, система учёта затрат на производство, система планирования и учёта затрат на ремонты и др. Таким образом, система АСУП доменного цеха становится основным поставщиком оперативной и достоверной информации о производственной деятельности цеха в системы корпоративного уровня.

Развитие и совершенствование информационных функций АСУ ТП доменной плавки привело к необходимости создания, по сути, нового класса информационных систем – автоматизированных информационных систем технического обслуживания и управления (АИСТОУ). По своей сути и решаемым задачам сегодня АСУ ТП доменной печи можно отнести именно к этому классу, т.к. помимо традиционных информационно-управляющих функций существенная роль в силу специфики доменной плавки отводится следующим задачам:

- обнаружения аварийных ситуаций и выдачи необходимой сигнализации;
- диагностики оборудования, электронной архивации данных о состоянии оборудования, ведения архивов технологической информации, журналов событий;
- обеспечения удобного доступа персонала к оперативной и архивной информации, создания и документирования суточных и других документов.

В АИСТОУ используют стандартные сетевые средства связи; желательна обеспечение программной совместимости с наиболее распространёнными в нашей стране компьютерными платформами; предусмотрены значительные ресурсы в размерах буферов для хра-

нения данных, имеются возможности расширения области применения пакетов, используемых для подключения новых подсистем и прикладных программ.

В соответствии с современной идеологией основные задачи управления решаются на нижних уровнях системы, что позволяет повысить реактивность системы и разгрузить вычислительную сеть от передачи излишней информации. На верхние уровни управления возлагаются только те задачи, для выполнения которых вычислительные средства нижних уровней не приспособлены.

АИСТОУ включает следующие основные подсистемы (блоки) (рис. 9.3):

- распределённая подсистема контроля, сигнализации и локального управления (РСКУ);
- агрегатная подсистема;
- диспетчерская подсистема технологического персонала доменной печи;
- диспетчерская подсистема доменного цеха;
- инженерная подсистема;
- подсистема администрирования и управления информационной системой;
- подсистема интеграции с системами корпоративного уровня.

Дадим краткую характеристику функций, выполняемых этими отдельными подсистемами.

**Распределенная подсистема сигнализации, контроля и локального управления (РСКУ).** Основные решаемые функции:

- сбор данных от рассредоточенных по доменной печи и оборудованию датчиков;
- предварительная обработка собранных данных;
- выработка и реализация ряда управляющих сигналов (автоматическое регулирование отдельных параметров);
- осуществление ручного управления;
- предоставление собираемых данных на диспетчерский уровень.

Этот уровень управления характеризуется следующими показателями:

- предельно высокой реактивностью режимов реального времени;
- предельной надёжностью (на уровне надёжности основного оборудования);
- функциональной полнотой модулей устройств связи с объектом;
- возможностью автономной работы при отказах комплексов управления верхних уровней;
- возможностью функционирования в сложных цеховых условиях.





РСКУ формируется из датчиков, преобразователей, исполнительных механизмов, регулирующих органов и связанных с ними контроллеров. Поскольку перечисленные средства должны обеспечивать возможность построения локальных контуров управления, данный уровень должен работать в реальном времени. Время реакции систем, используемых в доменных печах, на этом уровне не должно превышать нескольких десятков миллисекунд. Большие геометрические размеры агрегата, повышенные значения температур, загазованность, резкие перепады температуры окружающей среды, высокий уровень вибрации и другое предъявляют особые требования к надёжности средств этого уровня.

Заметим, что для реализации задач этого уровня в промышленных системах существует в принципе два конкурирующих направления в технике: индустриальные (промышленные) компьютеры PC и программируемые логические контроллеры PLC.

Индустриальные (промышленные) компьютеры (PC), как правило, программно совместимы с обычными офисными PC компьютерами, но адаптированы для жёстких условий промышленной эксплуатации. Они должны работать круглосуточно, подвергаясь воздействию окружающей среды: влаги, пыли, вибрации. В качестве устройств сопряжения с объектом управления данные системы комплектуются дополнительными платами (адаптерами) расширения, представленными на рынке в большом разнообразии. В качестве операционной системы в промышленных PC чаще всего применяется Windows XP Embedded, поскольку для промышленного использования в системе не должно быть ничего лишнего.

Основными элементами РСКУ АИСТОУ являются подсистемы управления: шихтоподачей, дутьевым режимом и доменной печью.

*Подсистема управления шихтоподачей осуществляет:*

- автоматический контроль химического состава шихтовых материалов и их запасов в расходных бункерах бункерной эстакады;
- автоматическое управление процессом порционного дозирования (набор, хранение и выгрузка отдельных доз шихтовых материалов по каналам дозирования по заданной программе);
- адаптивную динамическую компенсацию контролируемых возмущений при дозировании шихтовых материалов;
- автоматическое управление формированием порций шихтовых материалов по заданной программе;
- управление загрузочным устройством;
- контроль уровня засыпи, скорости опускания шихты на колошнике.

*Подсистема управления дутьевым режимом* осуществляет:

- контроль и регулирование основных параметров блока воздуходонагревателей;
- контроль давления и расхода холодного дутья, содержания в нем кислорода;
- регулирование соотношения расходов «природный газ – холодное дутье»;
- стабилизацию температуры и влажности горячего дутья;
- регулирование давления природного газа;
- управление распределением природного газа по фурмам доменной печи и др.

*Подсистема управления доменной печью* выполняет:

- регулирование давления газа под колошником;
- контроль следующих параметров: температуры и состава колошниковогаза, перепадов статического давления по высоте печи;
- контроль состава и температуры газов над (под) уровнем засыпи;
- контроль системы охлаждения и прогара фурм доменной печи;
- контроль температуры брони;
- контроль состава, температуры массы чугуна на выпуске и др.

**Агрегатная подсистема.** Основные решаемые функции:

- обработка данных, включая масштабирование;
- синхронизация работы подсистем;
- организация архивов по выбранным параметрам;
- резервирование каналов передачи данных;
- визуализация накопленной информации;
- расчет и выбор законов управления, настроек и уставок, соответствующих заданным показателям качества управления и текущим (или прогнозным) параметрам объекта управления;
- хранение и дистанционная загрузка управляющих программ в PLC;
- контроль работоспособности оборудования первого уровня, реконфигурация комплекса для выбранного режима работы;
- связь с третьим уровнем;
- обмен информацией с диспетчерским уровнем и подсистемами нижнего уровня;
- хранение данных.

Аппаратная база должна быть более мощной, предусматривающей возможность обмена через промышленные сети и сети общего назначения с нижним и верхним уровнем. Предусмотрена организация горизонтальных соединений с базами данных реального времени.

**Диспетчерская подсистема технологического персонала доменной печи.** Решает следующие задачи:

- оценка технологического состояния доменной печи;
- диагностика режима плавки;
- обнаружение аварийных ситуаций и необходимая сигнализация;
- ведение технологических архивов и журналов событий;
- визуализация технологического процесса, текущих и архивных данных, просмотр журналов;
- компьютерная поддержка принятия решений диспетчерского уровня;
- диспетчерское управление.

Диспетчерский уровень образуют несколько (в зависимости от полноты и сложности решаемых задач) персональных компьютеров, расположенных в помещении главного щита контроля и управления доменной печью и образующих автоматизированные рабочие места оперативного персонала доменной печи. При этом используются, чаще всего, промышленные компьютеры PC, обычно ОС общего назначения Windows XP/7/8, технологии Internet/Intranet.

Дадим краткую характеристику основных подсистем диспетчерского уровня технологического персонала доменной печи.

**Подсистема централизованного контроля хода технологического процесса и состояния оборудования (АРМ оператора печи – газовщика).** Включает в себя ряд подсистем более низкого ранга.

*Подсистема отображения технологической информации* предназначена для своевременного обеспечения сменного технологического персонала оперативной информацией о доменном процессе в удобной для пользователя форме. В автоматизированной системе интерфейс связи человека (оператора) с компьютером приобретает особое значение. Двойное назначение этого интерфейса предьявляет к нему требования обеспечения легкого и быстрого восприятия информации человеком, за которым остается «последнее слово» в принятии решения, а также быстрый и безошибочный ввод человеком информации в компьютер. Задача построения графического интерфейса достаточно сложна. Необходимо учитывать множество факторов, в частности структуру имеющихся подсистем, объем и типы собираемой информации, профессиональные навыки и уровень компьютерной подготовки персонала, сложность решаемых задач и т.п.

Общение с компьютером специалиста-доменщика (мастера, газовщика и т.п.), не подготовленного специально для работы на компьютере, представляет серьезные трудности. Для этих целей предусматриваются специальные программные средства общения че-

ловека с компьютером, не требующие специальных знаний в области программирования. Поскольку АРМ работает под управлением ОС Windows, то в основу пользовательского интерфейса заложены аналогичные диалоговые элементы: окна, строковые опускающиеся меню, панели инструментов и т.д. Кроме этого, в АРМ имеется встроенная справочная система, для минимизации ручного ввода служат специальные значения, принимаемые по умолчанию. Достигнутая в результате эргономичность пользовательского интерфейса облегчает эксплуатацию АРМ и значительно сокращает этап обучения персонала. Свойства любого параметра можно узнать из соответствующего информационного окна, где отображаются название параметра, контролируемая подсистема, точность измерения и т.д.

*Подсистема обработки жидких продуктов плавки* предназначена для просмотра и редактирования информации о постановках ковшей и миксеров под печь, а также информации о выпуске жидких продуктов плавки.

*Подсистема шихтоподачи* предназначена для просмотра и редактирования информации о ходе загрузки, работе засыпного устройства, количестве подачи в смену, системе загрузки, а также информации о расходах железорудных материалов, кокса и флюсов в подаче и т.п.

*Подсистема представления отчетных данных (электронный рапорт)* предназначена для формирования, хранения и получения твёрдых копий отчетно-технологической информации о работе комплекса доменной печи по заранее согласованной с руководством цеха форме; вычисление усреднённых за заданные интервалы времени (час, смена, сутки) значений параметров плавки; формирование и выдача на экран монитора по запросу сменного технологического персонала справочных форм сменно-суточной отчётности о работе печи от начала смены на текущий момент времени или за предыдущие смены.

*Подсистема формирования предупредительных сообщений* предназначена для обнаружения отклонений важнейших параметров процесса и наиболее ответственных элементов системы охлаждения печи от их нормального состояния и своевременного информирования об этом сменного технологического персонала в виде соответствующих предупредительных сообщений. Отклонение контролируемых параметров (например, верхнего и нижнего перепадов давления по высоте печи, температур периферийных термопар и в газоотводах, перепадов температуры охлаждающей воды на леточных горновых и верхних холодильниках лещади) от их нормального состояния определяется по выходу их текущих величин за заданные пределы.

**Подсистема диагностики технологического состояния печи и управления (АРМ мастера доменной печи).** Включает ряд подсистем.

*Подсистема оценки и прогноза теплового состояния доменной печи* предназначена для оценки текущих и прогнозирования будущих показателей производительности печи, температуры чугуна и содержания кремния, удельного расхода и минимально возможного расхода (резерва) кокса, а также диагностики отклонений от нормального режима плавки по нагреву и развитию тепло- и массообменных процессов. Позволяет рассчитывать корректировку массы кокса и флюсующих материалов в подаче при изменении соотношения железорудных компонентов, состава кокса, параметров комбинированного дутья, химического состава чугуна.

*Подсистема оценки дутьевого, газодинамического режимов и ровности хода доменной печи* предназначена для стабилизации ровности хода доменной печи, предотвращения аномальных и критических состояний, оценки и планирования газодинамического резерва. К числу критериев устойчивости хода доменной печи относятся интенсивность плавки по коксу (суммарному углероду), газодинамическая устойчивость слоя. Газодинамический резерв контролируется по разности предельно допустимого и фактического перепадов давления газа в шахте. Подсистема позволяет также определять геометрические размеры фурменного очага, оценивает также ход печи (ровность хода печи, развитие канального и периферийного ходов и т.п.).

*Подсистема контроля и управления шлаковым режимом.* Предназначена для оценки шлакового режима и вязкопластического состояния шихты и обеспечивает выполнение следующих функций:

- расчёт массы железорудных материалов, флюсов и кокса в подаче для получения шлака с заданными свойствами (вязкости, текучести, десульфуризирующей способности и т.д.);
- расчёт шихты на заданные показатели, оценка газодинамической напряжённости работы низа печи.

В АРМ мастера должно быть предусмотрено широкое использование математических моделей. Заметим, в связи с этим, что анализ в целом состояния вопроса по реально используемым математическим моделям в практике технологии ведения доменной плавки показывает: в настоящее время разрыв между потенциальными возможностями средств автоматизации и реальными возможностями используемого программного обеспечения огромен. Поэтому первостепенной задачей, по мнению ведущих отечественных и зарубежных специалистов, является создание эффективного математического обеспечения решения технологических задач доменной плавки.

Основное внимание при этом направлено на решение следующих задач:

- оценка, прогноз и регулирование теплового состояния доменной печи в целях уменьшения расхода кокса и получения стабильного качества чугуна по физическому нагреву и химическому составу;
- оценка, прогноз и регулирование дутьевого и газодинамического режимов доменной плавки;
- оценка, прогноз и регулирование состояния зоны плавления, размягчения и шлакообразования как лимитирующей распределение газов и возможности интенсификации плавки.

Именно на этих вопросах и остановимся более подробно в дальнейшем.

*Подсистема «Эксперт».* Эта экспертная система на базе искусственного интеллекта позволяет решать ряд технологических задач прогнозирования расстройств хода печей и предоставляет возможность принятия в нестандартных ситуациях быстрых и достоверных решений в условиях неполноты и противоречивости информации.

**Диспетчерская подсистема доменного цеха (АРМ диспетчера цеха).** Решает следующие основные задачи:

- контроль за работой доменных печей, ввод информации о причинах отклонений в ходе технологического процесса, принятия оперативных организационно-технических мер для устранения выявленных отклонений;
- просмотр информации о потребителях и производстве чугуна (наливе и сливе);
- ввод и просмотр информации о движении ковшей и миксеров;
- текущий химический анализ состава окатышей, агломерата, кокса и средний анализ шихты за смену;
- расчёт расходов шихтовых материалов и показателей работы печей и цеха;
- химические анализы состава чугуна и шлака и состава колошникового газа;
- обмен оперативной информацией о состоянии доменных печей и производственных показателях доменного цеха с автоматизированной информационной системой центральной диспетчерской предприятия.

Обычно используются PC-совместимый компьютер под управлением операционной системы Windows XP/7/8.

**Инженерная подсистема.** Вырабатывает стратегию управления технологией доменного цеха. Применяются компьютеры PC-совместимой архитектуры, ОС Windows XP, технологии Internet/

Intranet. Инженерный уровень включает компьютеры инженерного и управленческого персонала доменного цеха и осуществляет:

- предоставление информации со всех доменных печей для просмотра инженерно-техническим и управленческим персоналом;
- визуализацию, архивирование и документирование технологической информации, используемой на инженерном уровне;
- решение комплекса инженерных задач в области стратегии управления доменной плавки, в частности анализ возможных режимов плавки при изменении свойств поступающего железорудного сырья и кокса, распределение имеющихся ресурсов между отдельными доменными печами и т.п.;
- решение этих задач на данном уровне управления, что обеспечивает оптимизацию управления ресурсами цеха как единого организационно-технологического комплекса по заданиям, поступающим с верхнего уровня, и при оперативном учёте текущих параметров, определяющих состояние объекта управления.

Задачи, решаемые на этом уровне, в аспекте требований, предъявляемых к компьютерам, отличаются главным образом повышенными требованиями к ресурсам. Требуется, как правило, ведение единой интегрированной – централизованной или распределенной, однородной или неоднородной баз данных, планирования и диспетчирования на уровне цеха в целом, автоматизации обработки информации в основных и вспомогательных административно-хозяйственных подразделениях цеха: бухгалтерский учет, материально техническое снабжение и т.п. Для решения этих задач выбирают универсальные компьютеры, а также многопроцессорные системы повышенной производительности.

**Подсистема администрирования и управления информационной системой.** Актуальность создания подобной системы обусловлена необходимостью хранения и управления большим количеством информации, интеграцией локальной сети доменного цеха в единое информационное пространство комбината, высокой степенью концентрации технических и программных средств информационных систем. Этот уровень предназначен:

- для создания и ведения базы данных. Включает в себя систему управления базой данных как отдельных доменных печей, так и всего цеха в целом;
- обеспечения функционирования локальной сети доменного цеха и интеграции её в корпоративную сеть комбината;
- обеспечения защиты информации от несанкционированного доступа;



- обеспечения антивирусной защиты систем;
- инвентаризации технических и программных средств пользователей корпоративной сети;
- оценки состояния технических и программных средств информатизации.

Система обеспечивает, в частности, выдачу оперативных сообщений о нарушениях и сбоях, возникающих в процессе работы информационной системы; ведение информационной базы и накопление данных по сбоям, отказам и перезапускам систем; формирование и выдачу по запросу персонала документов, характеризующих качество функционирования системы.

### **9.3. Реализации АСУ ТП доменной плавкой на ОАО «ММК»**

Рассмотрим построение современной автоматизированной системы на примере печей доменного цеха ОАО «ММК», схема которой представлена на рис. 9.4.

Дадим краткую характеристику подсистем, при этом основное внимание уделим модельным системам поддержки принятия решений и методам интеграции подсистем.

#### ***Подсистема контроля и локального управления***

АСУ ТП доменной печи является компонентой интегрированной информационной системой доменного цеха ОАО «ММК», решающей задачи контроля и управления технологическим процессом доменной плавки с целью повышения качества выпускаемой продукции. На каждой доменной печи функционирует несколько АСУ ТП:

- АСУ ТП шихтоподачи;
- АСУ ТП собственно печи;
- АСУ ТП воздухонагревателей;
- АСУ ТП БЗУ (на печах, оборудованных безконусным засыпным устройством фирмы Пауль Вьюрт).

В настоящее время все автоматизированные системы управления технологическим процессом доменной плавки на печах доменного цеха ОАО «Магнитогорский металлургический комбинат» строятся на базе современных технических и программных средств. Широкое применение при проектировании АСУ ТП получили микропроцессорные контроллеры SIMATIC S7-400 фирмы Siemens. Конфигурация систем ввода-вывода SIMATIC S7-400 строится на основе сети PROFIBUS-DP и станций распределённого ввода-вывода

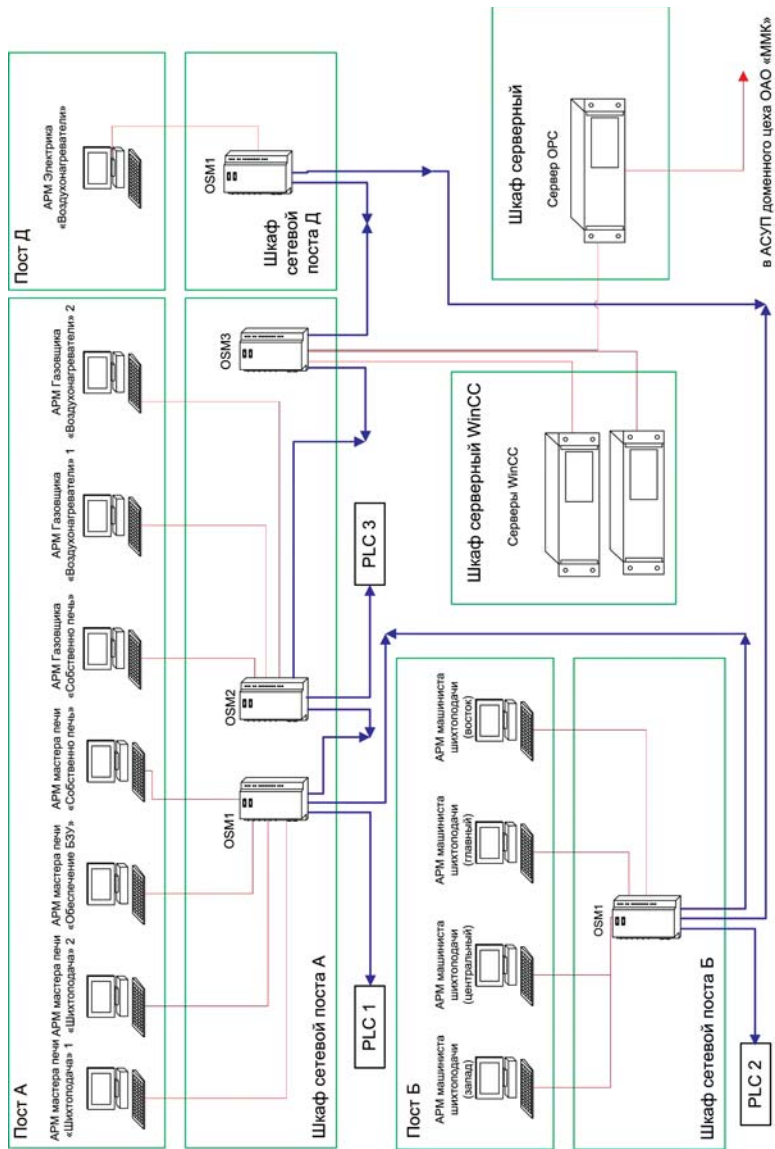


Рис. 9.4. Структурная схема комплекса программно-технических средств ДП № 10

ET200M, ET200S с интерфейсными модулями IM153-2 и IM151-1 соответственно. Использование PROFIBUS выбрано неслучайно, уже на первый взгляд видны преимущества применения последовательной полевой шины.

Экономия средств здесь образуется благодаря меньшей стоимости кабеля (кабель имеет меньшую длину) и применению полевых приборов. PROFIBUS является составной частью системы SIMATIC S7. Децентрализованная периферия (DP) обрабатывается благодаря связи через проект STEP 7, как центральная периферия.

Через встроенный или устанавливаемый интерфейс PROFIBUS-DP можно также подключать к системе автоматизации полевые приборы со сложными техническими функциями. Свойства PROFIBUS, определённые на уровнях 1 и 2 и прозрачность внутренних системных коммуникационных возможностей (S7-функции) позволяют эксплуатировать в системах SIMATIC S7 PROFIBUS-DP программаторы (PG), PC, а также приборы обслуживания и наблюдения.

Для визуализации, управления и контроля технологическим процессом используются автоматизированные рабочие места технологических печи, расположенные на главном посту управления доменной печи (пост А), автоматизированные рабочие места машиниста шихтоподачи (пост Б) и автоматизированное рабочее место, расположенное в помещении АСУ поста Д (ПСУ воздухонагревателей), организованных на базе автоматизированных рабочих мест (АРМ) с применением SCADA-системы фирмы Siemens WinCC.

Для контроля работы технологического и электрического оборудования, фиксации аварийных ситуаций, диагностики технологического и электрического оборудования используются автоматизированные рабочие места, расположенные в электропомещении ЭП1. Для своевременного выявления отказов технических средств реализована система диагностики неисправностей, использующая все возможности, предоставляемые контроллерами. В системе управления выполнено несколько уровней доступа, разграниченных паролями: оператор, технолог, инженер сервисной службы. В зависимости от уровня доступа ограничены возможности по управлению и конфигурированию системы.

Для обмена данными между микропроцессорными контроллерами и автоматизированными рабочими местами используются сервера WinCC. Сервер баз данных служит для регистрации результатов решения функциональных задач.

Связь контроллеров, АРМ и серверов осуществляется по сети Ethernet через сетевые коммутаторы SIMATIC OSM.

Структура управления является распределённой. Информация с органов управления поступает непосредственно в выносные блоки

ET 200М, которые объединены между собой и центральным процессором в единую сеть. Для управления электроприводами электровибропитателей, грохотов, затворов и лотков дозаторов, грохотов и затворов центральных воронок, конвейеров подачи железорудного сырья в центральных воронки и конвейеров отсева агломелочи, шиберов предназначены устройства распределённого ввода-вывода SIMATIC ET 200S с силовыми модулями и системы управления и контроля SIMATIC SIMOCODE-DP, расположенные в шкафах управления шихтоподачи.

### *Подсистема доменной печи*

Для реализации диспетчерского уровня на доменной печи № 10 были разработаны и внедрены:

- система управления технологическим процессом – SCADA-система управления доменной печью;
- система мониторинга параметров систем загрузки доменных печей;
- система мониторинга параметров работы воздухонагревателей.

Главными функциями этих SCADA-систем являются отображение технологического процесса в виде мнемосхем на экране монитора компьютера, сигнализация об аварийных ситуациях, обеспечение компьютерного общего управления процессом со стороны оператора-технолога, возможность создания архивов аварий, событий и поведения переменных процесса во времени (тренды), а также полное или выборочное хранение параметров процесса через заданные промежутки времени постоянно или по условию и др.

Компьютеры этого уровня решают следующие задачи:

- диспетчерского сбора, сигнализации управления и отображения всего технологического процесса или его отдельных подсистем (SCADA-системы), реализованные на операторских станциях;
- хранения технологической информации в базе данных;
- компьютерной поддержки принятия решений (комплекс математических моделей технологического процесса, интеллектуальная поддержка принятия решений), реализованной на расчётных станциях;
- интеграции локальной сети в корпоративную сеть всего предприятия (коммуникационный сервер).

SCADA-система WinCC является одной из лучших и надёжных на сегодняшний день систем такого класса. Но, как любое программное обеспечение, данная SCADA-система не лишена недостатков, которые не позволяют использовать ее для построения полномасштабных распределённых систем АСУ ТП в рамках всего предприятия.

Так, для решения вопросов интеграции между подсистемами, реализованными на базе SCADA-системы WinCC и системами корпоративного уровня, пришлось приложить немало усилий, чтобы организовать просмотр технологических параметров с любого компьютера корпоративной сети и обеспечить возможность внедрения математических моделей технологических процессов, а также для обеспечения прозрачности механизма передачи и получения данных, а для потребителя универсального механизма получения информации была применена технология OPC (OLE for Process Control).

Существует множество информационных систем, для которых важной составляющей является возможность взаимодействия с устройствами или другими системами. Для организации информационного взаимодействия должен быть предоставлен некий интерфейс обмена данными, его сложность зависит от множества параметров – физической реализации, потоков и объёмов данных и др. Для этого разработчики используют широко распространённые протоколы передачи данных, такие как TCP и UDP. С ростом мощности и объёма ресурсов, возникновением новых технологий появляются и новые стандарты передачи данных. OPC Foundation предлагает свой стандарт, описывающий реализацию семейства программных технологий OPC (OLE for Process Control).

Главной целью стандарта OPC явилось возможность совместной работы средств автоматизации, функционирующих на разных аппаратных платформах, в разных промышленных сетях и производимых разными фирмами. Стандарт OPC относится только к интерфейсам, которые OPC-сервер предоставляет клиентским программам. Применение OPC-сервера при разработке заказных программ позволяет скрыть от разработчика всю сложность общения с аппаратурой, предоставляя простой и удобный метод доступа к аппаратуре через интерфейсы COM-объекта.

Как и в любой другой клиент-серверной технологии, основой OPC являются понятия клиента и сервера. Сервер – это программа, которая непосредственно взаимодействует с устройством или информационной системой. Клиент – это программа, которой нужен доступ к устройству или системе. У каждого сервера может быть несколько клиентов, а каждый клиент может обмениваться данными с несколькими серверами. В свою очередь OPC-сервер (в зависимости от реализации) сам может выступать в роли OPC-клиента по отношению к другому OPC-серверу.

Клиентская программа и OPC-сервер могут быть установлены на одном и том же компьютере, или на разных компьютерах сети Ethernet. При наличии нескольких компьютеров каждый из них

может содержать OPC-серверы и подключенные к нему физические устройства. В такой системе любой OPC-клиент с любого компьютера может обращаться к любому OPC-серверу, в том числе к расположенному на другом компьютере сети.

На рис. 9.5 представлена структурная схема, иллюстрирующая область применения технологии OPC при разработке интеграционного комплекса АСУ ТП ДП № 9 и ДП № 10 в корпоративную систему. Данная система основана на создании единого информационно-технологического и управляющего пространства, предоставляющего субъектам управления эффективное информационное окружение для принятия своевременных и качественных решений по управлению технологическим процессом и производством, а также интегрированную производственно-технологическую информацию на корпоративный уровень для руководства ОАО «ММК».

По уровням иерархии на ней можно выделить:

- уровень 1 – АСУ ТП агрегата;
- уровень 2 – уровень интеграции;
- уровень 3 – АСУП (MES-система).

Взаимодействие уровня 1 и 2 происходит на уровне информационных потоков и представляет собой передачу между OPC-серверами.

Взаимодействие между 2 и 3 уровнем основано на интеграции по протоколу НТТР, с целью учёта и управления производством на MES-уровне. Метод взаимодействия содержит диагностическую информацию по состоянию информационного канала и качество передаваемых данных.

- АСУ ТП (уровень 1) обеспечивает сбор, предварительную обработку и передачу в АСУП цеха (уровень 3) данных, событий и параметров, характеризующих состояние объекта управления: параметры, на основе которых определяется состояние доменной печи (работа, останов, тихий ход, низкое давление);
- характер протекания технологического процесса, основные параметры технологического процесса, отклонения от заданных параметров;
- расходы энергоресурсов, сырья и материалов. Уровень интеграции (уровень 2) используется как связующее звено между АСУ ТП (уровень 1) и АСУП цеха (уровень 3). Основное его предназначение – распределение собранной на первом уровне информации по различным потребителям, обеспечение записи собранной информации в базы данных на серверах сети предприятия, предоставление собранной информации заинтересованному персоналу в оперативном режиме.

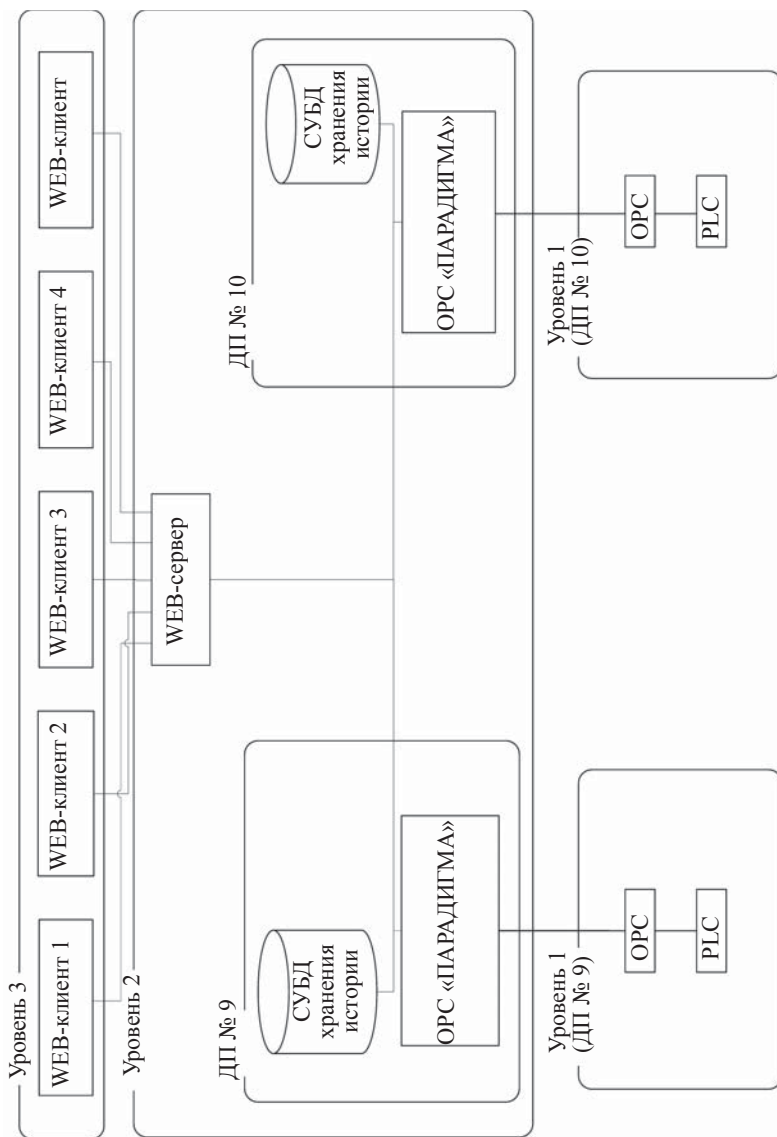


Рис. 9.5. Применение технологии OPC при интеграции комплекса АСУ ТП ДП № 9 и ДП № 10 в корпоративную систему комбината

Задачи, решаемые в области управления технологическим режимом доменной плавки, относятся к классу плохо структурированных задач, поэтому осуществление управления технологией даже при высоком уровне компьютеризации и математического моделирования без участия человека невозможно. В связи с этим перспективным является использование информационных технологий поддержки принятия решений. В системах поддержки принятия решений, основу которых составляет целый комплекс (база) математических моделей, решающих различные задачи, пользователь имеет возможность получить недостающую ему информацию для принятия решения путем установления диалога с математической моделью.

Комплекс математических моделей и пакетов прикладных программ позволяет решать ряд задач в области доменной плавки. Остановимся только на некоторых из них.

Интегрированный пакет «Автоматизированное рабочее место газозвщика доменной печи».

Пакет позволяет решать задачи ввода и редактирования информации:

- о выпуске чугуна и шлака – просмотреть и отредактировать информацию о постановках ковшей и миксеров под печь, а также информацию о выпуске жидких продуктов плавки;
- шихтоподаче – просмотреть и отредактировать информацию о количестве подач в смену;
- системах загрузки доменной печи – просмотреть и отредактировать информацию о системе загрузки, а также информацию о расходах железорудных материалов, кокса и флюсов в подаче.

Пакет обеспечивает расчёт и просмотр следующих документов: химический состав загружаемых материалов и жидких продуктов плавки, технологические и технико-экономические показатели работы печи.

В качестве РС автоматизированного рабочего места газозвщика применяется персональный компьютер индустриального исполнения Pentium 4 2GHz с оперативной памятью 2 Гбайта и емкостью жесткого диска 250 Гбайт, ОС Windows XP. В качестве средств разработки прикладных программ использован Microsoft Visual C++.

Интегрированный пакет «Автоматизированное рабочее место мастера доменной печи» решает задачи коррекции:

- массы кокса и флюсующих материалов в подаче при изменении соотношения железорудных компонентов, а также состава кокса;
- массы железорудных материалов и кокса в подаче для получения шлака заданных свойств;



- массы флюсующих материалов и кокса в подаче для получения заданного химического состава чугуна;
- массы кокса в подаче при изменении параметров комбинированного дутья (температуры и влажности дутья, расходов природного газа и технологического кислорода);
- прогноза изменения показателей доменной печи при изменении параметров плавки (параметров комбинированного дутья, характеристик загружаемого сырья и т.п.).

### *Подсистема доменного цеха*

*В инженерном модуле реализован усовершенствованный интегрированный пакет «Решение технологических задач доменной плавки», предназначенный для технологического персонала доменного цеха.*

Он включает в себя следующие функционально связанные модули, выполняющие функции:

- расчёта комплекса параметров для базового режима доменного процесса;
- расчёта изменения показателей доменной плавки при изменении входных параметров.
- сопоставительного анализа работы доменных печей в различные периоды;
- расчёта комплекса параметров для базового режима доменного процесса с учётом неравномерности распределения материалов и газа по радиусу колошника доменной печи;
- диагностики конфигурации и местоположения зоны вязкопластического состояния железорудных материалов в доменной печи;
- решения прогнозных режимов доменной плавки при изменении распределения шихтовых материалов газов и на колошнике доменной печи.

*Пакет «Оптимизация работы доменного цеха».* Цель его работы – определять оптимальные значения параметров комбинированного дутья: расходы кислорода и природного газа на каждой из печей цеха при остановке отдельных печей цеха, изменении расходов природного газа, кислорода, состава и качества шихтовых материалов, поступающих в цех в различных технологических ситуациях работы цеха (максимум производства чугуна, минимум расхода кокса по цеху и т.п.). В модели учитываются ограничивающие и лимитирующие факторы по газо-гидродинамическим, тепломассообменным процессам на каждой из печей цеха, конъюнктура рынка.

*Пакет «Расчёт состава агломерата для получения заданных свойств шлака».* В перспективе он должен осуществлять расчёты,

связанные как с определением объёма производимого агломерата на аглофабриках, так и состава этого агломерата, исходя из характеристик имеющихся привозных железорудных материалов при условии получения надлежащих свойств шлака (вязкости, температуры плавления, обессеривающей способности) и обеспечения рациональных технико-экономических показателей доменной плавки.

### ***Подсистема администрирования и управления информационной системой***

Для хранения данных о работе доменной печи в этой сети на сервере базы данных установлена система управления базами данных Microsoft SQL Server. В базе данных используется реляционная модель данных, а в качестве сервера базы данных Pentium 4 с оперативной памятью 4 Гбайт и ёмкостью жёсткого диска 2 Тбайта. Это позволило практически полностью решить в доменном цехе проблемы хранения, контроля, защиты, ввода, редактирования и извлечения информации, а также формирования необходимых отчётных данных.

Создание локальных компьютерных сетей для отдельных печей по архитектуре клиент-сервер, объединение их в распределённую компьютерную сеть всего доменного цеха с выходом последней в корпоративную компьютерную сеть ОАО «ММК» обеспечили единое информационное пространство и взаимосвязь с другими цехами и службами комбината, а также подсистемами цехов и производств. В качестве операционной системы для локальных сетей доменного цеха и отдельных печей хорошо себя зарекомендовала операционная система Microsoft Windows Server 2005, а в качестве физической передающей среды широко используются экранированная витая пара и волоконно-оптический кабель. Выход сети доменного цеха в корпоративную сеть комбината осуществляется по резервируемому оптоволоконному соединению, имеющему кольцевую структуру. Следует особо отметить, что в настоящее время даже в локальных, распределённых сетях и корпоративной сети на комбинате широко используется Intranet (внутренняя сеть)-технология, что позволило широко использовать надёжные, удобные технологии и программное обеспечение глобальной сети Internet.

Сегодня автоматизированная информационная система доменного цеха тесно связана с другими информационными системами, в первую очередь с теми, от которых зависит качество выплавляемого чугуна: цеха подготовки агломерационной шихты, агломерационного цеха, коксохимического производства, кислородно-конвертерного цеха, железнодорожного транспорта, кислородно-компрессорного производства и др.

## ГЛАВА 10. МОДЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ

### 10.1. Построение концептуальной модели

При решении технологических задач используется натурно-модельный подход к расчёту состояния доменной плавки, заключающийся в использовании для настройки параметров модели практических данных о работе доменной печи [42, 57]. Этот подход предполагает оценку достоверности используемой информации и в соответствии с этим настройку структуры модели.

Разработанная в УрФУ в рамках натурно-модельного подхода балансовая модель доменного процесса в общем виде представляет собой систему детерминированных зависимостей, характеризующих тепловой, восстановительный, дутьевой, газодинамический и шлаковый режимы доменной плавки. Принятая при описании концепция опорно-возмущённого движения позволяет решать задачи с применением относительно простого математического аппарата, но с использованием физической сущности процессов, протекающих в доменной печи.

Условно модель можно разделить на две части – модель базового состояния и прогнозирующую модель. Модель базового (эталонного) состояния позволяет ретроспективно оценивать состояние процесса по усреднённым показателям за базовый (эталонный) период работы печи. При этом используется вся фактически доступная информация о параметрах шихты, комбинированного дутья, колошниковога газа и продуктов плавки. Прогнозирующая же модель на основании результатов, полученных с помощью модели базового (эталонного) состояния, позволяет оценить показатели доменного процесса в случае изменения условий плавки.

Современный доменный процесс относится к классу нелинейных, очень сложных систем, распределённых как в пространстве, так и во времени, и характеризуется при этом наличием большого числа внешних и внутренних возмущений, которые носят стохастический характер, а также сложностью взаимосвязи отдельных процессов. Анализ доменного процесса как объекта моделирования показывает, что при решении задач анализа и прогноза показателей доменной плавки с использованием реально доступной информации о работе печи требуется декомпозиция исходной системы ( $S_0$ ) на три основные подсистемы:

- теплового состояния доменной печи ( $S_1$ );
- дутьевого и газодинамического режимов доменной плавки ( $S_2$ );
- шлакового режима ( $S_3$ ).

Указанные подсистемы на самом укрупнённом уровне охватывают основные явления, свойственные доменному процессу. Их выделение из общей системы (декомпозиция) обусловлено тем обстоятельством, что закономерности функционирования каждой подсистемы описываются вполне определённым законом сохранения либо их функционирование является относительно самостоятельным. Все эти подсистемы в принципе можно описать аналитически. Однако полнота описания подсистем различна. Наибольшие достижения при этом достигнуты в области разработки теплотехнической информационно-моделирующей подсистемы доменного процесса, в основу которой положен принцип натурно-математического моделирования. Наибольшие сложности вызывает математическое описание дутьевого, газодинамического и шлакового режимов, полное аналитическое описание которых невозможно, поэтому целесообразно использовать справочные (априорные) данные и эмпирические соотношения.

Основным подходом к математическому моделированию металлургических процессов является аналитический подход, при котором модель строится исходя из внутренней структуры явлений, протекающих в системе. В этом случае входные и выходные параметры модели связываются друг с другом на основании универсальных законов сохранения и других фундаментальных физико-химических закономерностей. Анализ процессов, протекающих в объеме доменной печи, свидетельствует о значительном многообразии сложных, не полностью изученных явлений. Глубина и полнота математического описания отдельных подсистем различна. Наименее разработаны модели движения сыпучих материалов в печи, процессов в зоне вязкопластического состояния материалов, большие успехи достигнуты в области математического моделирования процессов теплообмена, восстановления. Поэтому комплексное и полное их моделирование на фундаментальном уровне сегодня не представляется возможным. Стремление к усложнению модели, к увеличению числа учитываемых факторов не всегда приводит к повышению надежности результатов моделирования. Как показывает практика, используя полные модели доменного процесса, решить задачу управления доменной плавкой в режиме реального времени пока не удаётся. В то же время, в условиях значительного расширения методик численного моделирования, возможностей компьютерной техники, внедрения современных измерительных систем, дальнейшего исследования процессов создаются реальные предпосылки для использования полных аналитических кинетико-математических моделей доменного процесса с большими возможностями прогноз-

ного уровня. Этот класс моделей целесообразно первоначально использовать (адаптировать) в основном на четвёртом MES-уровне при выработке стратегии управления технологией доменного цеха, анализе новых перспективных вариантов технологии доменной плавки, в частности, при использовании новых видов железорудного сырья, определении оптимальных значений факторов, при изменении конструктивных и режимных параметров работы печей и т.п.

На данном этапе развития для этого уровня информационной системы целесообразно использовать относительно простые зависимости для тепломассобмена, газодинамики и других процессов, совмещённые с уравнениями материального, теплового (общего и зонального) балансов, полученные на основе фундаментальных представлений о доменном процессе, а также эмпирические соотношения. При этом найдёт применение натурная информация о работе доменной печи, появится возможность адаптации модели в темпе с процессом, а результаты моделирования можно будет легко контролировать по фактическим (натурным) данным.

## **10.2. Подсистема теплового состояния доменной печи**

Основными задачами моделирования теплового состояния доменной печи являются:

- оценка влияния режимных параметров на производительность печи и удельный расход кокса;
- прогноз изменения химического состава продуктов плавки при изменении параметров загружаемой шихты и комбинированного дутья.

В основу натурно-модельного подхода для решения задач текущего анализа, прогноза и управления тепловым состоянием доменной печи положена концепция двухступенчатого развития процессов теплообмена в доменной печи, предложенная проф. Б.И. Китаевым.

В соответствии с этой концепцией теплообмен между потоками шихтовых материалов и газов в доменной печи осуществляется последовательно в двух зонах (верхней и нижней), разделённых зоной замедленного теплообмена (рис. 10.1).

При этом считается, что верхняя тепловая зона определяет интенсивность развития процессов косвенного восстановления, а нижняя определяет затраты тепла на прямое восстановление, физический и химический нагрев продуктов плавки. Граница раздела зон теплообмена проходит по изотермической поверхности, температура которой соответствует температуре развития реакции газификации углерода кокса диоксидом углерода (конкретной для каждой технологии),

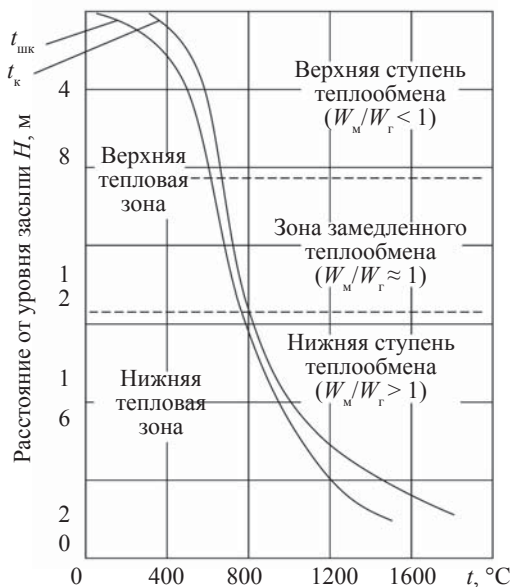


Рис. 10.1. Схема температурного поля

которая составляет 800–900 °С. Теплообмен в отдельных зонах характеризуется завершённостью, а тепловая работа зон – автономностью. При этом разность температур материалов и газов на границе зон составляет 20–50 °С. Зона замедленного теплообмена, разделяющая зоны активного теплообмена, характеризуется отношением теплоёмкостей потоков шихты и газа  $W_M/W_G \approx 1$ . Верхняя ступень теплообмена имеет  $W_M/W_G < 1$ , а нижняя  $W_M/W_G > 1$ . Напомним, что под теплоёмкостью потока  $W$  понимается произведение расхода потока (шихты  $G_M$ , газа  $G_G$ ) на удельную теплоёмкость вещества потока, Вт/°С:

$$W_M = G_M c_M, \quad W_G = G_G c_G. \quad (10.1)$$

Физически теплоёмкость потока  $W$  показывает, какое количество тепла следует подвести (отвести) к потоку, чтобы данный поток нагреть (охладить) на 1 градус.

Изменение теплоёмкости потока шихты по высоте печи происходит за счёт развития физико-химических процессов, связанных со значительным поглощением тепла.

Установившееся в результате теплообмена температурное поле доменной печи определяет развитие основных процессов доменной плавки: восстановление железа и других элементов, формирование состава продуктов плавки, явления в зоне вязко-пластического состояния. В этом случае условия, при которых протекают процессы тепло- и массообмена в объёме печи, принято обозначать термином «тепловое состояние доменной печи».

Рассматривая характер теплообменных процессов по мере совершенствования доменной плавки и развитие самой теории теплообмена в доменной печи, следует отметить существенные изменения как в ходе процессов, так и в углублении их познания. Однако при этом главным и неизменным положением теории остаётся двухступенчатая схема теплообмена по высоте столба материалов, которая хотя и может существенно отличаться для отдельных вертикальных элементов печи и разных режимов плавки, но подчиняется одним и тем же закономерностям.

Математическим моделированием и экспериментальными исследованиями доказано влияние температурного поля верха доменной печи на показатели доменной плавки. Детальный анализ взаимного влияния температурного поля и восстановительных процессов в области шахты доменной печи показал, что влияние температурного поля верхней зоны на тепловое состояние низа печи может быть с достаточной для практического применения точностью оценено через степень прямого восстановления оксидов железа. Тем самым результаты доменной плавки увязываются с режимными параметрами и закономерностями тепло- и массообмена в шахте печи.

В качестве количественного показателя теплового состояния верхней зоны теплообмена (шахты) доменной печи используется расчётная величина – индекс температурного поля верхней зоны печи  $i_b$ , определяемый как отношение средней по массе температуры шихтовых материалов в этой зоне  $t_{ш}$  к температуре на границе раздела верхней и нижней зон  $t_{ш0}$ .

$$i_b = \frac{t_{ш}}{t_{ш0}} = \frac{1}{t_{ш0}H_0} \int_0^{H_0} t_{ш}(h) dh. \quad (10.2)$$

Используя закономерности противоточного теплообмена в плотном слое, можно вывести конечное выражение  $i_b$  через параметры текущего контроля хода доменного процесса:

$$i_b = \frac{t_k - mt_{шк} - \frac{1}{B}(t_k - t_{шк})(1 - \exp(-B))}{t_k - mt_{шк} - (t_k - t_{шк}) \exp(-B)}, \quad (10.3)$$

где  $t_k$  – средняя температура колошникового газа в общем газоотводе, °С;

$t_{шк}$  – средняя температура загружаемых в печь шихтовых материалов, °С;

$m$  – среднее для верхней зоны печи отношение теплоёмкостей потоков шихты и газа  $m = 0,5(1 + W_m/W_r)$ , доли ед.;

$W_r$  – теплоёмкость потока газа на колошнике доменной печи, Вт/град;

$W_m$  – теплоёмкость потока шихты на колошнике доменной печи, Вт/град;

$B$  – показатель интенсивности теплообмена в верхней части печи, доли ед., определяемый по выражению

$$B = \frac{\alpha_v S}{W_i} (1 - m) H_0;$$

$\alpha_v$  – средний для верхней зоны печи объёмный коэффициент теплообмена между потоками шихты и газа, Вт/(м<sup>3</sup>·град);

$S$  – средняя площадь сечения шахты, м<sup>2</sup>;

$H_0$  – средняя высота верхней тепловой зоны, м.

Индекс верха  $i_b$  характеризует развитие процессов косвенного восстановления оксидов железа и отражает комплекс условий, от которых зависят основные показатели доменного процесса – производительность и удельный расход кокса.

На рис. 10.2, а представлены температурные поля шихтовых материалов, возможные в верхней тепловой зоне доменной печи.

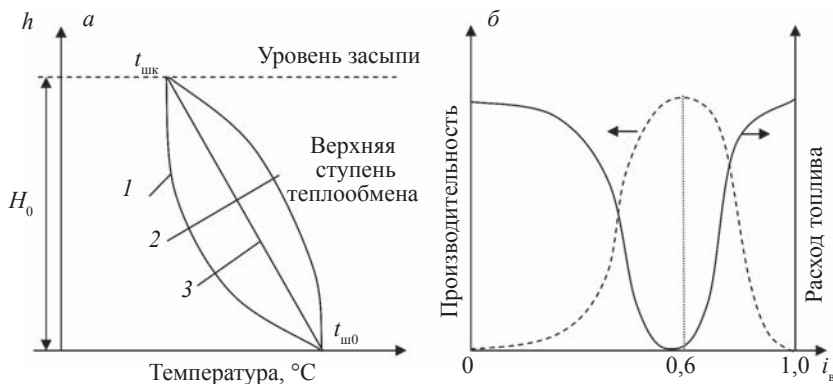


Рис. 10.2. Температурные поля шихтовых материалов в верхней части доменной печи



Каждому из этих температурных полей соответствует определённый ход восстановительных процессов, расход топлива и производительность. Линия 1 характеризует работу доменной печи, когда  $i_b < 0,5$ . Этот случай с технологической точки зрения не пригоден, так как не обеспечивает температурные условия для развития восстановительных процессов. При  $i_b = 0,5$  поле 3 практически нежелательно, так как под действием неконтролируемых возмущений оно может перейти в область аварийной работы, т.е.  $i_b < 0,5$ . В противоположность этому линия 2 ( $0,8 < i_b < 1,0$ ) иллюстрирует температурное поле при повышенном расходе топлива. Хотя восстановительные процессы в шахте и начинаются значительно раньше, это температурное поле считается неприемлемым, так как требует избыточного расхода топлива. Таким образом, оптимальное значение  $i_b$  может изменяться, как показывает опыт работы доменных печей по современной технологии, в относительно узких пределах (0,55–0,80) в зависимости от значений конструктивных и режимных параметров работы конкретных доменных печей: неравномерности распределения материалов, характеристик проплавляемого сырья и т.п.

Следовательно, для определения оптимального теплового режима шахты доменной печи необходимо использовать зависимость расхода топлива (кокса) и производительности печи от  $i_b$ . Существование экстремальной зависимости  $i_b$  от производительности и расхода топлива, представленной на рис. 10.2 б, позволяет определять оптимальное значение  $i_b$ , соответствующее такому распределению температур в шахте, при котором достигается работа доменной печи с минимальным расходом кокса и максимальной производительностью. Оптимальное температурное поле материалов в шахте зависит, в частности, от восстановимости железорудной части шихты и её механической прочности. Чем выше при прочих равных условиях восстановимость железорудной части шихты и её механическая прочность, тем ниже оптимальное значение  $i_b$ .

Химический состав чугуна определяется тепловым состоянием нижней зоны доменной печи и химическим составом загружаемой шихты. Для количественной оценки теплового состояния низа доменной печи принята величина, характеризующая удельные затраты тепла в области высоких температур на образование и нагрев жидких продуктов плавки. При этом расчёт обобщённых параметров, характеризующих тепловое состояние нижней части доменной печи, построен на анализе теплового баланса этой зоны, который можно записать в следующем виде:

$$Q_{\text{ин}} = Q_{\Sigma} + Q_{\text{ш}} - Q_d - Q_{\text{ф}} - Q_{\text{п}}, \quad (10.4)$$

где  $Q_{\text{ин}}$  – удельная энтальпия продуктов плавки, включая теплоту плавления чугуна, за вычетом теплоты образования шлака (затраты

тепла на физический нагрев продуктов плавки и восстановление в чугун оксидов трудновосстановимых элементов по реакциям прямого восстановления), кДж/т чугуна;

$Q_{\Sigma}$  – суммарный (полезный) приход тепла в нижнюю зону печи от сжигания кокса, инжектируемого топлива, рассчитанный с учётом влажности дутья, изменения теплосодержания газоздушного потока, а также затрат тепла на разложение углеводородов и тепла, уносимого газом, покидающим нижнюю зону при температуре газа в зоне замедленного теплообмена ( $t_{г0}$ ), кДж/т чугуна;

$Q_{ш}$  – количество тепла, поступающего в нижнюю зону печи с шихтой при температуре  $t_{ш0}$ , кДж/т чугуна;

$Q_d$  – затраты тепла на прямое восстановление железа, кДж/т чугуна;

$Q_{\phi}$  – затраты тепла на разложение и восстановление флюсов, кДж/т чугуна;

$Q_n$  – тепловые потери в окружающую среду через фурменный пояс, распар и заплечики, кДж/т чугуна.

Используя известные соотношения для расчёта статей теплового баланса нижней зоны доменной печи, уравнение теплового баланса нижней зоны доменной печи (10.4) можно записать в следующей форме:

$$q_r/P + Q_{ш} - 31\,750[\text{Fe}]r_d - Q_{\phi} - Q_n = Q_{шн}, \quad (10.5)$$

где  $q_r$  – полезная тепловая мощность газового потока, учитывающая: физическое тепло дутья, тепло горения углерода до CO, тепло, затраченное на конверсию природного газа и диссоциацию водяных паров, потери тепла с газовым потоком, покидающим нижнюю зону печи, кДж/мин;

$P$  – производительность печи (интенсивность плавки), т/мин;

$r_d$  – степень прямого восстановления железа, доли ед.;

31 750 – тепловой эффект реакции прямого восстановления железа, кДж/т чугуна;

[Fe] – содержание железа в чугуне, %.

Правая часть уравнения (10.5) определяет оптимальные затраты тепла на выплавку 1 тонны чугуна данного состава при существующих конкретных условиях работы печи. Так как при расчёте величины  $Q_{шн}$  учесть все действующие факторы трудно, значение правой части уравнения является параметром настройки модели, которое может быть ориентировочно оценено с использованием информации о показателях процесса по уравнению

$$Q_{\text{ин}} = 265\,500[\text{Si}] + 52\,250[\text{Mn}] + 263\,000[\text{P}] + 598\,000U(\text{S}) + \\ + 1000(c_{\text{ч}}t_{\text{ч}} + c_{\text{ш}}t_{\text{ш}}U), \quad (10.6)$$

где [Si], [Mn], [P] – содержание кремния, марганца и фосфора в чугуне, %;

(S) – содержание серы в шлаке, %;

$c_{\text{ч}}, c_{\text{ш}}$  – теплоёмкость чугуна и шлака соответственно, кДж/(кг·°C);

$t_{\text{ч}}, t_{\text{ш}}$  – температура чугуна и шлака соответственно, °C;

$U$  – выход шлака, т/т чугуна.

Левая часть уравнения (10.6) представляет собой сумму основных статей теплового баланса доменной печи, отражает влияние всех контролируемых технологических факторов на ход плавки и может быть рассчитана с привлечением технологической информации о процессе. Значение левой части уравнения теплового баланса нижней зоны доменной печи принято считать обобщённым показателем теплового состояния низа доменной печи ( $Q_{\text{н}}$ ).

Аналитическое выражение для определения этого расчётного обобщённого параметра ( $Q_{\text{п}}$ ) по технологической информации о ходе и условиях плавки целесообразно представить в виде зависимости:

$$Q_{\text{п}} = Q_{\text{н}} = q_{\text{r}}/P + Q_{\text{ш}} - 31\,750[\text{Fe}]r_{\text{д}} - Q_{\text{н}} = \\ = \sum q_i [X]_i + c_{\text{ч}}t_{\text{ч}} + c_{\text{ш}}t_{\text{ш}}U + Q_{\text{ф}}, \quad (10.7)$$

где  $[X]_i$  – содержание  $i$ -го элемента (например, [Si], [Mn], [P]) в чугуне, %;

$q_i$  – тепловой эффект реакции восстановления  $i$ -го элемента, кДж/10 кг элемента (например,  $q_{\text{Si}} = 265\,500$ ,  $q_{\text{Mn}} = 52\,250$  и т.п.).

Успешное решение любой технологической задачи возможно только в том случае, если она рассматривается как системная задача, т.е. учитывает не только взаимосвязи, присущие различным физико-химическим процессам, но и информационную структуру управляемой технологической системы. При этом зашумлённость информации не должна искажать результаты моделирования, что достигается за счёт использования принципов построения помехозащищённых математических моделей. Один из них заключается в выборе такой структуры модели, в которой наименее достоверные данные используются таким образом, что ошибки, вызванные этими данными, не приводят к существенным погрешностям результатов моделирования. То есть заданные требования к представительности оценки могут быть достигнуты с помощью различных структур вычисления.

Так, необходимые для решения уравнения теплового баланса нижней зоны доменной печи значения производительности ( $P$ ) и степени прямого восстановления железа ( $r_d$ ) могут быть найдены различными способами. Самая простая методика расчёта величины  $P$  основана на использовании информации об интенсивности загрузки шихтовых материалов и их химическом составе (балансе железа). Для вычислений можно использовать следующую формулу:

$$P = e_{\text{п}}/\tau_{\text{п}}, \quad (10.8)$$

где  $e_{\text{п}}$  – теоретический выход чугуна из подачи, т/подачу;

$\tau_{\text{п}}$  – интервал времени между очередными подачами, мин.

Анализ рассчитанных данных показал, что надёжные результаты можно получить лишь при стабильном уровне засыпи, соблюдении графика выпусков и ровном ходе шихтовых материалов, поэтому применение формулы (10.8) весьма ограничено.

Более пригодны для решения задач прогнозирования (выходная переменная определяется несколькими входными и параметрами состояния, которые в первом приближении можно принять постоянными) способы, основанные на решении других балансовых соотношений доменной плавки, и в частности, с использованием информации о параметрах комбинированного дутья, составе колошникового газа и параметрах загружаемой шихты. При этом возможен многовариантный режим расчёта показателей процесса по балансу:

- кислорода;
- «углерод–кислород»;
- газифицированного углерода кокса.

*Баланс кислорода* имеет следующий вид:

$$2P\delta = V_{\text{CO}} + 2V_{\text{CO}_2} + V_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{г}} - 2V_{\text{O}_2} - V_{\text{H}_2\text{O}}, \quad (10.9)$$

где  $\delta$  – количество кислорода, поступающего в печь с шихтовыми материалами, кг/т чугуна;

$V_{\text{CO}}$ ,  $V_{\text{CO}_2}$ ,  $V_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{г}}$  – количество соответствующих газов, покидающих печь с колошниковым газом, определяемое по составу и выходу колошникового газа, м<sup>3</sup>/мин;

$V_{\text{O}_2}$ ,  $V_{\text{H}_2\text{O}}$  – количество кислорода и водяных паров, поступающих в печь с дутьём, м<sup>3</sup>/мин.

В левой части уравнения представлено количество кислорода, поступающего в печь с восстанавливаемыми элементами шихты, а в правой части – разница между покидающим печь с колошниковыми газами кислородом и поступающим его количеством в печь с дутьём в единицу времени.

Учтём, что

$$V_{\text{H}_2} = V_{\text{H}_2\text{O}} + (H)V_{\text{пр}}, \quad V_{\text{O}_2} = 2V_{\text{O}_2} + V_{\text{H}_2\text{O}},$$

$$V_{\text{C}_\Sigma} = V_{\text{CO}} + V_{\text{CO}_2}, \quad V_{\text{CO}_2} = \eta_{\text{CO}}V_{\text{C}_\Sigma}, \quad V_{\text{H}_2\text{O}}^r = \eta_{\text{H}_2}V_{\text{H}_2},$$

где  $V_{\text{H}_2}$ ,  $V_{\text{O}_2}$  – суммарное количество  $\text{H}_2$  и  $\text{O}_2$ , поступающего в печь с комбинированным дутьём,  $\text{м}^3/\text{мин}$ ;

$(H)$  – суммарное содержание газообразного водорода в природном газе,  $\text{м}^3/\text{м}^3$ ;

$V_{\text{пр}}$  – расход природного газа,  $\text{м}^3/\text{мин}$ ;

$V_{\text{C}_\Sigma}$  – суммарное количество  $\text{CO}$  и  $\text{CO}_2$ , покидающее печь с колошниковым газом,  $\text{м}^3/\text{мин}$ ;

$\eta_{\text{CO}}$  – степень использования  $\text{CO}$  ( $\eta_{\text{CO}} = \text{CO}_2 / (\text{CO}_2 + \text{CO})$ ), доли;

$\eta_{\text{H}_2}$  – степень использования  $\text{H}_2$  ( $\eta_{\text{H}_2} = \text{H}_2\text{O} / (\text{H}_2\text{O} + \text{H}_2)$ ), доли;

$\text{CO}_2$ ,  $\text{CO}$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{H}_2$  – содержание соответствующих компонентов в колошниковом газе, объём. %.

Тогда выражение (10.9) примет следующий вид:

$$2P\delta = V_{\text{C}_\Sigma}(1 + \eta_{\text{CO}}) + \eta_{\text{H}_2}V_{\text{H}_2} - V_{\text{O}_2}. \quad (10.10)$$

*Баланс углерода* можно записать двумя способами:

**Первый способ** (баланс «углерод–кислород») учитывает, что общее количество углерода, покидающего печь с колошниковыми газами, образуется в результате горения углерода за счёт кислорода дутья и водяных паров, а также за счёт газификации углерода по реакциям прямого восстановления железа и примесей. В этом случае суммарное количество углерода, покидающего печь с колошниковым газом, определяется по следующему уравнению:

$$V_{\text{C}_\Sigma} = V_{\text{O}_2} + 4[\text{Fe}]r_dP + C_{\text{эл}}P, \quad (10.11)$$

где  $C_{\text{эл}}$  – количество  $\text{CO}$ , образовавшегося от восстановления трудновосстановимых примесей,  $\text{м}^3/\text{т}$  чугуна.

**Второй способ** (баланс газифицированного углерода) основан на том, что количество углерода, покидающего печь с колошниковым газом, равно сумме количества газифицируемого углерода кокса и количества углерода, поступающего в печь с углеводородными добавками в дутье. В этом случае минутный баланс углерода запишется следующим образом:

$$V_{\text{C}_\Sigma} = 1,867g_kP + (C)V_{\text{пр}}, \quad (10.12)$$

где  $g_k$  – удельное количество газифицированного углерода кокса, определяемое как удельный расход загружаемого в печь углерода,

кокса за вычетом углерода израсходованного на науглероживание чугуна, кг/т чугуна.

$$g_k = 0,01KC_{\kappa} - 10[C]; \quad (10.13)$$

где  $K$  – удельный расход кокса, кг/т чугуна;

$C_{\kappa}$  – содержание углерода в коксе, %;

$[C]$  – содержание углерода в чугуне, %;

$(C)$  – суммарное содержание газообразного углерода в природном газе, м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>;

$V_{\text{пр}}$  – расход природного газа, м<sup>3</sup>/мин.

Приведённые уравнения (10.10)–(10.13) могут быть разрешены относительно необходимых для теплового баланса переменных  $P$  и  $r_d$ .

Так, выражения для расчёта производительности доменной печи могут быть получены:

из уравнения (10.10)

$$P = \frac{V_{\text{C}\Sigma}(1 + \eta_{\text{CO}}) + \eta_{\text{H}_2}V_{\text{H}_2} - V_{\text{O}\Sigma}}{2\delta}; \quad (10.14)$$

из уравнения (10.11)

$$P = \frac{V_{\text{C}\Sigma} - V_{\text{O}\Sigma}}{4[\text{Fe}]r_d + C_{\text{эл}}}; \quad (10.15)$$

из системы уравнений (10.11)–(10.12)

$$P = \frac{V_{\text{O}\Sigma} - (C)V_{\text{пр}}}{1,867g_k - 4[\text{Fe}]r_d - C_{\text{эл}}}; \quad (10.16)$$

из уравнения (10.12)

$$P = \frac{V_{\text{C}\Sigma} - (C)V_{\text{пр}}}{1,867g_k}. \quad (10.17)$$

Совместное решение уравнений (10.11) и (10.12) позволило получить следующее выражение для расчёта степени прямого восста-

новления железа, использующее информацию о параметрах дутья, шихтовых материалов и составе продуктов плавки:

$$r_d = \frac{1,867g_k}{4[\text{Fe}]} - \frac{V_{\text{O}_2} + (\text{C})V_{\text{C}_2}}{4[\text{Fe}]P} - \frac{C_{\text{эл}}}{4[\text{Fe}]} \quad (10.18)$$

Степень использования восстановительного потенциала газа характеризуют также индексом косвенного восстановления  $R_p$ , выражающим отношение кислорода оксидов железа, отнятого непрямом путём, ко всему кислороду, связанному с оксидами железа. Обозначив количество кислорода, отнимаемого у шихты непрямом (косвенным) путём, через  $O_p$ , и прямым путём – через  $O_d$ , известное уравнение А.Н. Рамма для расчёта  $R_i$  можно представить в виде

$$R_i = O_i / (O_i + O_d). \quad (10.19)$$

Индекс косвенного восстановления, используя соотношения (10.10) и (10.11), можно представить через степени использования газов  $\eta_{\text{CO}}$ ,  $\eta_{\text{H}_2}$  и производительность печи:

$$R_i = V_{\text{C}_2} / (2P\delta)\eta_{\text{CO}} + V_{\text{H}_2\text{O}} / (2P\delta)\eta_{\text{H}_2}. \quad (10.20)$$

Расчёт по данному уравнению, в отличие от уравнения (10.19), осуществляется с использованием информации о составе колошникового газа.

С физической точки зрения все эти методы расчёта совершенно равнозначны, но их применение для анализа реальных условий работы печи, когда установившееся состояние процесса практически недостижимо, а влияние неконтролируемых воздействий и помех существенно, даёт различные результаты расчёта.

Анализ информационной структуры уравнений (10.11)–(10.13) показал, что каждая из методик расчёта имеет свои преимущества и недостатки.

*Методика расчёта, основанная на балансе газифицированного кислорода шихты (уравнение (10.10)),* использует в полном объёме информацию о параметрах комбинированного дутья, составе железорудных материалов, составе колошникового газа. Имеет высокую чувствительность к параметрам комбинированного дутья и окисленности железорудных материалов, составу колошникового газа. Её целесообразно использовать при низкой достоверности информации о массах загруженных железорудных материалов и кокса.

*Баланс «углерод–кислород» (уравнение (10.11))* описывает процесс газификации углерода кокса, протекающий в области высоких температур. В полной мере используется информация о параметрах комбинированного дутья и количестве загружаемого кокса. В меньшей степени используется информация о составе колошникового газа – только для расчёта производительности печи. Исключается из анализа информация о содержании водорода в колошниковом газе. Её целесообразно использовать при низкой достоверности информации о составе колошникового газа.

*Баланс газифицированного углерода кокса (уравнение (10.12)).* Положенная в основу методики расчёта система уравнений максимально использует информацию о составе колошникового газа, расходах кокса, природного газа. Методика имеет высокую чувствительность к составу шихты, общему количеству и соотношению CO и CO<sub>2</sub> в колошниковом газе, содержанию H<sub>2</sub>. Её целесообразно применять при низкой достоверности данных о параметрах комбинированного дутья.

Другие составляющие теплового баланса нижней зоны доменной печи определяются составом шихты, химическим составом шихтовых материалов и продуктов плавки и рассчитываются по материальным балансам.

Так, балансы шлакообразующих и баланс оксида кальция позволяют получить также различные оценки выхода шлака, отличающиеся информацией о химическом составе компонентов шихты и составе продуктов плавки.

Выход шлака ( $U$ , т/т чугуна), рассчитанный из баланса шлакообразующих элементов, рассчитывают по уравнению

$$U = \left\{ 0,01 \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^m M_i X_{ij} \right) - 0,0214e [\text{Si}] \right\} / e, \quad (10.21)$$

где  $M_i$  – масса  $i$ -го компонента доменной шихты, т;

$X_{ij}$  – содержание  $j$ -го шлакообразующего элемента в  $i$ -м компоненте доменной шихты, %;

$e$  – теоретический выход чугуна, т.

При наличии информации в  $i$ -м компоненте шихты о содержании железа ( $\text{Fe}_i$ ) и кислорода ( $\text{O}_i^{\text{III}}$ ), связанного с восстанавливаемыми в чугун оксидами железа, выход шлака можно рассчитать по следующему уравнению:

$$U = \left\{ 0,01 \sum_{i=1}^n M_i (100 - \text{Fe}_i - \text{O}_i^{\text{III}}) - 0,0214e [\text{Si}] \right\} / e. \quad (10.22)$$



Выход шлака, рассчитанный по балансу оксида кальция:

$$U = \sum_{i=1}^n (M_i \text{CaO}_i) / [e(\text{CaO})], \quad (10.23)$$

где  $\text{CaO}_i$ ,  $(\text{CaO})$  – содержание  $\text{CaO}$  в  $i$ -м железорудном материале и шлаке соответственно, %.

Таким образом, представленные системы уравнений используют разные группы информации о процессе, полученные значения показателей доменной плавки являются оценками их действительных значений. Различие оценок связано с разной достоверностью используемой информации. При этом надежной следует считать ту оценку, которая получена с использованием более достоверной информации. В связи с этим модель, используемая для решения технологических задач с привлечением практических данных, должна иметь переменную структуру, обеспечивающую использование разных групп информации в зависимости от ее достоверности.

Известно, что балансовые уравнения есть не что иное, как форма записи законов сохранения вещества и энергии, и они могут успешно использоваться для анализа статистики процесса, т.е. для условий, когда нет переходных процессов и связанных с ними аккумуляции в системе вещества и энергии. В описанных выше уравнениях приходится использовать переменные, принадлежащие различным интервалам времени. Например, в уравнение (10.12) входят переменная  $g_k$ , определяемая по параметрам загружаемой на колошнике шихты, и  $V_{\text{СЭ}}$ , определяемая по измеренным в текущий момент расходу и составу комбинированного дутья. Очевидно, что использование балансовых соотношений приведёт к появлению существенных погрешностей. Для снижения погрешностей решения балансовых соотношений, как уже отмечалось ранее, используется натурно-модельный подход, сущность которого заключается в оценке изменения входных и выходных переменных относительно базовых значений.

Здесь и далее под базовыми значениями величины понимаются значения, найденные за такой период усреднения информации, при котором влияние динамических погрешностей несущественно. Иными словами, под базовой составляющей понимается информация, усреднённая на таком интервале времени, на котором ошибки, связанные с переходными процессами, сказываются незначительно на результатах расчёта.

При натурно-модельном подходе оценка прогнозных значений выходных переменных получается в результате решения линеаризованных балансовых соотношений путём разложения скалярной

функции  $Y$  нескольких переменных  $X = (X_1, \dots, X_i, \dots, X_n)$  на интервале  $\Delta X = (\Delta X_1, \dots, \Delta X_i, \dots, \Delta X_n)$  в окрестностях некоторой точки  $X_0 = (X_{10}, \dots, X_{i0}, \dots, X_{n0})$ , характерной для базового состояния, в ряд Тейлора и в последующем учете только первых членов этого ряда по каждому из аргументов.

$$Y(X) = Y(X_0) + \sum \partial Y / \partial X_{i|_{X=X_0}} (X_i - X_{i0}) \quad (10.24)$$

или

$$\Delta Y = \sum k_i \Delta X_i \quad (10.25)$$

где  $\Delta X_i$  – отклонение  $i$ -го параметра процесса  $X_i$  от его базового значения  $X_{i0}$ ,  $\Delta X_i = X_i - X_{i0}$ .

Например, для функции вида  $Y = \sum (k_i X_i)$  линейризованное уравнение принимает следующий вид:  $\Delta Y = \sum (k_i \Delta X_i)$ , а для уравнения типа  $Y = \prod (k_i X_i^{j_i}) - \Delta Y / Y = \sum (k_i \Delta X_i / X_i)$ .

Использование линейризованных зависимостей и принципа аддитивности влияния отдельных режимных параметров позволяет анализировать только относительно небольшие отклонения режимных параметров от их базового уровня.

В рамках задачи анализа работы доменной печи линейризованное уравнение (10.7) будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta Q_{\text{н}} = \Delta Q_{\text{р}} = q_{\text{г}} / P (\Delta q_{\text{г}} / q_{\text{г}}) - q_{\text{г}} / P (\Delta P / P) + \Delta Q_{\text{ш}} - 31\,750 [\text{Fe}] \Delta r_{\text{д}} - \\ - \Delta Q_{\text{н}} - \Delta Q_{\text{ф}} - t_{\text{ш}} c_{\text{ш}} \Delta U = \sum q_i \Delta [X]_i + \Delta t_{\text{ч}} c_{\text{ч}} + \Delta t_{\text{ш}} c_{\text{ш}} U. \end{aligned} \quad (10.26)$$

Правая часть уравнения (10.26) отражает изменения состава чугуна и физического нагрева продуктов плавки. Значения  $\Delta t_{\text{ч}}$ ,  $\Delta t_{\text{ш}}$ ,  $\Delta [X]_i$  определяются как отклонения значений соответствующих величин в сопоставимом периоде от их базовых значений (например,  $\Delta [X]_i = [X]_{i0} - [X]_i$ ).

Входящие в левую часть уравнения переменные  $\Delta r_{\text{д}}$  и  $\Delta P / P$  определяются из балансовых соотношений, связывающих параметры дутья и загружаемой шихты с количеством газов-восстановителей и степенью использования восстановительной работы газового потока.

При допущении, что  $\Delta r_{\text{д}} = -\Delta R_{\text{г}}$ , после линейризации уравнения (10.20) получим выражение для расчёта изменения степени прямого восстановления железа:

$$\begin{aligned} \Delta r_{\text{д}} = -V_{\text{CS}} / (2P\delta) \Delta \eta_{\text{CO}} - V_{\text{H}_2} / (2P\delta) \Delta \eta_{\text{H}_2} - \eta_{\text{CO}} / (2P\delta) \Delta V_{\text{CS}} - \\ - \eta_{\text{H}_2} / (2P\delta) \Delta V_{\text{H}_2} + R_i \Delta P / P. \end{aligned} \quad (10.27)$$

Линеаризованное уравнение (10.16) для расчёта производительности доменной печи примет следующий вид:

$$\Delta P/P = (\Delta V_{\text{ОС}} - (C)\Delta V_{\text{пр}})/(V_{\text{ОС}} - (C)V_{\text{пр}}) - (1,867\Delta g_{\text{к}} - 4[\text{Fe}]\Delta r_{\text{д}} - \Delta C_{\text{эл}})/(1,867g_{\text{к}} - 4[\text{Fe}]r_{\text{д}} - C_{\text{эл}}). \quad (10.28)$$

Аналогичным образом осуществляется линеаризация и остальных уравнений модели.

Таким образом, решение системы линеаризованных уравнений совместно с уравнением теплового баланса позволяет оценить влияние изменения режимных параметров на показатели доменной плавки.

Общие принципы, используемые при построении алгоритма решения какой-либо задачи, заключаются в следующем:

1) выявляются доминирующие связи, и на начальном этапе расчёта отбрасываются переменные, влияние которых на результат расчёта малозначимо;

2) организуется итерационная процедура для учёта связей малого порядка. При этом заданная точность моделирования определяется с учётом технологической возможности изменения режимных параметров или реальной погрешности измерения контролируемых переменных;

3) результаты моделирования подвергаются комплексной оценке с учётом изменения теплового состояния верхней и нижней зон доменной печи, газодинамики отдельных зон печи, шлакового режима, технологических возможностей загрузки материалов и отработки продуктов плавки.

Проиллюстрируем эту процедуру на примере расчёта требуемого изменения массы кокса в подаче при изменении состава или соотношения компонентов железорудных материалов в подаче в проектный период относительно базового.

Процедура включает следующую последовательность вычислений:

- расчёт теплового эквивалента кокса;
- расчёт требуемого изменения количества тепла в нижней зоне доменной печи при изменении параметров шихты;
- расчёт влияния параметров шихты на расход кокса.

Блок-схема алгоритма решения задачи приведена на рис. 10.3.

#### *Расчёт теплового эквивалента кокса*

Итерационная процедура расчёта теплового эквивалента кокса представлена на рис. 10.4 и заключается в следующем.

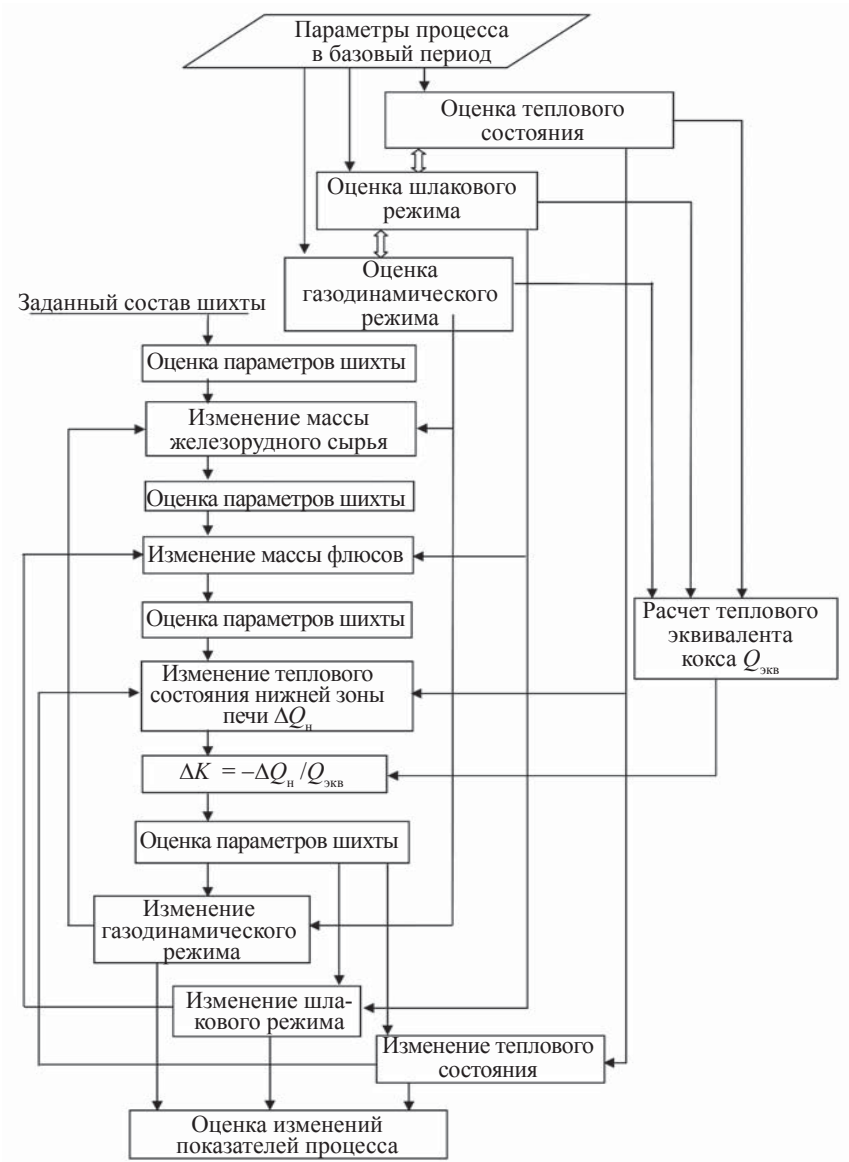


Рис. 10.3. Блок-схема алгоритма решения задач расчёта требуемого изменения массы кокса при изменении состава соотношения компонентов железорудного сырья

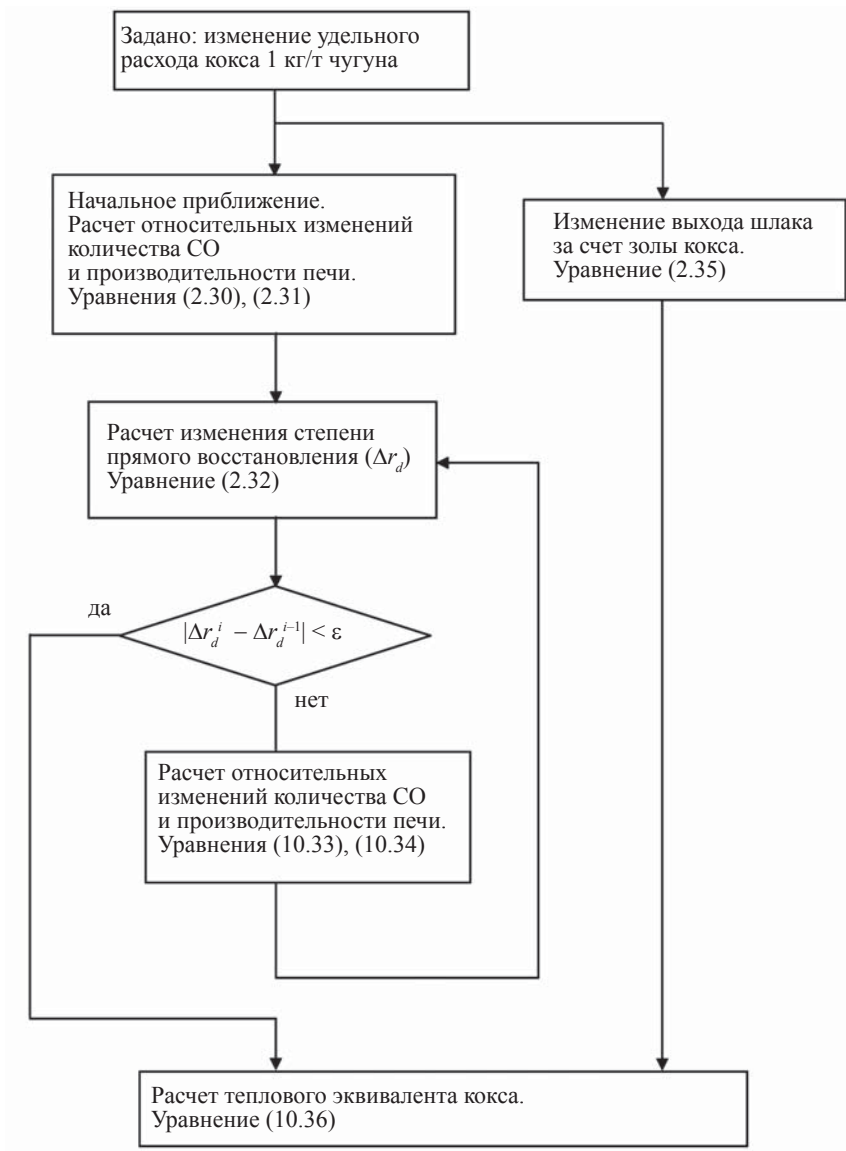


Рис. 10.4. Итерационная процедура расчёта теплового эквивалента кокса

1. Задаётся изменение удельного расхода кокса  $\Delta K$ , например 1 кг/т чугуна.

2. Рассчитывается изменение удельного количества газифицированного углерода кокса ( $g_k$ ):

$$\Delta g_k = C_k \Delta K. \quad (10.29)$$

3. Определяются первые приближения относительных изменений количества CO ( $\Delta V_{CS}/V_{CS}$ ) и производительности ( $\Delta P/P$ ) по уравнениям, полученным в результате линеаризации зависимостей (10.11) и (10.16) при условии постоянства всех параметров за исключением  $g_k$  ( $\Delta V_{пр} = 0$ ,  $\Delta r_d = 0$ ,  $\Delta V_{O\Sigma} = 0$ ,  $\Delta C_{эл} = 0$ ):

$$\Delta V_{CS}/V_{CS} = -\Delta g_k/g_k(1 - 1,867g_k/(1,867g_k - 4[Fe]r_d + C_{эл})), \quad (10.30)$$

$$\Delta P/P = -1,867\Delta g_k/(1,867g_k - 4[Fe]r_d + C_{эл}). \quad (10.31)$$

4. Осуществляется расчёт  $\Delta r_d$ ,  $\Delta V_{CS}/V_{CS}$  и  $\Delta P/P$  с учётом изменения восстановительной работы газового потока при найденном значении  $\Delta V_{CS}/V_{CS}$  при условии, что  $\Delta \eta_{CO} = 0$ ,  $\Delta \eta_{H_2} = 0$ ,  $\Delta V_{H\Sigma} = 0$ . Линеаризованные уравнения (10.20), (10.12) и (10.16) для этого случая примут следующий вид:

$$\Delta r_d = -\eta_{CO}/(2P\delta)\Delta V_{CS} + R_t \Delta P/P, \quad (10.32)$$

$$\begin{aligned} \Delta V_{CS}/V_{CS} = & -\Delta g_k/g_k(1 - 1,867g_k/(1,867g_k - [Fe]r_d + C_{эл})) + \\ & + (4[Fe]\Delta r_d)/(4[Fe]r_d + C_{эл}), \end{aligned} \quad (10.33)$$

$$\Delta P/P = -(1,867\Delta g_k - 4[Fe]\Delta r_d)/(1,867g_k - 4[Fe]r_d + C_{эл}). \quad (10.34)$$

Для решения данной системы трёх уравнений осуществляется итерация до достижения допустимой невязки определения одного или нескольких из этих параметров.

5. Выполняется расчёт изменения удельного выхода шлака за счёт золы кокса по уравнению, полученному в результате линеаризации зависимости (10.22)

$$\Delta U = 0,0001\Delta K A^k(100 - (112/160)Fe_2O_3^{A_k}), \quad (10.35)$$

где  $A^k$  – содержание золы в коксе, %;

$Fe_2O_3^{A_k}$  – содержание  $Fe_2O_3$  в золе кокса, %.

6. В заключение рассчитывается тепловой эквивалент кокса, т.е. изменение удельных затрат тепла в нижней части печи при изменении удельного расхода кокса на 1 кг/т чугуна по уравнению (10.26), которое при условии  $\Delta q_r = 0$ ,  $\Delta Q_{ш} = 0$ ,  $\Delta Q_n = 0$ ,  $\Delta Q_{\phi} = 0$  примет следующий вид:

$$Q_{\text{жк}} = -q_r/P(\Delta P/P) - 31\,750[\text{Fe}]\Delta r_d - c_{\text{ш}}\Delta U. \quad (10.36)$$

*Расчёт требуемого изменения количества тепла в нижней зоне доменной печи*

Требуемое количество тепла в нижней зоне доменной печи определяется с учётом необходимого изменения количества флюсов или соотношения компонентов железорудной части шихты, загружаемых в печь для получения заданной основности шлака. В интерактивном режиме может быть реализован вариант расчёта, предусматривающий определение количества флюсов с учётом шлакового и газодинамического режимов доменной плавки.

Последовательность вычислений сводится к следующему:

1. Определяется средневзвешенный состав железорудных материалов и флюсов в подаче в базовом периоде.

2. Определяется средневзвешенный состав железорудных материалов в подаче в прогнозном периоде.

3. Рассчитывается по балансу железа теоретический выход чугуна из подачи ( $e_n$ ) для базового и прогнозного периодов.

4. Рассчитывается требуемое изменение массы флюсов или соотношения компонентов железорудной части шихты в подаче при условии постоянного расхода кокса.

5. Рассчитывается изменение выхода шлака, например по соотношениям (10.21), (10.22).

6. Определяется избыток (дефицит) тепла в нижней зоне доменной печи при изменении количества шлака и флюсов:

$$\Delta Q_n = \Delta Q_{\text{ш}} - \Delta Q_{\text{фл}} - t_{\text{ш}}c_{\text{ш}}\Delta U. \quad (10.37)$$

7. Рассчитывается необходимый дополнительный расход кокса:

$$\Delta K = -\Delta Q_n / Q_{\text{жк}}. \quad (10.38)$$

8. Рассчитывается необходимое количество кокса в подаче ( $M_k$ ):

$$M_k = (\Delta K + K)e_n, \quad (10.39)$$

где  $e$  – теоретический выход чугуна из подачи, т.

9. Рассчитывается дополнительное количество флюсов на ошлакование золы кокса.

Далее осуществляются итерации до достижения заданной точности вычисления требуемого количества тепла в нижней зоне доменной печи или требуемого расхода кокса (пункты 3–9).

10. Рассчитывается изменение затрат тепла в нижней зоне печи  $\Delta Q_n$  по уравнению (10.26), включающему определение  $\Delta r_d$  и  $\Delta P/P$  по уравнениям (10.27) и (10.28).

#### *Расчёт влияния параметров шихты на расход кокса*

Изменения удельного расхода кокса и массы кокса в подаче при изменении параметров шихты рассчитываются по уравнениям (10.38), (10.39).

Возможность математической модели теплового состояния оценивать влияние на показатели процесса любых параметров плавки позволяет рассчитать минимальный для данных сырьевых условий удельный расход кокса. Под минимально возможным удельным расходом кокса понимается такой удельный расход кокса, которого можно было бы достигнуть при условии термодинамического равновесия реакции прямого восстановления при температурах развития реакций прямого восстановления.

Расчёт минимального расхода кокса состоит в следующем:

1. По составу колошникового газа с учётом реального химического состава шихтовых материалов оценивается степень использования восстановительной работы газового потока для реакции прямого восстановления железа ( $\eta_{CO}^{mb}$ ) и её отклонение от равновесных значений, определяемых по диаграмме Fe–C–O ( $\Delta\eta_{CO}$ ):

$$\Delta\eta_{CO} = \eta_{CO}^{mb} - \eta_{CO}^{равн}. \quad (10.40)$$

2. По уравнениям (10.26)–(10.28) рассчитывается изменение теплового состояния низа печи за счёт этого данного фактора ( $\Delta Q_n^{\Delta\eta CO}$ ) и соответствующее этому изменению удельного расхода кокса:

$$\Delta K = -\Delta Q_n^{\Delta\eta CO} / Q_{эк}. \quad (10.41)$$

3. Минимально возможный удельный расход кокса рассчитывается по уравнению

$$K_{min} = K_{факт} - \Delta K. \quad (10.42)$$

Сопоставление значений минимального и фактического расходов кокса даёт информацию о возможных резервах производства.



### 10.3. Подсистема дутьевого и газодинамического режимов доменной плавки

Следует отметить, что наилучшие показатели доменной плавки – высокую производительность и низкий удельный расход кокса – можно получить только при благоприятном сочетании развития как физико-химических, так и физико-механических процессов.

В последнее время вследствие использования рудного материала сравнительно высокого качества и высоких параметров комбинированного дутья (высокий нагрев дутья, применение дутья, обогащённого кислородом, подача в горн печи углеводородных добавок) лимитирующим процессом часто является движение шихты и газа в печи.

Целью моделирования дутьевого и газодинамического режимов доменной плавки является оценка влияния параметров комбинированного дутья и загружаемой шихты на параметры фурменного очага и перепады давления в отдельных зонах доменной печи.

#### *Дутьевой режим*

Размеры фурменного очага (понимаем под этим прежде всего протяжённость циркуляционной зоны, а также размеры кислородной и углекислотной зон горения) оказывают существенное влияние практически на все процессы, происходящие в доменной печи. Расчёт характеристик фурменного очага, построенный на использовании эмпирических зависимостей, позволяет оценить протяжённость циркуляционной, окислительной зон, относительную площадь окислительных зон в базовом периоде и их изменения при колебаниях условий плавки. При этом по результатам анализа работы конкретной доменной печи определяются такие области значений характеристик фурменного очага, при которых достигаются наилучшие технико-экономические показатели плавки.

*Масса дутья истекающего из фурмы (кг/с)*

$$m_{\text{дф}} = \frac{\rho_{\text{N}_2} V_{\text{N}_2} + \rho_{\text{O}_2} V_{\text{O}_2} + \rho_{\text{H}_2\text{O}} V_{\text{H}_2\text{O}} + \rho_{\text{ш}} V_{\text{ш}}}{n_{\text{рф}} S_{\text{ф}} 60}, \quad (10.43)$$

где  $\rho_i$  – плотность соответствующих газов при нормальных условиях.

Кинетическая энергия дутья (Дж)

$$E_{\text{кин}} = \frac{m_{\text{дф}} w_{\text{дф}}^2}{2g}. \quad (10.44)$$

Полная энергия дутья (Дж)

$$E_{\text{полн}} = \frac{m_{\text{дф}} w_{\text{дф}}^2}{2g} + \frac{m_{\text{дф}} \rho_{\text{д}}}{g \rho_{\text{д}}}. \quad (10.45)$$

Для расчёта протяжённости зоны циркуляции (горения) можно рекомендовать следующие эмпирические соотношения [30], мм:

- для доменных печей малого объёма (менее 1000 м<sup>3</sup>)

$$L_{\text{ц}} = 122,26 + 0,329E_{\text{кин}} - 0,00000244E^2, \quad (10.46)$$

- для доменных печей большого объёма (более 1000 м<sup>3</sup>)

$$L_{\text{ц}} = -806,1 + 0,0284E_{\text{полн}} - 0,00000001E_{\text{полн}}^2. \quad (10.47)$$

Для расчётного определения протяжённости углекислотной (окислительной) зоны горения в первом приближении можно рекомендовать следующую взаимосвязь, мм:

$$L_{\text{ок}} = 1,28L_{\text{ц}}. \quad (10.48)$$

Площадь окислительных зон фурменного очага, отнесённая к поперечному сечению горна, %:

$$S_{\text{ок}} = 0,9n_{\text{ф}} \left( \frac{0,001L_{\text{ок}}}{d_{\text{г}}} \right)^2 100, \quad (10.49)$$

где  $d_{\text{г}}$  – диаметр горна, м;  $n$  – число работающих фурм, шт.

Необходимо отметить, что оптимальные значения параметров фурменного очага определяются как результат длительного анализа работы доменных печей. Например, для доменных печей малого объёма наилучшие показатели работы печи достигаются при условии, когда площадь, занятая фурменными очагами, составляет 30–35 % площади горна печи.

При оценке эффективности того или иного изменения режимных параметров доменной плавки определяются прогнозные значе-

ния изменений параметров фурменного очага и оценивается допустимость рассматриваемых мероприятий.

### *Газодинамический режим*

При моделировании газодинамического режима доменной плавки необходимо выполнить:

- расчет газодинамических характеристик слоя шихтовых материалов;
- оценку изменения перепадов давления и степени уравнивания шихты в отдельных зонах печи при изменении расхода дутья;
- оценку изменения перепадов давления и степени уравнивания шихты в отдельных зонах печи при изменении параметров загружаемой шихты.

*Определение газодинамических характеристик столба шихтовых материалов в базовом периоде доменной плавки*

Как известно, для непрерывного схода шихты в печи необходимо выполнение следующего условия в соотношении сил, управляющих движением материалов:

$$P_{\text{ш}} > P_{\text{г}} + F_{\text{тр}}, \quad (10.50)$$

где  $P_{\text{ш}}$  – масса шихты в печи;

$P_{\text{г}}$  – подъёмная сила газового потока;

$F_{\text{тр}}$  – силы трения материалов о стенки печи.

В том случае, когда указанное неравенство превращается в равенство, шихта в печи не движется – наступает явление подвисания.

В этом случае возникает необходимость принятия мер по возобновлению движения материалов.

Рассмотрим за счёт изменения каких из указанных сил возможно управлять движением материалов в доменной печи.

Масса шихты в печи ( $P_{\text{ш}}$ ) может быть определена из простого уравнения:

$$P_{\text{ш}} = V_0 \gamma_{\text{н}}^{\text{ш}}, \quad (10.51)$$

где  $V_0$  – полезный объем печи, м<sup>3</sup>;  $\gamma_{\text{н}}^{\text{ш}}$  – насыпная масса шихты, т/м<sup>3</sup>.

Однако направленное управление сходом шихты в печи за счёт изменения массы шихты в печи невозможно, поскольку объем печи задан, а насыпная масса шихты, зависящая от соотношения рудных материалов и кокса, определяется не физическими, а физико-химическими и тепловыми процессами и также вполне определена.

Невозможно и управление силой трения материалов о стенки печи, зависящей от бокового давления материалов на ограждающие стенки и коэффициента трения столба материалов об огнеупорную кладку.

Подъёмная сила газового потока может быть найдена из уравнения

$$P_r = \Delta P S, \quad (10.52)$$

где  $\Delta P$  – перепад давления газов при его движении через слой шихты, Па;

$S$  – площадь поперечного сечения печи, м<sup>2</sup>.

Для осуществления движения шихты в печи в случае ее подвигания необходимо снижать значение  $\Delta P$ , для чего нужно знать зависимость перепада давления газов от параметров шихты, газа, а также характер взаимодействия между этими потоками.

В основе моделирования процессов газодинамики лежит уравнение Эгона, позволяющее оценить влияние параметров шихты, газа и характера взаимодействия между этими потоками [13; 30]:

$$\Delta P = \lambda \frac{W^2}{2} \rho \frac{H (1 - \varepsilon)}{d_s^3} \frac{T}{273 (1 + P_r)}, \quad (10.53)$$

где  $\lambda$  – коэффициент, учитывающий форму и шероховатость частиц слоя;

$W$  – скорость фильтрации газового потока;

$\rho$  – плотность газа;

$H$  – высота слоя шихты в печи;

$d_s$  – эквивалентный диаметр куска шихты;

$\varepsilon$  – порозность слоя шихты;

$T$  – температура газа;

$P_r$  – избыточное давление газа.

Нарушение в ходе шихты в печи начинается далеко до полного уравновешивания её газовым потоком. В качестве критерия устойчивости слоя шихты в печи при воздействии на него газового потока принимается степень уравновешивания (СУ) шихты газом:

$$СУ = \frac{10 \Delta P}{H_a \gamma_n^m}, \quad (10.54)$$

где СУ – степень уравновешивания шихты газовым потоком, доли ед.;

$H_a$  – высота «активной» части слоя шихты (высота слоя шихты от уровня воздушных фурм до уровня шихты в печи), м;

$\Delta P$  – перепад давления газов по высоте «активной» части слоя шихты, кг/см<sup>2</sup> (атм.);

$\gamma_{\text{ш}}^{\text{н}}$  – насыпная масса шихты, т/м<sup>3</sup>.

Как показывает практика, при достижении значения  $СУ = 55\text{--}60\%$  наступает изменение в ходе шихтовых материалов: вместо плавного движения наступает режим неровного схода материалов с появлением внутри слоя локальных разрыхлений и пустот, в которых развивается явление разделения шихты на отдельные составляющие согласно их крупности и плотности. Таким образом, происходит нарушение установленного при загрузке значения рудной нагрузки (отношение массы рудного материала к массе кокса) с развитием похолодания доменной плавки вследствие прихода в нижнюю часть печи материалов с увеличенной рудной нагрузкой.

Требуется определить зависимости сопротивления слоя шихты в печи от количества дутья, подаваемого в печь в базовом варианте плавки, с дальнейшим определением критических значений перепада давления и соответствующего этому расхода дутья, превышение которых сопровождается нарушением в ходе шихты и снижением технических показателей плавки. Поскольку предлагается наиболее полное описание входящих в уравнение (10.53) параметров газа и шихты, то появляется возможность сравнения прогнозных изменений в газодинамическом режиме доменной плавки относительно базового варианта.

Блок-схема моделирования газодинамического режима представлена на рис. 10.5.

Поскольку из общего значения перепада давления газа по высоте слоя доменной шихты на нижнюю зону печи приходится (по имеющимся литературным данным) примерно 70 % из-за протекания в этой зоне процесса шлакообразования и в значительной степени определяющей газодинамическую напряженность слоя шихты в печи в целом, то задача описания газодинамических закономерностей слоя шихты в печи выполнялась отдельно для нижней и верхней частей слоя шихты.

Моделирование газодинамического режима нижней части (при температуре газа более 1000 °С) осуществляется в следующей последовательности:

- рассчитываются выход, состав горнового газа и теоретическая температура горения;
- рассчитывается состав газа на горизонте 1000 °С. Определяются количество монооксида углерода, получающегося при прямом восстановлении оксидов железа, марганца, кремния, фосфора, а также монооксид углерода, образующийся при процессе десульфурации чугуна. Рассчитывается объем водорода в этом температурном интервале по степени использования водорода, определённой по эмпирическим зависимостям;

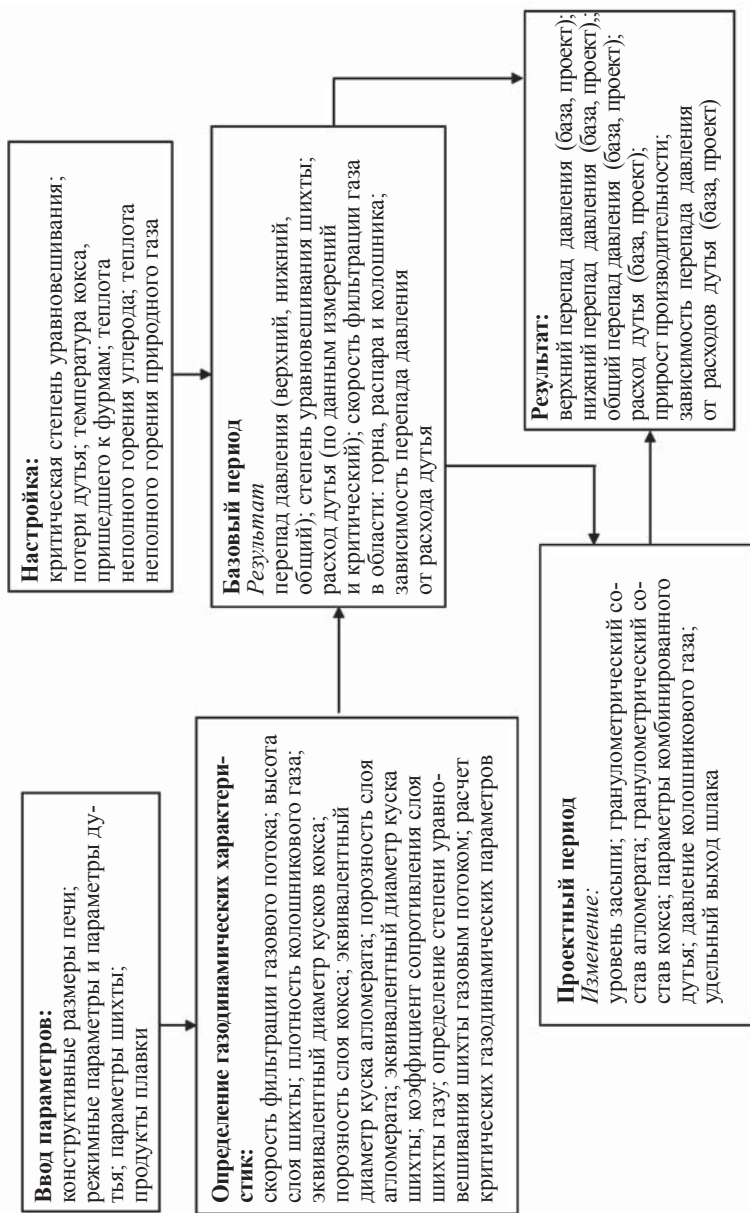


Рис. 10.5. Блок-схема моделирования газодинамического режима доменной плавки

- рассчитываются два параметра, определяющие перепад давления в нижней зоне доменной печи, – плотность газа и скорость его фильтрации;
- рассчитываются теплоёмкость газа и температура в зоне как среднеарифметическое значение между теоретической температурой горения на фурмах и 1000 °С;
- при отсутствии измерений нижнего перепада давления газов по высоте слоя шихты он определяется следующим образом:

$$\Delta P_H = \alpha(P_d - P_{кг}), \quad (10.55)$$

где  $\alpha$  – доля нижнего перепада давления газов от общего, доли ед.;

$P_d$  – избыточное давление горячего дутья, ати;

$P_{кг}$  – избыточное давление колошникового газа, ати;

- условно принимается, что температурная граница 1000 °С находится на стыке шахты и распара печи. К высоте нижней зоны печи нужно отнести также верхнюю часть горна (от уровня воздушных фурм до горизонта стыка горна с заплечиками, что составляет примерно 0,5 м). В этом случае высота слоя шихты в нижней зоне печи определится следующим образом:

$$H_{ш}^n = h_3 + h_p + 0,5. \quad (10.56)$$

Определение входящего в уравнение (10.53) эквивалентного диаметра куска шихты производится согласно гранулометрическому составу шихты:

$$d_3 = \frac{100}{\sum \alpha_i / d_i}, \quad (10.57)$$

где  $\alpha_i$  – содержание  $i$ -й фракции в материале, %;

$d_i$  – средний размер  $i$ -й фракции, мм.

Порозность слоя кокса может быть рассчитана, в частности, по эмпирическому уравнению

$$\varepsilon_k = 0,3(0,1d_3^k)^{0,252}; \quad (10.58)$$

- рассчитывается скорректированное значение порозности коксовой насадки (с учётом нахождения в межкусковых пространствах кокса шлака), для чего определяются:

1) удельный объем образующегося шлака:

$$V_{\text{шл}} = U_{\text{шл}} / \rho_{\text{шл}}, \quad (10.59)$$

где  $U_{\text{шл}}$  – удельный выход шлака, кг/т чугуна;

$\rho_{\text{шл}}$  – плотность шлака, кг/м<sup>3</sup>;

2) объем остающегося в коксовой насадке шлака, который определяется вязкостью шлака – чем она ниже, тем меньше шлака остаётся в слое кокса, и порозность слоя кокса будет высокой. Напротив, если шлак имеет высокую вязкость, то, оставаясь в коксовой насадке, он снижает порозность слоя кокса в зоне шлакообразования. Это обстоятельство можно учитывать вводом коэффициента  $\mu$ , учитывающего подвижность шлака. В том случае, когда образовавшийся шлак остаётся в зоне шлакообразования, значение этого коэффициента равно единице. С другой стороны, при контакте железистого шлака с углеродом коксовой насадки возможно насыщение шлака газом из-за развития реакции  $(\text{FeO}) + \text{C}_{\text{к}} = [\text{Fe}] + \text{CO}$ , что превращает шлак в гетерогенную газошлаковую систему с ростом объёма шлака. Степень гетерогенности шлакового расплава можно учесть коэффициентом  $\nu$ , значение которого в зависимости от неблагоприятного развития процессов прямого восстановления оксидов железа может достигать 5–10. С учётом вышесказанного действительный удельный объем шлака в коксовой насадке  $V'_{\text{шл}}$  (м<sup>3</sup>/т чугуна) в общем виде рассчитывается по уравнению:

$$V'_{\text{шл}} = V_{\text{шл}} \mu \nu, \quad (10.60)$$

где  $V_{\text{шл}}$  – удельный объем образующегося шлака, м<sup>3</sup>/т чугуна;

3) удельный объем кокса на получение 1 тонны чугуна:

$$V_{\text{к}} = \frac{k}{\gamma_{\text{н}}^{\text{к}}}, \quad (10.61)$$

где  $k$  – удельный расход кокса, кг/т чугуна;

$\gamma_{\text{н}}^{\text{к}}$  – насыпная масса кокса, кг/м<sup>3</sup>.

Удельный объем межкусковых пространств коксовой насадки равен:

$$V_{\text{об}} = V_{\text{к}} \varepsilon_{\text{к}}. \quad (10.62)$$

С учётом того, что часть этого объёма занята образующимся шлаком, оставшийся удельный объем межкусковых пространств коксовой насадки составляет следующую величину:



$$V'_{об} = V_{об} - V'_{шл}. \quad (10.63)$$

В этом случае скорректированное значение порозности коксовой насадки (с учётом нахождения в межкусковых пространствах кокса шлака) можно рассчитать по уравнению

$$\varepsilon_k^{\circ} = \frac{V_{об}^{\circ}}{V_k}. \quad (10.64)$$

После определения всех параметров шихты и газа, определяющих газодинамическое сопротивление, находится коэффициент сопротивления, являющийся настройкой модели:

$$\lambda = \frac{\Delta P_n}{\frac{W_n^2}{2} \rho_0 \frac{H_{ш}^n}{d_s^k} \frac{(1 - \varepsilon_k^{\circ}) (t_n + 273)}{(\varepsilon_k^{\circ})^3} \frac{1}{P_n}}. \quad (10.65)$$

Тогда коэффициент пропорциональности между контролируемым расходом дутья (по прибору в кубометрах в минуту) и скоростью фильтрации газа в нижней зоне доменной печи рассчитывается по уравнению

$$k_n = \frac{V_d}{W_n S_n}, \quad (10.66)$$

где  $V_d$  – измеряемый расход дутья, м<sup>3</sup>/мин;

$\bar{S}_n$  – среднее значение поперечного сечения нижней зоны печи, м<sup>2</sup>.

Значение коэффициента  $A$  в уравнении  $\Delta P = f(V_d)$ :

$$A_n = \lambda \frac{H_{ш}^n \rho_0^n}{d_s^k} \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{\bar{S}_n k_n} \right]^2 \left[ \frac{(1 - \varepsilon_k^{\circ})}{(\varepsilon_k^{\circ})^3} \right] \left( \frac{t_n + 273}{273} \right) \frac{1}{P_n}. \quad (10.67)$$

В окончательном виде зависимость сопротивления слоя шихты в нижней части доменной печи с учётом параметров шихты и дутья для базового варианта доменной плавки выражается уравнением следующего вида:

$$\Delta P = A_n V_d^2. \quad (10.68)$$

В идеологическом плане определение газодинамического сопротивления слоя шихты в верхней части доменной печи, т.е. в зоне температур ниже 1000 °С, принципиально не отличается от расчёта сопротивления для нижней зоны.

В верхней зоне объем и состав меняются относительно рассчитанного ранее (в нижней зоне печи) вследствие разложения известняка (если он загружается в печь), а также в результате протекания процессов косвенного восстановления оксидов железа. Предполагается, что количество водорода в зоне температур ниже 1000 °С не изменяется, т.е. водород как восстановитель в низкотемпературных зонах уже не работает. В этом случае объем водорода  $V_{\text{H}_2}^{\text{жл}}$  в колошниковом газе равен  $V_{\text{H}_2}^{t=1000}$ .

После определения удельного выхода колошникового газа осуществляется расчёт скорости фильтрации газового потока в верхней зоне доменной печи.

При расчёте газодинамических характеристик слоя шихтовых материалов определяются:

- эквивалентный диаметр куска шихты ( $d$ ).

Оценка производится по эмпирическим соотношениям, описывающим зависимость эквивалентного диаметра куска шихты от гранулометрического состава материалов:

$$d = 1/\sum(\alpha_i/d_i), \quad (10.69)$$

где  $\alpha_i$  – содержание  $i$ -й фракции в каком-либо компоненте шихты, кг/кг;

$d_i$  – средний диаметр  $i$ -й фракции;

- порозность слоя шихтовых материалов ( $\varepsilon$ ).

Оценка производится по эмпирическим соотношениям, описывающим зависимость порозности слоя от гранулометрического состава материалов:

– для кокса

$$\varepsilon = 0,222d^{0,252}, \quad (10.70)$$

– для окатышей

$$\varepsilon = 0,40 - 0,29\alpha_{(-0,5)}, \quad (10.71)$$

где  $\alpha_{(-0,5)}$  – доля мелочи, фракция 0–5 мм;

– для агломерата

$$\varepsilon_{\text{агл}} = 1 - (1 - \varepsilon_{\kappa}) a_{\kappa} - \sum \left\{ (1 - \varepsilon_i) a_i \left[ 1,582 - 2,416 (d_i/d_{\kappa}) + 1,485 (d_i/d_{\kappa})^2 + 0,18 (a_{\kappa}/a_i) - 0,015 (a_{\kappa}/a_i)^2 \right] \right\}, \quad (10.72)$$

где  $\varepsilon_{\kappa}$ ,  $\varepsilon_i$  – порозность самой крупной и  $i$ -й фракции, м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>;

$a_{\kappa}$ ,  $a_i$  – доля самой крупной и  $i$ -й фракции, кг/кг;

$d_{\kappa}$ ,  $d_i$  – средний диаметр самой крупной и  $i$ -й фракции, мм.

Насыпная масса загружаемой шихты ( $\gamma_{\text{н}}^{\text{ш}}$ ), т/м<sup>3</sup>, определяются с учётом объёмных долей компонентов шихты: кокса, агломерата, окатышей и т.д.

Высота слоя шихты в верхней зоне печи:

$$H_{\text{в}} = h_{\text{ш}} + h_{\kappa} - h_3, \quad (10.73)$$

где  $h_{\text{ш}}$ ,  $h_{\kappa}$ ,  $h_3$  – соответственно высота шахты и колошника доменной печи и уровень шихты, м.

Перепад давления газов в верхней зоне доменной печи:

$$\Delta P_{\text{в}} = (1 - \alpha) \cdot (P_{\text{д}} - P_{\text{кг}}). \quad (10.74)$$

Коэффициент сопротивления слоя шихты в верхней зоне доменной печи:

$$\lambda_{\text{в}} = \frac{\Delta P_{\text{в}}}{\frac{W_{\text{в}}^2}{2} \rho_0^{\text{в}} \frac{H_{\text{в}}}{d_{\text{э}}^{\text{в}}} \frac{(1 - \varepsilon_{\text{в}}) (\bar{t}_{\text{в}} + 273)}{\varepsilon_{\text{в}}^3} \frac{1}{273} \frac{1}{\bar{P}_{\text{г}}^{\text{в}}}}}. \quad (10.75)$$

*Определение степени уравнивания шихты газовым потоком и расчёт критических газодинамических параметров*

Степень уравнивания шихты газовым потоком находится из уравнения:

$$\text{СУ} = 1000 (1 - m) \frac{(P_{\text{д}} - P_{\text{кг}})}{H_{\text{а}} \cdot \gamma_{\text{н}}^{\text{ш}}}, \quad (10.76)$$

где  $m$  – потери давления горячего дутья по тракту подачи, доли ед.;

$P_{\text{д}}$  – избыточное давление горячего дутья, ати;

$P_{\text{кг}}$  – избыточное давление колошникового газа, ати;

$H_{\text{а}}$  – «активная» высота слоя шихты в печи (высота слоя шихты от уровня воздушных фурм до уровня засыпи, м);

$\gamma_{\text{н}}^{\text{ш}}$  – насыпная масса шихты, т/м<sup>3</sup>.

Активная высота слоя шихты – продуваемая газами часть слоя – находится из уравнения

$$H_a = h_3 + h_p + h_{ш} + h_k + h_{уз} + 0,5, \quad (10.77)$$

где  $h_3, h_p, h_{ш}, h_k, h_{уз}$  – высота заплечиков, распара, шахты, колошника, а также уровня засыпи шихты в печи, м.

Степень уравнивания, равная 55–60 %, является настройкой модели, предельной, сверх которой наблюдается переход ровного схода шихты в неровное движение материалов, с появлением в локальных участках шихты газовых полостей и участков с повышенной порозностью, что сопровождается в конечном итоге разделением слоя шихты на отдельные компоненты согласно их крупности и плотности. Критической степени уравнивания шихты газом ( $СУ_{кр}$ ) соответствует определённое значение перепада давления газов по высоте слоя шихты, рассчитываемое по уравнению

$$\Delta P_{кр} = \frac{СУ_{кр} H_a \gamma_n^{III}}{1000(1-m)}. \quad (10.78)$$

Этому значению перепада давления газов соответствует критический минутный расход дутья:

$$V_{д\ кр} = \sqrt{\frac{\Delta P_{кр}}{A_n + A_b}}. \quad (10.79)$$

На основании предложенного алгоритма расчёта по определению важнейших газодинамических характеристик доменной плавки для наглядности возможно графическое отображение полученных расчётных данных.

### ***Решение прогнозных вариантов газодинамического режима доменной плавки***

Решённая выше задача газодинамического режима выполнена для базового варианта доменной плавки. Она позволяет найти предельную степень форсировки плавки дутьём для установленных параметров шихты и дутьевого режима.

При осуществлении технологического режима плавки часто возникает необходимость прогнозной оценки газодинамического режима при изменении состава шихты, дутьевых параметров (температуры и влажности дутья, содержания кислорода в дутье, расхо-

да природного газа и др.), теплового состояния плавки. Для изменения газораспределения часто приходится менять систему загрузки печи, что неизбежно сопровождается изменением газодинамического сопротивления слоя шихты восходящему газовому потоку.

Для определения предельных параметров газодинамического режима плавки при изменившихся параметрах ниже предлагается методика расчёта сопротивления слоя шихты потоку газа методом приращений – в сравнении прогнозного периода плавки с базовым, определение параметров которого было изложено выше. Для этого используется линейаризованное уравнение, полученное из выражения (10.53):

$$\frac{\Delta(\Delta P)}{\Delta P_6} = \frac{\Delta H}{H_6} - \frac{\Delta d_3}{d_{36}} + \frac{2\Delta W}{W_6^2} - \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon_6} \cdot \frac{3 - 2\varepsilon_6}{1 - \varepsilon_6} + \frac{\Delta T}{T_6} - \frac{\Delta m}{m_6} + \frac{\Delta \rho}{\rho_6}, \quad (10.80)$$

где  $\Delta P_6, H_6, \dots$  – значение соответствующих параметров в базовом варианте;

$\Delta(\Delta P), \Delta H, \Delta W$  – изменение соответствующего параметра в прогнозном варианте относительно базового.

Рассмотрим в качестве примера изменение газодинамического сопротивления слоя шихты в прогнозном варианте при колебаниях гранулометрического состава шихтовых материалов.

*Влияние изменения гранулометрического состава шихтовых материалов на газодинамические характеристики столба шихты в печи*

Влияние гранулометрического состава железорудного материала и кокса оказывает сложное влияние на газодинамическое сопротивление слоя шихты в печи – гранулометрический состав изменяет значение эквивалентного диаметра куска железорудных материалов, кокса и слоя шихты в целом, а также в различной степени меняет газодинамическое сопротивление нижней и верхней зон печи.

Гранулометрический состав железорудного материала влияет в основном на газодинамику верхней зоны печи, в то время как фракционный состав кокса меняет значение эквивалентного диаметра и порозность слоя как верхней, так и нижней зон слоя шихты.

*Влияние гранулометрического состава агломерата и кокса на газодинамические характеристики верхней части слоя шихты*

Для решения поставленной задачи необходимы дополнительные данные прогнозного периода, в первую очередь удельные расходы шихтовых материалов (если они меняются в прогнозном периоде). Далее, согласно новому фракционному составу железорудных

материалов и кокса, по уравнению (10.69) находятся эквивалентные диаметры агломерата, окатышей и кокса в прогнозном варианте –  $d_{\text{эп}}^{\text{агл}}$  и  $d_{\text{эп}}^{\text{к}}$ , а по уравнениям (10.70)–(10.72) определяются значения  $\varepsilon_{\text{кп}}$  и  $\varepsilon_{\text{агл п}}$ . В дальнейшем находятся численные значения порозности слоя шихты  $\varepsilon_{\text{шп}}^{\text{в}}$  и эквивалентного диаметра  $d_{\text{эп}}^{\text{в}}$  для верхней зоны слоя в прогнозном варианте.

Используя уравнение (10.80), значение приращения сопротивления слоя шихты в верхней зоне печи относительно базового варианта плавки составит:

$$\frac{\Delta(\Delta P)}{\Delta P_{\text{б}}} = -\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_{\text{б}}} \cdot \left( \frac{3 - 2 \cdot \varepsilon_{\text{б}}}{1 - \varepsilon_{\text{б}}} \right) - \frac{\Delta d_{\text{э}}}{d_{\text{эб}}^{\text{ш}}} \quad (10.81)$$

В этом случае общий перепад давления газа при движении через слой шихты при расходе дутья, равном базовому, будет следующим:

$$\Delta P_{\text{общ}}^{\text{п}} = \Delta P_{\text{общ}}^{\text{н}} + \Delta P_{\text{п}}^{\text{в}} \quad (10.82)$$

В дальнейшем определяется скорректированное значение коэффициента  $A_{\text{п}}$  в уравнении  $\Delta P = f(V_{\text{д}})$ .

В этом случае зависимость  $\Delta P = f(V_{\text{д}})$  для прогнозного периода запишется в виде

$$\Delta P_{\text{общ}} = A_{\text{п}} \cdot V_{\text{д}}^2 \quad (10.83)$$

*Влияние гранулометрического состава кокса и удельного выхода шлака на газодинамические характеристики слоя шихты в нижней зоне печи*

В том случае, когда меняется гранулометрический состав кокса, претерпевают изменение два параметра, определяющие газодинамическое сопротивление нижней зоны слоя шихты: эквивалентный диаметр кусков кокса –  $d_{\text{э}}^{\text{к}}$  (рассчитывается по уравнению (10.69) и порозность слоя коксовой насадки (уравнение (10.70)). Поскольку объем межкусковых пространств кокса определяется наличием в них шлака, то при рассмотрении влияния фракционного состава кокса на газодинамическое сопротивление нижней зоны печи целесообразно рассмотреть и влияние выхода шлака на газодинамическую напряженность этой зоны.

При решении задачи прогнозной оценки изменения показателей работы печи при изменении состава подачи материалов задача газодинамики решается в следующей последовательности:

- по уравнению (10.69) находится эквивалентный диаметр кусков кокса в прогнозном варианте;

- определяется скорректированное значение порозности коксовой насадки (с учетом изменения выхода шлака);
- согласно уравнению (10.80) изменение перепада давления газа в прогнозном периоде относительно базового состояния определится из уравнения

$$\frac{\Delta(\Delta P)}{\Delta P_6} = -\frac{\Delta d_3}{d_{36}^k} - \frac{\Delta \varepsilon (3 - 2\varepsilon_6)}{\varepsilon_6 (1 - \varepsilon_6)}. \quad (10.84)$$

При изменении гранулометрического состава кокса меняется порозность слоя шихты и в верхней зоне печи. В том случае, когда в прогнозном варианте предполагается изменение состава шихты, выполняются расчёты по уравнениям (10.70)–(10.72) с определением эквивалентного диаметра кусков шихты.

Аналогичным образом моделируется влияние параметров комбинированного дутья (расхода природного газа, технологического кислорода), давления колошникового газа, уровня засыпи и других входных конструктивных и режимных параметров на газодинамические параметры плавки.

#### 10.4. Подсистема шлакового режима

Шлаковый режим доменной плавки в существенной степени определяет конечные результаты работы доменной печи – удельный расход кокса и производительность. Состав шлака, его количество и свойства оказывают воздействие на газодинамические, тепловые и восстановительные процессы, протекающие в печи.

Моделирование шлакового режима выполняется в целях решения следующих технологических задач:

- Получение шлака, обладающего надлежащими свойствами в ходе всего процесса шлакообразования, начиная со стадии размягчения, последующей фильтрации первичного шлакового расплава в коксовой насадке и заканчивая получением конечного шлакового расплава.
- Получение чугуна требуемого химического состава при допустимом содержании в нем серы.
- Получение шлака, обеспечивающего достаточную газопроницаемость зоны шлакообразования, ровного схода шихты в печи, а также устойчивое тепловое состояние доменной плавки.

Шлакообразование в доменной печи – это сложный и многоэтапный процесс, включающий процессы спекания, последующего

размягчения, образования первичного шлакового расплава, его изменения по мере движения в коксовой насадке и превращения промежуточного шлака в конечный шлаковый расплав. При разработке модели подсистемы шлакового режима необходимо учесть, что из многих физико-химических характеристик шлака для технологов наиболее важными являются: температуры начала и конца размягчения железорудных материалов, температурный интервал размягчения, температура плавления шлака и его вязкость в рабочем интервале температур. В соответствии с этим выполнена декомпозиция подсистемы и выделены следующие ее элементы:

- 1) определение выхода и состава шлака;
- 2) определение поллитермы вязкости шлака;
- 3) определение температур начала и конца размягчения ЖРМ, высоты зоны вязкопластичного состояния;
- 4) определение десульфуризирующей способности шлака и содержания серы в чугуне;
- 5) диагностика шлакового режима.

Блок-схема подсистемы моделирования шлакового режима представлена на рис. 10.6.

В целях снижения погрешностей при моделировании шлакового режима используется натурно-модельный подход.

Свойства шлака в ходе всего процесса шлакообразования, начиная со стадии размягчения, последующей фильтрации первичного шлакового расплава в коксовой насадке и заканчивая получением конечного шлакового расплава, определяются его составом. От состава железорудных материалов зависят характерные температуры:

- температура начала размягчения, соответствует началу усадки – температуре образования первых порций жидких фаз;
- температура расплавления, соответствует температуре появления подвижного шлакового расплава.

Для определения этих температур необходимо знать соответствующие температуры для всех железорудных компонентов доменной шихты. Температура начала размягчения и температура расплавления железорудного материала могут быть рассчитаны по эмпирическим уравнениям.

Тогда температурный интервал плавления ( $\Delta t_{\text{пл}}$ ) железорудных материалов рассчитывается по уравнению

$$\Delta t_{\text{пл}} = T_{\text{п}}^{\text{max}} - T_{\text{н.пл}}^{\text{min}}, \quad (10.85)$$

где  $T_{\text{п}}^{\text{max}}$  – максимальное значение температуры расплавления из всех применяемых железорудных материалов, °С;





Рис. 10.6. Блок-схема моделирования шлакового режима доменной плавки

$T_{н.пл}^{\min}$  – минимальное значение температуры образования первых порций шлака из применяемых для плавки железорудных материалов, °С.

Введя допущение, что газодинамическую напряженность зоны вязкопластичных шлаковых масс создает слой железорудных материалов, начиная с момента 50 %-ной усадки слоя до момента появления подвижного шлакового расплава ( $T_p$ ), скорректированное значение температурного интервала ( $\Delta t_{пл}^*$ ) можно рассчитать по уравнению

$$\Delta t_{пл}^* = 0,5 \Delta t_{пл}. \quad (10.86)$$

Изменение температуры материала на 1 м высоты слоя в нижней ступени теплообмена в среднем представим по уравнению

$$\Delta t_{н.ст} = \{[(t_{чуг} c_{чуг} + U t_{шл} c_{шл}) / (c_{чуг} + U c_{шл}) - t_0] / H_{н.ст}\}, \quad (10.87)$$

где  $t_0$  – температура зоны замедленного теплообмена, °С;

$H_{н.ст}$  – высота нижней ступени теплообмена, м;

$c_{чуг}, c_{шл}$  – теплоемкости чугуна и шлака, кДж/(кг·град).

Данные допущения позволяют оценить высоту слоя вязкопластического состояния материалов, которая определяется по соотношению

$$h_{в.м} = \Delta t_{пл}^* / \Delta t_{н.ст}. \quad (10.88)$$

В основе расчёта выхода и состава шлака (содержание в шлаке CaO, SiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, MnO, MgO, TiO<sub>2</sub>) лежат уравнения материальных балансов основных химических элементов и их соединений.

В основе аналитического расчета вязкости шлака лежат диаграммы тройной шлаковой системы CaO–Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>–SiO<sub>2</sub> при температурах 1400 и 1500 °С в области реальных значений доменных шлаков и известная зависимость вязкости гомогенных шлаковых расплавов от температуры.

В случае присутствия в шлаке заметного количества других оксидов (MgO, TiO<sub>2</sub>) необходимо вводить соответствующие корректировки, учитывающие влияние этих оксидов на вязкость шлаков.

Для технологов, ведущих доменную плавку, необходимо знать не только численные значения вязкости при фиксированных температурах, например 1400 и 1500 °С, но и характер зависимости вязкости от температуры в диапазоне 1350–1550 °С.

Известно, что для гомогенных шлаковых расплавов влияние температуры на вязкость шлака описывается уравнением Ле-Шателье, имеющим следующую структуру:

$$\ln(\ln(\eta)) = a_0 + a_1 t_{\text{шл}}, \quad (10.89)$$

где  $a_0$  и  $a_1$  – коэффициенты априорно неизвестные.

При известных значениях вязкости шлака конкретного состава при температурах 1400 и 1500 °С ((10.85), (10.86)), решая систему уравнений вида (10.89), можно получить численные значения коэффициентов  $a_0$ ,  $a_1$  и, тем самым конкретизируя уравнение (10.89), найти функциональную зависимость вязкости шлака от его температуры.

Параметрами полученной политермы вязкости являются:

- температура плавления шлака;
- вязкость шлака на выпуске;
- градиент вязкости шлака.

Известно, что расплав из коксовой насадки начинает вытекать, когда его вязкость достигает 2,5 Па·с. В связи с этим за условную температуру плавления шлака ( $t_{\text{пл}}$ ) принята температура, при которой шлак имеет вязкость 25 пуаз (2,5 Па·с),  $t_{\text{шл}}^{25}$ .

$$t_{\text{шл}}^{25} = t_{\text{пл}} = \frac{a_0 - \lg \lg 25}{a_1}. \quad (10.90)$$

Вязкость шлака на выпуске зависит от конечной температуры шлака ( $t_{\text{шл}}$ ), связанной с температурой чугуна ( $t_{\text{чуг}}$ ) и его химическим нагревом и рассчитывается по уравнению следующего вида:

$$t_{\text{шл}} = t_{\text{чуг}} + c_0[\text{Si}] + c_1 10[\text{Si}]^2, \quad (10.91)$$

где  $c_0$  и  $c_1$  – эмпирические коэффициенты.

По уравнению (10.89) рассчитывается вязкость шлака при  $t_{\text{шл}}$  ( $\eta_{\text{шл}}$ ); определяется температура шлака, соответствующая предельно допустимой вязкости шлака для нормального хода плавки, по умолчанию принятой в модели равной 7 пуаз,  $t_{\text{шл}}^{(7)}$ .

Одной из важнейших характеристик шлакового режима является устойчивость шлаковых систем («короткие» и «длинные» шлаки). Изменения процессов шлакообразования вызывают колебания основности шлака, которые в свою очередь приводят к изменению

температурного интервала вязкопластичного состояния. Для оценки устойчивости шлака используется градиент вязкости шлака, численно равный уменьшению вязкости шлака при увеличении температуры шлака на 1 °С в диапазоне вязкости шлака от 25 до 7 пуаз:

$$\Delta\eta_7^{25}/\Delta t = \frac{25 - 7}{t_{\text{шл}}^7 - t_{\text{шл}}^{25}}, \text{ пуаз}/^\circ\text{С}. \quad (10.92)$$

Градиент вязкости шлака наряду с допустимыми при различных температурах шлака диапазонами вязкости шлака используется при моделировании шлакового режима в качестве ограничивающего фактора для диагностики шлакового режима. При этом выбор предельных значений каждого из диапазонов и градиента вязкости осуществляется методом экспертного оценивания:

$$\eta_{\text{шл}}^{\min} \leq \eta_{\text{шл}} \leq \eta_{\text{шл}}^{\max}, (\Delta\eta_7^{25}/\Delta t) \leq (\Delta\eta_7^{25}/\Delta t_{\max}). \quad (10.93)$$

Так, для условий доменных печей ОАО «ММК» приняты следующие ограничения:

1) если вязкость шлака при температуре 1450 °С находится в пределах 5,5–7,0 пуаз, то шлак характеризуется повышенной вязкостью в области рабочих температур;

2) если вязкость шлака при температуре 1450 °С превышает 7,0 пуаз, то вязкость шлака в области рабочих температур превышает допустимые пределы для нормального режима плавки;

3) если вязкость шлака при температуре 1450 °С меньше 2 пуаз, то шлак характеризуется малой вязкостью, обладает высокой агрессивностью к огнеупорной кладке и разрушает гарнисаж;

4) если градиент вязкости  $\Delta\eta_7^{25}/\Delta t \geq 0,35$ , то шлак относится к типу «коротких». Возможно загромождение горна, образование настывей, застывание шлака в желобах. Режим работы печи затруднён.

Анализ имеющихся в литературе данных по расчётному определению содержания серы в чугуне показывает что, во-первых, практически все расчётные уравнения носят эмпирический характер, во-вторых, все они выведены для условий ведения плавки в определённых условиях и не могут полностью быть применимы для достоверного определения содержания серы в чугуне в иных условиях доменной плавки. Более достоверные результаты, как показывает опыт использования пакета, можно получить, если использовать принцип натурно-модельного подхода и метод приращений [41].

В основе расчёта изменения содержания серы в чугуне лежит баланс серы.

Анализ имеющихся в литературе данных по расчётному определению коэффициента распределения серы в чугуне показал, что, во-первых, практически все расчётные уравнения носят эмпирический характер, во-вторых, все уравнения получены для условий ведения плавки в определённых условиях и не могут быть полностью применимы в иных условиях доменной плавки.

Значения данных коэффициентов достоверно могут быть определены только по фактическим результатам доменной плавки в базовом периоде. Поэтому реализацию модели данной подсистемы для проектного периода целесообразно выполнить в рамках натурно-модельного подхода.

Авторами для оценки  $L_S$  предложено уравнение, имеющее структуру, отражающую влияние основных параметров процесса на десульфурисующую способность шлака:

$$\lg L_S = a_0 \lg b + a_1 t_{\text{шт}} - a_2 \lg \eta + a_3 \lg \left( \frac{f_{[S]}}{P_{\text{CO}}} \right) + a_4 U, \quad (10.94)$$

где  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4$  – постоянные коэффициенты, определяемые методом параметрической идентификации по информации о работе печи в базовый период;

$b$  – обобщенная основность шлака

$$b = \frac{(\text{CaO}) + \alpha (\text{MgO})}{(\text{SiO}_2) + 0,6 (\text{Al}_2\text{O}_3) \left[ \frac{(\text{CaO}) + \alpha (\text{MgO})}{(\text{SiO}_2)} - 1,19 \right]}, \quad (10.95)$$

здесь  $\alpha = \frac{1,84 (\text{SiO}_2) - 0,9 (\text{CaO})}{(\text{SiO}_2) + 0,9 (\text{MgO})}$ ;

$f_{[S]}$  – коэффициент активности серы в чугуне;

$$\lg f_{[S]} = 0,11[C]_s + 0,006[C]_s^2,$$

здесь  $[C]_s$  – эквивалентное содержание углерода в чугуне, определяется составом чугуна:

$$[C]_s = [C] + 0,63 \cdot [\text{Si}] + 0,40[\text{P}].$$

$P_{\text{CO}}$  – парциальное давление монооксида углерода в горновом газе, учитывающее восстановительный потенциал в зоне десульфурации и оказывающее влияние на процесс удаления серы из металла в шлак:

$$P_{\text{CO}} = (P_{\text{д}} + 1) \cdot \gamma_{\text{CO}}, \quad (10.96)$$

здесь  $P_{\text{д}}$  – избыточное давление горячего дутья, ати;

$\gamma_{\text{CO}}$  – доля CO в горновом газе, м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>.

Тогда логарифм отношения расчетного значения коэффициента распределения серы в прогнозном  $L_{\text{S}}$  и базовом  $L_{\text{S}}^{\delta}$  периодах можно рассчитать по уравнению

$$\lg \left( \frac{L_{\text{S}}}{L_{\text{S}}^{\delta}} \right) = A;$$

$$L_{\text{S}} = L_{\text{S}}^{\delta} 10^A, \quad (10.97)$$

где

$$A = a_0 \lg (b/b_0) + a_1 (t_{\text{шл}} - t_{\text{шл}}^{\delta}) - a_2 \lg (\eta/\eta^{\delta}) +$$

$$+ a_3 \lg \left( \frac{f_{[\text{S}]} / f_{[\text{S}]}^{\delta}}{P_{\text{CO}} / P_{\text{CO}}^{\delta}} \right) + a_4 (U - U_0). \quad (10.98)$$

В этих выражениях  $L_{\text{S}}^{\delta}$  – известный коэффициент распределения серы, определяемый по содержанию серы в чугуне и шлаке в базовом периоде; параметры: обобщенная основность шлака  $b$ , температура шлака  $t_{\text{шл}}$ , вязкость шлака  $\eta$ , коэффициент активности серы в чугуне  $f_{[\text{S}]}$ , парциальное давление монооксида углерода в горновом газе  $P_{\text{CO}}$  рассчитываются по текущей информации для условий как базового периода (индекс  $\delta$ ), так и проектного периода (без индекса).

В соответствии с поставленными при разработке модели целями, ее реализация позволяет решать следующие технологические задачи:

1) расчёт требуемого расхода одного из флюсующих материалов при изменении сырьевых условий и параметров процесса;

- 2) расчёт требуемого соотношения компонентов железорудной части шихты при изменении сырьевых условий и параметров процесса;
- 3) оценка свойств шлака при заданных расходах и составах железорудных компонентов и флюсующих материалов.

Для выполнения расчетов по установлению шлакового режима технолог должен иметь информацию о составе проплавляемого сырья и параметрах плавки, а в результате выполненных расчетов получить данные о составе продуктов плавки, свойствах шлака – его вязкости, температуре плавления, серопоглотительной способности, пригодности шлака для реализации нормального хода плавки.

### **10.5. Интегрированный пакет прикладных программ «Автоматизированное рабочее место инженерно-технического персонала доменной печи»**

Интегрированный пакет прикладных программ «Автоматизированное рабочее место инженерно-технического персонала доменной печи» является компьютерной системой поддержки принятия решений, которая предназначена для оценки состояния процесса и проектных расчётов показателей работы доменной печи при колебаниях топливно-сырьевых условий, а также при изменении параметров плавки и требований, предъявляемых к химическому составу продуктов плавки.

Программное обеспечение для компьютерной системы поддержки принятия решений представляет собой комплекс информационно-связанных интерактивных (диалоговых) программных модулей, объединённых в общую оболочку. Интеграция математических моделей осуществляется на основе использования как общих исходных данных, так и результатов расчётов отдельных модулей. Программные модули реализуют математические модели теплового, шлакового, дутьевого и газодинамического режимов доменной плавки, описанные выше. Этим обеспечивается функциональность модели, а модульная структура модели обеспечивает её расширяемость.

Интегрированная математическая модель реализована в соответствии с описанной выше концепцией натурно-модельного подхода (п.10.1). Составляющими такой компьютерной системы являются информационное и программное обеспечение, представленное моделями базового состояния и прогнозирующими моделями.

Блок-схема конкретной реализации компьютерной системы поддержки принятия решений представлена на рис. 10.7.

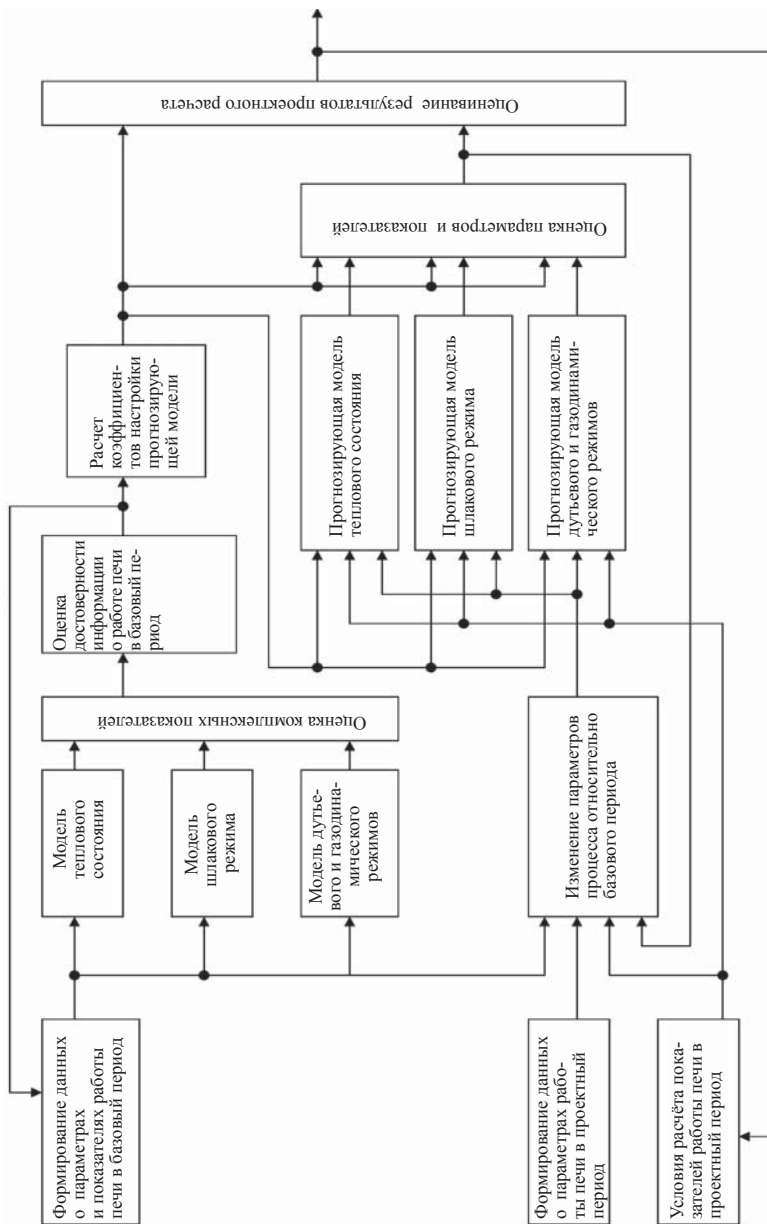


Рис. 10.7. Блок-схема компьютерной системы поддержки принятия решений



## ***Информационное обеспечение компьютерной системы***

Информационным обеспечением компьютерной системы являются данные распределённой базы данных доменного цеха. Это обеспечивает получение и представление информации о ходе технологического процесса в реальном времени. С помощью SQL-запросов и хранимых процедур формируются необходимые для расчетов наборы данных о параметрах и показателях процесса, которые включают: всю доступную информацию о входных и выходных параметрах процесса за прошедший период (базовый период).

Наборы данных по базовому периоду формируются в фоновом режиме, независимо от работы приложения, по мере сбора и поступления информации о доменном процессе в базу данных доменного цеха, при этом происходит усреднение информации за каждые смену и сутки. Результаты выполненных запросов сохраняются в отдельном файле, размещённом на сервере базы данных; текущие топливно-сырьевые условия и режимные параметры процесса (текущий период). Наборы данных по текущему периоду формируются при каждой загрузке приложения и во время расчётов по требованию пользователя. Перечень необходимых параметров и показателей процесса в каждом из наборов данных приведён в табл. 10.1.

*Таблица 10.1*

### **Перечень исходных данных**

Показатели	Набор данных	
	Базовый период	Текущий период
Конструктивные параметры доменной печи (параметры профиля, характеристики фурм, уровень засыпи)	+	+
Удельные расходы шихтовых материалов	+	–
Химический состав шихтовых материалов	+	+
Гранулометрический состав шихтовых материалов	+	+
Состав подачи	–	+
Параметры комбинированного дутья (расход дутья, давление, температура, влажность, содержание кислорода, расход природного газа)	+	+
Производительность	+	–
Состав (C, Si, Mn, S, P, Ti, V и др.) и температура чугуна	+	–
Состав шлака (CaO, SiO <sub>2</sub> , Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> , MgO, TiO <sub>2</sub> и др.)	+	–
Параметры колошникового газа (температура, химический состав, вынос пыли, выход шламов)	+	–
Перепады давления по высоте печи	+	–

### *Программный модуль «Оценка состояния процесса»*

Программный модуль «Оценка состояния процесса» позволяет пользователю количественно оценить степень развития основных процессов доменной плавки (теплообмена, восстановления, шлакообразования, газодинамики) для различных периодов работы печи. В основе методики расчёта используется модель базового состояния доменного процесса. Предусмотрен вариант реализации интерфейса задачи на Intranet-сайте доменного цеха, который содержит оперативную информацию о ходе доменного процесса на всех печах ОАО «ММК» в различные периоды, а также результаты работы печей и цеха (рис. 10.8).

Такая реализация программного продукта обеспечивает доступ к информации о процессе широкому кругу пользователей.

Для вызова программы на web-странице необходимо нажать кнопку «Оценка состояния печи». Далее пользователь должен указать номер доменной печи и дату, для которых будут рассчитаны показатели процесса. После этого на страницу будет выведена таблица с расчётными показателями. Исходной информацией для расчётов является набор данных о параметрах и показателях работы доменной печи в базовый период, соответствующий указанной пользователем дате.

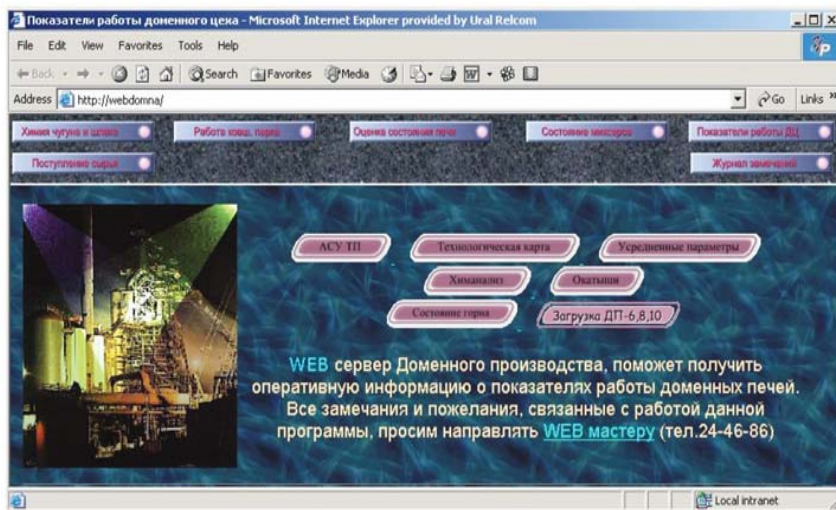


Рис. 10.8. Intranet-сайт доменного цеха

Фрагмент отображения основных параметров, характеризующих тепловой, дутьевой, газодинамический и шлаковый режимы доменной плавки процесса на Intranet-сайте доменного цеха, представлен на рис. 10.9. Всего в модели рассчитываются около 300 показателей, часть из которых являются промежуточными данными и необходимы для анализа процесса, другая часть – комплексными показателями, характеризующими развитие основных процессов доменной плавки. Количество и перечень показателей определяются категорией пользователя и являются параметрами настройки программного обеспечения. Так, для технологического персонала доменного цеха, отвечающего за анализ работы доменных печей и цеха в целом и принимающего

Показатели	Смена 1	Смена 2	Смена 3
Производство, т/период	801	817	985
Теор. выход чугуна, т	1158	1173	1173
Производительность т/сутки	2426	2475	2985
Расход кокса (на расч. пр-во), кг/т	413.4	420.5	414.1
Объемный индекс интенсивности, т кокса/(м <sup>3</sup> сутки)	1.06	1.09	1.07
Рудная нагрузка (на влажный кокс), т/т	3.81	3.80	3.75
Степень прямого восстановления, д.ед.	0.37	0.36	0.39
Содержание Fe в ЖРЧ шихты, %	58.50	58.51	59.04
Температура чугуна, С	1433	1430	1464
Выход шлака факт./расчет., кг/т	402/331	429/310	412/308
Расчетная основность шлака в д.ед.	1.02	1.05	1.10
(СаО+MgO)/(SiO <sub>2</sub> +Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	0.97	0.96	0.98
Вязкость при t=1500 С:			
(СаО-SiO <sub>2</sub> -Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	4.80	5.06	4.43
(СаО-SiO <sub>2</sub> -Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> -MgO)	3.27	3.53	2.92
Коэффициент распределения серы (Ls)	47	45	59
Степень приближения Ls к равновесной, %	80	78	71
Расход дутья			
по прибору/эмпирический м <sup>3</sup> /мин	2741/2863	2700/2860	2750/2895

Рис. 10.9. Фрагмент окна «Оценка состояния процесса»

шего решение по управлению технологией, отчёт формируется в полной форме, а для мастера печи, отвечающего за соблюдение технологии, – в краткой форме. Полная форма в отличие от краткой включает не только показатели работы печи в рассматриваемый период, но и величины, оценивающие степень развития основных явлений доменной плавки при данных сырьевых условиях и режимных параметрах.

Надёжность расчетов во многом определяется достоверностью исходных данных. В программе предусмотрена оценка достоверности входной информации о параметрах процесса. В её основе лежат анализ многовариантных оценок и соответствие рассчитанных комплексных показателей, *в качестве которых выбраны* степень прямого восстановления, теоретическая температура горения, вязкость шлака, степень уравнивания шихты газовым потоком, допустимым значениям. В случае сомнительной информации о параметрах процесса пользователю выдаётся предупреждение, и соответствующие расчётные показатели в таблице выделяются цветом.

### **Интегрированный программный модуль «Проектный расчёт показателей доменного процесса»**

В рамках проектного расчёта программное обеспечение в диалоговом режиме позволяет оценить показатели работы печи при изменении следующих параметров:

- сырьевые условия по металлической части шихты:
  - состав и соотношение расходов железорудных материалов в подаче;
  - расход металлодобавок;
  - расход флюсов;
  - химический состав любого компонента шихты;
- сырьевые условия по коксу:
  - расход;
  - технический состав;
  - состав золы;
- параметры комбинированного дутья:
  - расход и давление;
  - температура и влажность;
  - содержание кислорода;
  - расход природного газа.

Предусмотрены следующие варианты расчёта:

- шлакового режима:
  - расчёт основности шлака ( $\text{CaO/SiO}_2$ ) при заданном соотношении железорудных материалов и расходе флюсов;

- расчёт требуемого расхода одного из флюсов для получения шлака заданной основности;
- расчёт соотношения двух указанных железорудных материалов для получения шлака заданной основности;
- производительности печи:
  - при условии постоянного минутного расхода дутья;
  - на заданное количество подач в смену.

При этом решаются следующие технологические задачи:

Расчёт требуемой рудной нагрузки для поддержания на заданном уровне теплового состояния печи, оцениваемого по содержанию кремния в чугуне.

Расчёт требуемых параметров комбинированного дутья (температуры и влажности горячего дутья) для поддержания на заданном уровне теплового состояния печи, оцениваемого по содержанию кремния в чугуне, при заданной рудной нагрузке.

Расчёт изменения содержания кремния в чугуне при заданной рудной нагрузке и требуемых параметрах комбинированного дутья.

Интерфейс задачи работает под управлением ОС Windows, имеет широкие функциональные возможности с развитым оконным и графическим интерфейсом.

Запуск программы осуществляется двойным щелчком левой кнопкой мыши на файле с именем Prognosis.exe. После этого на экране появляется главная форма программы – окно «Прогноз работы доменной печи», в верхней строке которого находится главное меню программы, включающее следующие пункты (рис. 10.10):

- Файл.
- Базовый режим.
- Настройка базового периода.



Рис. 10.10. Фрагмент формы «Прогноз работы доменной печи» (главное окно)

Пункт меню «Файл» позволяет пользователю корректно завершить выполнение программы.

Пункт меню «Базовый режим» предназначен для выполнения расчетов показателей работы печи в базовый период.

В качестве исходных используется набор данных о параметрах и показателях работы печи в базовый период, непосредственно предшествующий моменту расчётов, продолжительностью одна смена. Период работы печи может также задаваться пользователем. Для расчётов используется модель базового состояния доменного процесса.

Подменю содержит команды, представленные на рис. 10.11.

Подпункт «Оценка показателей работы печи» активизирует форму, в которой приведены основные показатели процесса (аналогично задаче «Оценка показателей процесса») в базовый период в сопоставлении с показателями работы печи в две ближайшие смены (рис. 10.12).

Пользователю предоставляется возможность выбрать полную или краткую формы отчёта. Осуществляется оценка достоверности информации о параметрах процесса.

В случае сомнительной информации выдаётся сообщение, и значения соответствующих параметров выделяются цветом. Справа на форме для удобства пользователей имеются кнопки, дублирующие остальные подпункты пункта главного меню «Базовый период».

Подпункт «Состав шихты» вызывает появление окна с расходами и составами использованных в базовом периоде шихтовых материалов (рис. 10.13).

ПОСЛЕДНЯЯ ПЕРЕШИХТОВКА							
Смена	Подача			Сумма руд, т			
2	1			28.0			
ЖЕЛЕЗОРУДНЫЙ МАТЕРИАЛ							
Смена	Fe	CaO	SiO <sub>2</sub>	FeO	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	K
2	56.50	10.35	6.87	11.5	1.34	1.73	
1	62.00	4.03	3.63	0	1.22	0.72	
Окат. Михаил	63.30	0.78	8.84	0	0	0.34	

Рис. 10.11. Подпункты меню «Базовый режим»

Оценка состояния печи

Дата: 05.10.2004

Краткий

Вывести

Дата: 05.10.2004, ДП № 1

Показатели	Смена 1	Смена 2	Смена 3
Производство, т/период	801	817	985
Теор. выход чугуна, т	1158	1173	1173
Производительность т/сутки:			
фактическая	2426	2475	2985
баланс кислорода	3251	3240	3214
баланс углерода	3403	3449	3448
баланс железа	3510	3555	3556
Расход кокса (на расч.пр-во), кг/т	413.4	420.5	414.1
Расход кокса (минимальный), кг/т	360.9	377.9	362.5
Объемный индекс интенсивности, т ко	1.06	1.09	1.07
Рудная нагрузка (на влажный кокс), т/т	3.81	3.80	3.75
Степень прямого восстановления, ед.	0.37	0.36	0.39
Содержание Fe в ЖРЧ шихты, %	58.50	58.51	59.04
Содержание в чугуне в %			
Si	0.44	0.61	0.94
Mn	0.65	0.44	0.48
S	0.018	0.018	0.015
P	0.046	0.047	0.053
Ti	0.043	0.055	0.081
Cr	0.018	0.020	0.022
Температура чугуна, С	1433	1430	1464
Выход шлака, кг/т			
фактический	402	429	412
расчет	331	310	308
Основность шлака в ед.:			
фактическая	1.06	1.04	1.07
расчет	1.02	1.05	1.10
Содержание в шлаке в %			
CaO	39.82	39.42	40.95
SiO2	37.66	38.02	38.10

Состав шихты

Дутьевой режим

Газодинамич. режим

Шлаковый режим

Тепловой режим

Ход восстан. процессов

Факторный анализ

Закрыть

Рис. 10.12. Форма «Оценка состояния печи»

Здесь же приводятся расчётные параметры шихты: для железорудной части шихты, флюсов, кокса и шихты в целом выводятся удельный расход, теоретический выход чугуна, количество шлакообразующих оксидов, содержание железа, основность.

Подпункт «Дутьевой режим» приводит к появлению окна, в котором представлены параметры комбинированного дутья и фурменного очага (рис. 10.14).

Подпункт «Газодинамический режим» отображает в специальном окне расход, давление дутья, общий и, если контролируются, частные перепады давления в сопоставлении с их критическими значениями. Критические значения соответствуют максимально допустимой степени уравнивания газового потока при данных параметрах комбинированного дутья и газодинамических характеристиках слоя шихтовых материалов (порозность, эквивалентный диаметр куска), которые также отображаются в окне (рис. 10.15). Подпункт «Шлаковый режим» выводит на экран форму с двумя закладками: «Таблица» (рис. 10.16, а) и «График» (рис. 10.16, б).

В таблице приводится расчётный состав шлака в сопоставлении с фактическим составом, основность, вязкость, температура

Состав шихты ДП № 1 Дата: 28.11.2004 Смена: 1

Состав шихты

ЖЕЛЕЗОРУДНЫЙ МАТЕРИАЛ													
Наименование	Расход, кг/т чугу	Fe	CaO	SiO2	FeO	Al2O3	MgO	MnO	S	P	25-50	15-25	5-15
Агл фаб 4	990.7	56.26	10.49	6.92	11.28	1.4	1.82	0	0.035	0	26.4	37.3	22.8
Окат Сокол	524.5	62.23	4.2	3.74	0.94	1.28	0.88	0	0.048	0	0	0	17
Окат Михайл	58.3	63.05	0.97	8.66	0	0.14	0.1	0	0.005	0	0	0	17

МЕТАЛЛОДОБАВКИ				
Наименование	Расход, кг/т чугу	Fe	CaO	SiO2

ФЛЮСЫ						
Наименование	Расход, кг/т чугу	Fe	CaO	SiO2	Al2O3	MgO
Кварцит	10.9	0	0	97.5	0.8	0

КОКС													
Наименование	Расход, кг/т чугу	Влага	Зола	[S]	Легуч	Fe	SiO2	Al2O3	>80	60-80	40-60	25-40	<25
Зола с блока 3	413.4	0	13.2	0.47	1.2	4.8	50	24.7	18.2	41.9	33.4	3.8	2.8

Параметры шихты				
Показатель	ЖРМ	Флюсы	Кокс	Всего
Расход, кг/т расч. чугуна	1573.5	10.9	413.4	2411.2
Теор. выход чугуна, т/период	1157.6	0.0	0.7	1158.3
Кол-во шлакообраз. т/период	254.0	94.1	46.7	394.8
Содержание Fe, %	57.53	0.00	-	45.78
CaO / SiO2, д.ед.	1.36	0.00	-	0.99

Закреть

Рис. 10.13. Фрагмент формы «Состав шихты для базового периода»

Дутьевой режим ДП № 1 Дата: 28.11.2004 Смена: 1

Дутьевой режим	
Параметр	Значение
Расход дутья (расчёт), м3/мин	2373
Температура дутья, град	1203
Давление дутья, ати	2.78
Расход природного газа, м3/ч	12 398
Содержание кислорода в дутье, %	24.50
Число работающих фурм, шт	20
Диаметр фурм, мм	140
Скорость истечения, м/с	200
Кинетическая энергия дутья, кг*м/с	5465
Протяженность зоны циркуляции, мм	1191
Протяженность окислительной зоны, мм	1525
Относительная площадь окислительных зон, %	51

Закреть

Рис. 10.14. Форма «Дутьевой режим»



Газодинамический режим ДП № 1 Дата: 28.11.2004 Смена: 1

Таблица | График

Газодинамический режим	
Параметр	Значение
▶ Расход дутья (по прибору) / критическое значение, м <sup>3</sup> /мин	2741
Давление горячего дутья / критическое значение, ати	2868
	2.78
	2.92
Давление колошникового газа, ати	1.31
Общий перепад давления газа / критическое значение, атм	1.47
	1.61
Степень уравнивания шихты газом / критическое значение, %	50.2
	55.0
Теоретическая температура горения, град С	2060

Газодинамические характеристики слоя шихтовых материалов			
Параметр	Рудн.м-л	Кокс	Шихта
▶ Порозность слоя, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	0.41	0.46	0.43
Эквивалентный диаметр куска, мм	8.7	54.5	16.8

Закреть

Рис. 10.15. Форма «Газодинамический режим»

плавления шлака, его выход. Ниже в таблице приведены значения политермы вязкости шлака. На графике строится кривая политермы вязкости реального шлака в сопоставлении с политермами вязкости шлаков, основность которых отличается от основности реального шлака на  $\pm 0,05$ . Это позволяет оценить область возможных значений вязкости шлака при колебаниях его основности. На графике отмечены также горизонтальные линии, соответствующие температуре плавления шлака (25 пуаз) и предельно допустимой вязкости для нормального хода плавки при температуре выпуска (7 пуаз).

Подпункт «Тепловой режим» активизирует форму с параметрами, характеризующими тепловую работу печи (рис. 10.17): теоретическая температура горения, содержание кремния в чугуна, температура чугуна, расход кокса и углеводородных добавок, минимальный расход кокса.

а

Шлаковый режим ДП № 6 Дата: 05.10.2004 Смена: 1

Таблицы | График

Шлаковый режим	
Параметр	Значение
▶ Состав шлака (факт.), %	
CaO	39.21
SiO2	37.29
Al2O3	10.99
MgO	7.66
Основность шлака CaO/SiO2 фактическая / расчетная, доли	1.05
	1.04
Выход шлака (расчетный), кг/чугуна	302
Вязкость шлака (t=1500 град), пуаз	3.34
Температура плавления шлака, град	1363
Коэффициент распределения серы (факт.)	52

Температура, С	1350	1375	1400	1425	1450	1475	1500
▶ Вязкость, пуаз	33.78	19.01	11.75	7.86	5.61	4.23	3.34

б

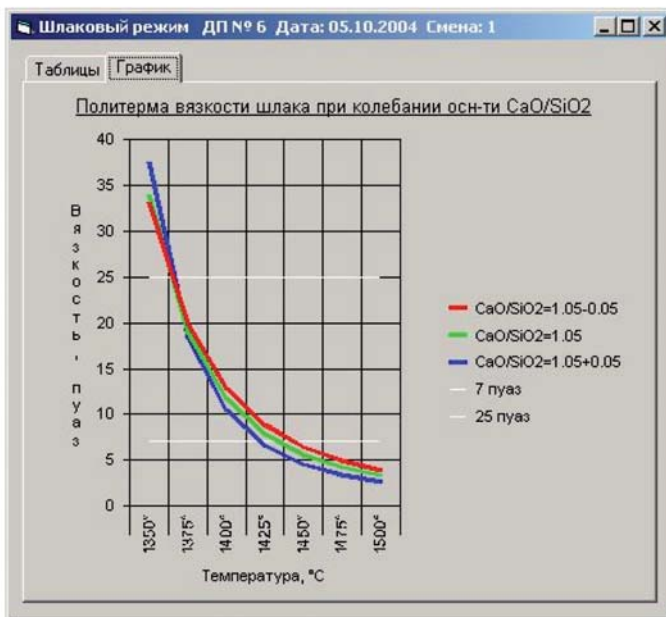


Рис. 10.16. Форма «Шлаковый режим»:  
а – таблица; б – график

Тепловой режим ДП № 1 Дата: 28.11.2004 Смена: 1

Тепловой режим	
Параметр	Значение
Теор. температура горения, град	2060
Содержание кремния в чугуна, %	0.44
Температура чугуна, град С	1433
Расход кокса (сухого) на расчетное производство / минимальный, кг/т чугуна	413.4
Расход природного газа, м3/т чугуна	362.2
Расход природного газа, м3/т чугуна	84.8
Содержание кислорода в дутье, %	24.50
Температура дутья, град	1203
Влажность дутья, г/м3	14.97

Закреть

Рис. 10.17. Форма «Тепловой режим»

Ход восстановительных процессов ДП № 1 Дата: 28.11.2004 С...

Ход восстановительных процессов	
Параметр	Значение
Расход дутья (по прибору), м3/т чугуна (м3/ч)	1124
	164 435
Расход дутья (расчёт), м3/т чугуна (м3/ч)	974
	142 409
Выход колошникового газа, м3/т (м3/ч)	1533
	224 138
Температура колошникового газа, град С	255
Состав колошникового газа, %	
CO	24.4
CO2	19.0
H2	7.1
N2	49.5
Степень использования CO, %	0.44
Степень использования H2, %	0.42
Степень прямого восстановления, доли	0.37

Рис. 10.18. Форма «Ход восстановительных процессов»

Подпункт «Ход восстановительных процессов» позволяет пользователю оценить степень использования восстановительного потенциала газового потока. Таблица с расчетными параметрами приведена на рис. 10.18.

Подпункт «Факторный анализ» выводит на экран форму, в которой приведены результаты расчета влияния различных факторов процесса на его показатели (удельный расход кокса и производительность печи) при рассматриваемых сырьевых условиях и режимных параметрах доменной плавки (рис. 10.19). Значения коэффициентов зависят от условий работы печи и рассчитываются по интегрированной модели доменного процесса. Они являются параметрами настройки прогнозирующей модели и используются при решении задач прогноза показателей.

Пункт меню «Настройка базового режима» предназначен для выбора пользователем периода работы печи.

По умолчанию в качестве базового периода принимается работа печи за предыдущую смену, по которой в базе данных имеется полная информация. Этот режим условно назван «Автоматический».

Перед каждым проектным расчётом выполняется оценка достоверности информации. В случае недостоверной информации выдаётся соответствующее сообщение и пользователю предлагается выбрать другой базовый период. Другой базовый период можно выбрать и в случае недостаточности по субъективной оценке пользователя такой проверки.

Факторный анализ ДП № 1 Дата: 28.11.2004 Смена: 1			
Параметр	Расход кокса, %	Расход кокса, кг/т	Производительность, %
Повышение содержания Fe в шихте на 1% (CaO/SiO <sub>2</sub> =const)	-1.97	-8.15	2.00
Повышение расхода мет. добавок на 10 кг/т	-0.52	-2.15	0.53
Уменьшение расхода известняка на 10 кг/т	-0.94	-3.87	0.95
Уменьшение содержания золы в коксе на 1%	-1.80	-7.43	0.10
Уменьшение содержания [Si] на 0,1%	-0.80	-3.29	1.17
Уменьшение содержания [Mn] на 0,1%	-0.19	-0.77	0.19
Уменьшение содержания [P] на 0,1%	-0.94	-3.90	0.96
Повышение содержания [S] на 0,01%	0.01	0.04	-0.02
Повышение основности шлака на 0,01 доли	-0.02	-0.07	0.02
Повышение температуры дутья на 10 град	-0.27	-1.11	0.39
Обогащение дутья кислородом на 1%	0.29	1.21	2.42
Уменьшение влажности дутья на 1 г/м <sup>3</sup>	-0.23	-0.97	0.29

Рис. 10.19. Форма «Факторный анализ»

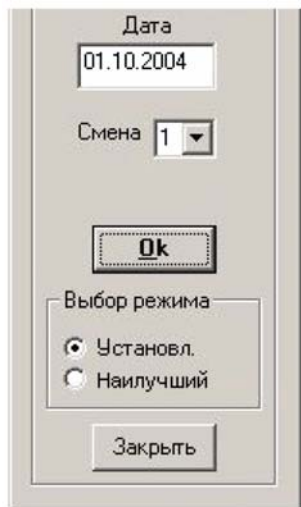


Рис. 10.20. Форма «Установка периода»

Для выбора базового периода предусмотрена возможность указания новой даты и смены. Это должен быть период продолжительностью одна смена, в течение которого печь, по субъективному мнению пользователя, работала стабильно, и в базе данных имеется вся необходимая информация. Режим расчёта по набору данных, соответствующих указанной пользователем дате, условно назван «Установленный».

В программе реализована возможность сопоставления данных о работе печи в автоматически выбранный и установленный пользователем периоды с показателями работы печи в период, характеризующий высокими показателями процесса. Дата и смена «Наилучшего» периода определяются пользователем на основе субъективной оценки.

Для ввода даты «Установленного» и «Наилучшего» периодов необходимо выбрать подпункт меню «Настройка базового периода» – «Установка базового периода». Активируется окно «Установка периода» (рис. 10.20). В этом окне присутствует возможность задания даты и смены для указанного периода.

Для установки режима выбора базового периода необходимо выбрать подпункт меню «Настройка базового периода» – «Выбор базового периода». Активируется окно «Базовый период» (рис. 10.21).

Также имеется возможность указать, какой режим выбора базового периода будет установлен по умолчанию при последующих загрузках программы. Для этого следует выбрать требуемый тип режима и нажать кнопку «Установить по умолчанию».

Главное окно программы (рис. 10.22) предназначено для выполнения проектного расчета и представляет собой экран для ввода задаваемых параметров процесса и условий расчета показателей.

В главном окне программы отображается информация о параметрах процесса в проектный период. По умолчанию значения параметров равны их значениям в текущий период, т.е. в период, непосредственно предшествующий расчету. Данные о текущих параметрах процесса автоматически загружаются из базы данных в момент загрузки программного модуля и по требованию пользователя посредством кнопки «Обновить», расположенной справа на главном окне.

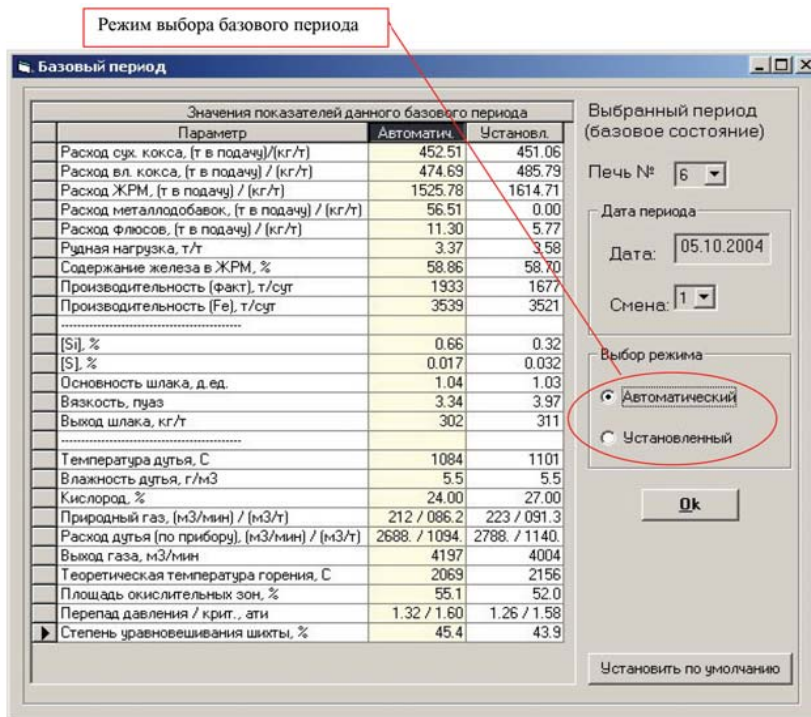


Рис. 10.21. Форма «Базовый период»

Окно условно можно разделить на следующие блоки:

Блок А. Объект моделирования. Указываются номер печи и периоды работы, принятые в качестве текущего и базового. При отсутствии в базе данных сведений о работе печи в период, непосредственно предшествующий времени моделирования, предусматривается ручной ввод даты периода, принимаемого за текущий.

Блок В. Параметры плавки. Здесь приведена следующая информация:

- сырьевые условия:
  - состав последней подачи,
  - химические и гранулометрические составы используемых шихтовых материалов (железорудных материалов, металлдобавок, флюсов, кокса);
- параметры комбинированного дутья, усреднённые за последний час работы печи:

Прогноз работы доменной печи

Файл Базовый период Настройка базового периода

Базовый период Текущий период Проектный период

Печь:  №1  №2  №6  №7  №8  №10

Последняя перешиковка

Печь	Дата	Смена	Подана	Сумма рд, т	Сумма кокса, т
2	29.11.2004	3	1	33.0	9.5

Железорудный материал

Наименование	Колво, т/подачу	Fe	CaO	SiO2	FeO	CaO/SiO2	Al2O3	MnO	MnO	S	P	25-50	15
Агл фаб 3	17.33	55.50	11.2	7.13	11.0	1.57	1.40	1.96		0.047		38.3	29
Окат Сокол	10.34	61.70	4.4	3.84	0.0	1.15	1.39	1.15		0.042		0.0	73
Окат Михайл	4.15	62.60	0.9	8.60	0.0	0.10	0.23	0.42		0.012		0.0	58
Агл яна	1.18	55.20	11.1	7.67	13.0	1.44	1.52	1.95		0.059		26.4	37

Металлодобавки

Наименование	Колво, т/подачу	Fe	CaO	SiO2

Флюсы

Наименование	Колво, т/подачу	Fe	CaO	SiO2	Al2O3	MnO
Кварцит	0.1	0.0	0.0	97.5	0.80	0.0
Известняк	0.0	0.0	51.6	0.1	0.03	3.7

Кокс

Наименование	Колво, т/подачу	Влага	Зола	Летуч	S	Fe	SiO2	Al2O3	>80	60-80	40-60	<540	<25
Кокс с блока 2	9.5	3.5	12.8	1.2	0.47	5.6	48.8	24.1	18.2	41.9	33.4	3.8	2.8

АСУТП

Температура, С	Влажность, г/м3	Кислород, %	Прир. газ, м3/ч
1145	3.0	25.4	14210

Расчёт на заданное колво подачи

Экспертная оценка

Период	Si, %	Основн	N фирм
Текущий	0.770	1.05	20
Проектный	1.05	20	

Вид флюсоющего материала: Кварцит

Расчётный параметр: Равная нагрузка

Расчёт

Выход

Текущая дата: 29.11.2004

Дата/смена базового периода: 26.11.2004

Смена: 1

автом

Обновить

17:31 29.11.2004 Данные считаны 29.11.2004 17:19:06 NUM INS

Рис. 10.22. Форма «Прогноз работы доменной печи» (главное окно)

- температура,
  - влажность дутья,
  - содержание кислорода в дутье,
  - расход природного газа;
  - оценка состава продуктов плавки. По умолчанию устанавливаются расчетные по математической модели содержание кремния в чугуне и основность шлака для приведенных выше сырьевых и режимных условий. Содержание кремния в чугуне в текущий период может корректироваться пользователем по результатам экспертной оценки.
- Блок С. Проектные значения состава продуктов плавки: основность шлака и содержание кремния в чугуне.
- Блок D. Условия проектного расчёта:
- условия расчёта шлакового режима:
    - расход указанного пользователем флюса для получения шлака заданной основности,
    - расчет основности шлака при заданных сырьевых условиях без корректировки расхода флюсов;

- условия расчета производительности печи:
  - расчет на заданное количество подач,
  - расчет на постоянный расход дутья;
- вид решаемой технологической задачи:
  - расчет требуемой рудной нагрузки,
  - расчет требуемой температуры дутья,
  - расчет требуемой влажности дутья,
  - расчет содержания кремния в чугуне.

Формирование набора задаваемых данных о параметрах процесса (*проектный период*) осуществляется пользователем приложения в диалоговом режиме в процессе корректировки данных в таблицах с параметрами работы печи в текущий период. Для добавления и удаления материалов из списков шихтовых материалов на экранной форме рядом со списком предусмотрены кнопки «+» и «-», соответственно. Добавление материалов осуществляется из справочников, что позволяет автоматически заполнять химические составы материалов по данным последнего химического анализа. Кнопки «>>» позволяют выводить на экран полный или краткий химический состав материала. При решении любой из технологических задач, перечисленных выше, пользователь должен

1) сначала определить:

- состав шихтовых материалов;
- параметры комбинированного дутья;
- параметры продуктов плавки (содержание кремния в чугуне и основность шлака). В проектный период значения содержания кремния в чугуне и основности шлака вводятся на основе текущей оценки с учётом требуемого изменения параметра. Отклонения этих параметров от текущих значений не должны превышать значений, установленных в настройках программы. Если содержание кремния в чугуне не введено (равно нулю), то в расчётах оно принимается равным значению в текущий период;
- количество работающих фурм в текущий и проектный периоды. По умолчанию установлено максимальное количество фурм для данной печи. В случае неработающих фурм необходимо ввести количество фактически работающих фурм;

2) задать условия расчёта:

- шлакового режима. Если значение основности шлака в проектный период равно нулю, то расчёт основности шлака выполняется при заданных пользователем флюсах. При заданной основности шлака в проектный период выполняется расчёт требуемого количества флюсов. Пользователю необходимо указать вид флюсующего материала, выбрав



его из выпадающего списка. Если в результате расчетов будет показано, что требуемой основности шлака при заданных параметрах шихты получить нельзя, необходимо выбрать другой флюсующий материал;

- производительности печи. По умолчанию выполняется расчёт производительности печи при условии постоянного минутного расхода дутья. Для расчёта требуемого расхода дутья при условии заданной производительности печи необходимо отметить «Расчёт на заданное количество подач» и указать количество подач в смену;

3) выбрать в зависимости от решаемой технологической задачи рассчитываемый параметр: рудная нагрузка, температура дутья, влажность дутья или содержание кремния в чугуна из выпадающего списка;

4) нажать кнопку «Расчет».

Фрагмент окна с результатами проектного расчёта рудной нагрузки при изменении состава железорудной части шихты приведен на рис. 10.23.

Результаты расчёта

< Корректировка теплового состояния рудной нагрузкой >  
 При заданных изменениях параметров плавы:  
 - сырья условия:  
 Расход кокса в подачу следует изменить на -0.01 т и он составит 9.49 т  
 Основность шлака составит 1.02 д.ед.

Показатели	Базовый 26.11.2004	Текущий 29.11.2004	Проектный расчет
Количество подач за смену		52.9	53.0
Расход сух. кокса (т в подачу)/(кг/т)	456.93	09.18 / 450.57	09.17 / 447.49
Расход вла. кокса (т в подачу) / (кг/т)	472.92	09.50 / 466.34	09.49 / 463.15
Расход ЖРМ (т в подачу) / (кг/т)	1623.21	33.00 / 1620.24	33.00 / 1609.86
Расход металлодобавок (т в подачу) / (кг/т)	0.00	00.00 / 0.00	00.00 / 0.00
Расход флюсов (т в подачу) / (кг/т)	9.84	00.10 / 4.91	00.10 / 4.88
Кварцит (т в подачу) / (кг/т)		00.10 / 4.91	00.10 / 4.88
Известняк (т в подачу) / (кг/т)		00.00 / 0.00	00.00 / 0.00
Рудная нагрузка (на влажн.кокс), т/т	3.68	3.72	3.72
Содержание железа в ЖРМ, %	57.93	57.95	58.32
γ			3
Производительность (расч. Fe), т/сут	3265	3264	3295
[Si] (расчет/эксп.оц), %	0.63 (факт)	0.77 / 0.77	0.77 / 0.77
Основность шлака (расчет/эксп.оц), д.ед.	1.05 (факт) / 1.03	1.05 / 1.05	1.02 / 1.02
Вязкость при t=1500 С, пуаз	2.99	3.09	3.67
Выход шлака (расч.), кг/т	332	314	301
Температура дутья С	1094	1145	1145
Влажность дутья (сумм), г/м <sup>3</sup>	3.0	3.0	3.0
Кислород, %	25.70	25.44	25.44
Природный газ, (м <sup>3</sup> /мин) / (м <sup>3</sup> /т)	226 / 099.6	237 / 104.4	239 / 104.4
Расход дутья (по прибору), (м <sup>3</sup> /мин) / (м <sup>3</sup> /т)	2675 / 1180.	2675 / 1180.	2675 / 1169.
Скорость истечения дутья м/с	185	192	193

Печь    Расчёт шлакового режима    Параметры шихты    Закрыть

Рис. 10.23. Форма «Результаты расчёта»

## **ГЛАВА 11. РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ ИНТЕГРИРОВАННОГО ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА «АНАЛИЗ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИТУАЦИЙ ДОМЕННОГО ЦЕХА»**

### **11.1. Общая системная структура программного комплекса**

Автоматизированная информационная система анализа и прогнозирования производственных ситуаций доменного цеха (АИС АППС ДЦ) является интегрированным программным комплексом, который помогает инженерно-технологическому персоналу обеспечивать нормальный режим работы производства в целом при минимальной себестоимости продукции с учётом ограничений, обусловленных требованиями технологии и возможностями оборудования.

Разработка общей системной структуры программного комплекса выполнена с учётом ниже перечисленных требований инженерно-технологического персонала и особенностей её использования в практике работы доменного производства.

1. Программный комплекс должен решать несколько связанных технологических задач, направленных, в конечном итоге, на повышение эффективности доменной плавки:

- сбор и формирование отчётных данных о работе доменных печей;
- мониторинг отчётных параметров;
- сопоставительный анализ работы доменных печей в различные периоды плавки;
- модельная поддержка принятия решений;
- оптимальное распределение топливно-энергетических ресурсов;
- расчёт оптимального состава доменной шихты;
- прогнозирование технологических ситуаций и диагностика работы доменных печей.

Учитывая относительно большие масштабы потребления сырьевых и топливно-энергетических ресурсов, а также выпуска продукции доменного цеха, существенно возрастают риски от принятия необоснованных, неправильных управленческих решений, поэтому применение данного комплекса в доменном производстве имеет несомненные преимущества и приносит положительный эффект от его использования.

2. Инженерно-технологический персонал доменного цеха с помощью программного комплекса должен иметь возможность оперативно производить анализ работы металлургических агрегатов,

оценивать текущее состояние хода технологического процесса, производить изучение и анализ наметившихся отклонений ключевых показателей, выявлять причины, повлёкшие эти отклонения и разрабатывать мероприятия по повышению эффективности металлургического производства.

3. Программный комплекс необходимо интегрировать в информационную структуру предприятия, обеспечить в процессе эксплуатации взаимодействие с другими программно-аппаратными информационными системами комбината. Поэтому использование некоторых функций системы требует административного управления и выполнения задач по расписанию, например функция сбора производственных данных и подготовки отчётных документов за истекший период.

4. Важным требованием при разработке комплекса является простота и удобство в использовании, поскольку его применение рассчитано на широкий круг пользователей, от которых не требуется специальных знаний в области информационных технологий. Он должен быть снабжён достаточно полной и понятной различной категориям пользователей документацией, специальное руководство для специалистов по сопровождению, а также набор руководящих документов по обучению работе с программой.

АИС АППС ДЦ является сложной системой, поскольку обладает рядом особенностей, которые присущи сложным проектам:

- система решает несколько важных взаимосвязанных задач: автоматический сбор, хранение и предоставление отчётных сведений по всем разделам доменного производства, отображение динамики изменения показателей в виде графических трендов и в числовом виде, создание отчётной документации, проведение сопоставительного анализа данных, решение ряда технологических задач на основе использования подсистем моделирования шлакового режима и газодинамического режимов доменной плавки. Поэтому при разработке отдельных подсистем требуется реализовать возможность одновременного использования данных разными подсистемами;

- непосредственную работу с системой осуществляют специалисты различных служб комбината, каждый из которых решает свои производственные задачи. В этой связи обязательным условием является наличие в системе модуля администрирования, разделения прав и категорий пользователей;

- количество потенциальных пользователей системы значительно, ещё больше лиц, деятельность которых будет так или иначе затронута результатами работы комплекса. Неправильная работа

системы нанесёт ощутимый ущерб пользователям, чья деятельность основана на результатах анализа и прогнозирования производственных ситуаций в доменном цехе. Поэтому важно обеспечить средства бесперебойного режима работы комплекса;

– для выполнения заложенных функций система взаимодействует с другими информационными системами комбината (АСУ ТП, КИС). Следовательно, необходимо реализовать возможности автоматического наполнения данными и передачи данных между системами (программный интерфейс), а также средства её интеграции в корпоративную сеть предприятия (программную совместимость);

– обязательным требованием к системе является обеспечение простоты и лёгкости её использования, поскольку большинство пользователей являются не специалистами в области информационных технологий и моделирования доменного процесса. Поэтому одним из важных этапов разработки программного обеспечения является создание комплекта полной и понятной пользователям документации по всем входящим в него подсистемам, а также специальную документацию для администраторов по настройке и сопровождению;

– в процессе эксплуатации системы предполагается её непрерывное развитие (добавление новых показателей в отчёты, возможность их сопоставления, уточнение моделей и настройка их параметров на условия работы топливно-сырьевой базы комбината и пр.). Поэтому разработку системы необходимо осуществлять на основе принципов модульного программирования с учётом современных технологий и средств программной реализации.

Исходя из анализа выше перечисленных особенностей и требованиям к функциональным возможностям АИС АППС ДЦ, её структуру можно разделить на ряд основных подсистем (рис. 11.1).

1. *Сбор, первичная обработка и хранение данных.* Основной функцией подсистемы является заполнение базы данных исходными данными, необходимыми для успешного функционирования АИС АППС ДЦ.

2. *Визуализация среднесменных и среднесуточных данных о работе доменных печей.* Обеспечивает построение графических трендов по выбранным пользователем параметрам в любой комбинации за указанный временной период.

3. *Формирование технического отчёта о работе доменных печей и цеха.* Подсистема предназначена для формирования технического отчёта о работе печей и цеха в целом за заданные периоды работы печей и цеха.

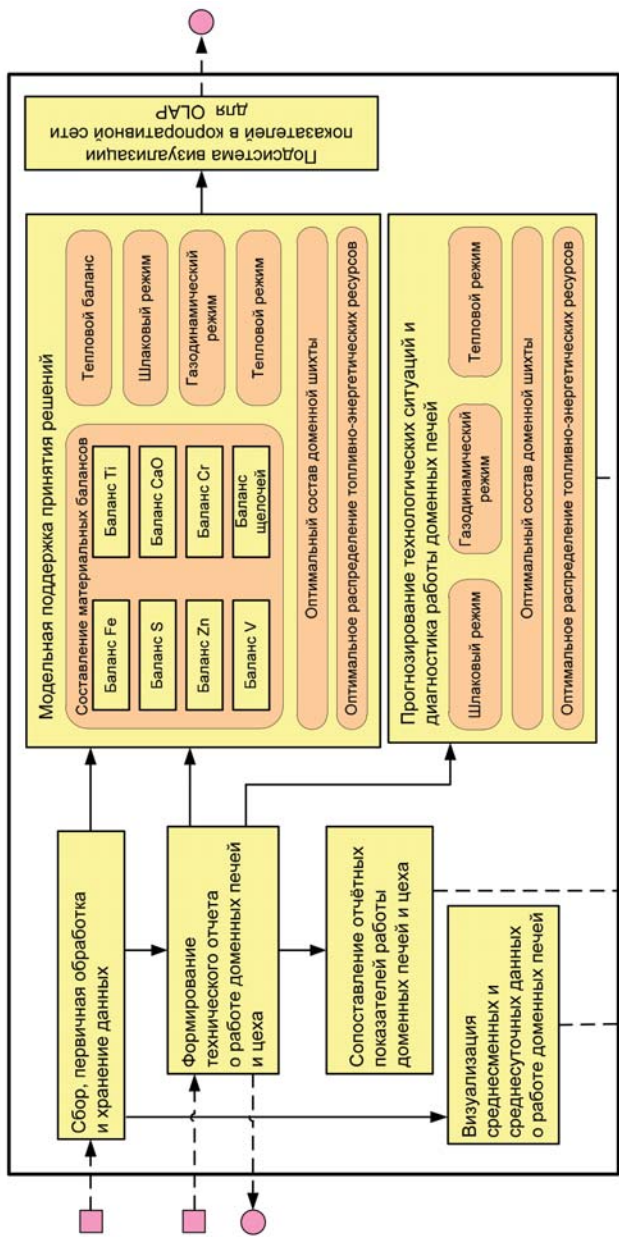


Рис. 11.1. Функциональная структура системы.

■ — источник данных; ● — представление данных

4. *Сопоставление отчётных показателей работы доменных печей и цеха.* Обеспечивает возможность сравнения показателей работы цеха или печи по комплексу выбранных параметров за заданный временной период.

5. *Модельная поддержка принятия решений, прогнозирование технологических ситуаций и диагностика работы доменных печей.* В основу реализации подсистемы положены алгоритмы расчёта с использованием математических моделей доменного процесса для выбранного пользователем периода работы отдельных печей или цеха в целом для выбранного пользователем периода работы отдельных печей или цеха в целом [30; 41].

6. *Визуализация показателей работы доменного производства для OLAP (OnLine Analytical Processing, аналитическая обработка в реальном времени).* Подсистема обеспечивает полномочным пользователям доступ ко всей интересующей информации по доменному производству с использованием удобных и простых средств представления и работы с этой информацией.

Рассмотрим более детально структуру отдельных подсистем.

11.1.1. *Подсистема сбора и хранения данных.* Основные компоненты подсистемы сбора и хранения данных отражены на рис. 11.2. Центральным звеном АИС АППС ДЦ является структура хранения данных, которая формируется на сервере базы данных информационно-вычислительного центра доменного производства (ИВЦ ДЦ). Источниками её наполнения являются аппаратно-программное обеспечение АСУ доменного цеха, корпоративной информационной системы (КИС) и центральной диспетчерской комбината (ЦДК). В зависимости от требований отдельных подсистем возможно реализовать различные периоды усреднения данных в базе с помощью механизмов СУБД. Например, для подсистемы визуализации показателей минимальным периодом усреднения показателей работы является среднесменная величина, а для подсистемы формирования технического отчёта необходимо представление данных за календарный месяц или за период с начала года до произвольно выбранного месяца.

Представленная на рис. 11.2 структура обеспечивает заданную функциональность, выполнение требований предметной области, относительно простое расширение и изменение системы, возможность автономной реализации отдельных программных модулей и их независимость от структуры хранения данных. Структура базы данных должна удовлетворять следующим требованиям:

– абстрактность содержащихся данных, т.е. при добавлении новых параметров структура базы данных не должна измениться;

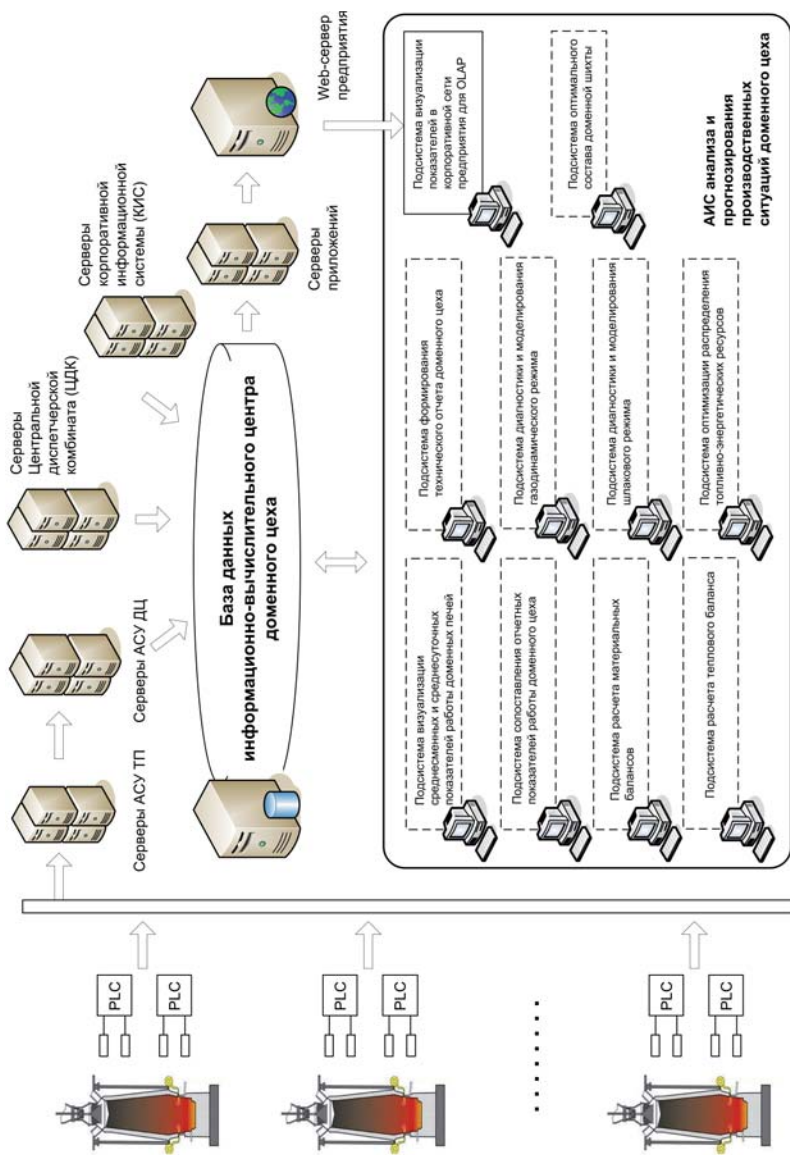


Рис. 11.2. Структура подсистемы сбора и хранения данных АИС АПС ДЦ

- схема БД должна быть приведена к третьей нормальной форме, т.е. не содержать избыточных данных и иметь чётко определённые связи между отношениями;
- содержать ограничения на ввод и корректировку логически неверных значений;
- иметь связи между отношениями, которые отражают предметную область.

В базе данных должна быть предусмотрена возможность отслеживания всех изменений данных в рабочих таблицах. Заполнение сведений о пользователях и компьютерах, с которых производится работа с системой, должно осуществляться через справочники.

Анализ требований к функциональности разрабатываемой системы и существующего на комбинате информационного обеспечения корпоративной базы данных позволил сформировать структурную схему подсистемы АИС АППС ДЦ, отражающую возможности проведения сбора, первичной обработки и хранения данных для каждой отдельной подсистемы. В ходе этого процесса выделены относительно независимые информационные блоки, моделирующие отдельные аспекты доменного производства (рис. 11.3).

Выделенные блоки позволяют использовать хранящиеся в них данные одновременно в разных подсистемах. Центральным звеном является структура базы данных, которая располагается на сервере информационно-вычислительного центра доменного цеха (ИВЦ ДЦ) в корпоративной сети комбината.

*11.1.2. Подсистема визуализации среднесменных и среднесуточных данных о работе доменной печи* предназначена для построения графических трендов фактических и расчётных показателей работы доменных печей и цеха по среднесменным и суточным данным. Выбор показателей работы осуществляется на основе требований пользователей подсистемы с помощью блока нормативно-справочной информации. Результатом выполнения функции является набор отчётных документов с результатами визуальной оценки, а также численные данные, используемые для построения гистограмм, которые можно использовать для более детального анализа технологических режимов доменной плавки.

Структура подсистемы визуализации представлена на рис. 11.4.

Основными компонентами подсистемы являются источник данных и модуль визуализации данных. В качестве источника данных выступает централизованная база данных доменного производства, работающая в режиме реального времени в корпоративной сети



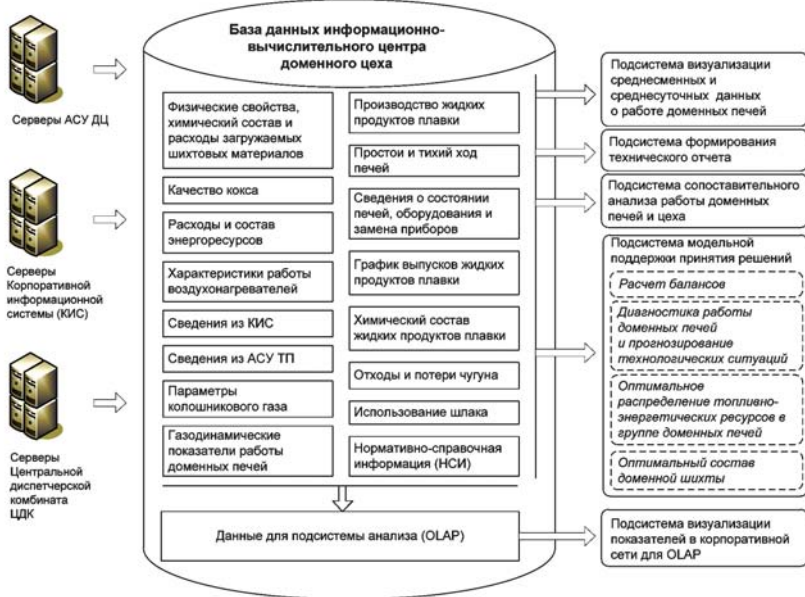


Рис. 11.3. Обобщенная структура базы данных АИС АППС ДЦ

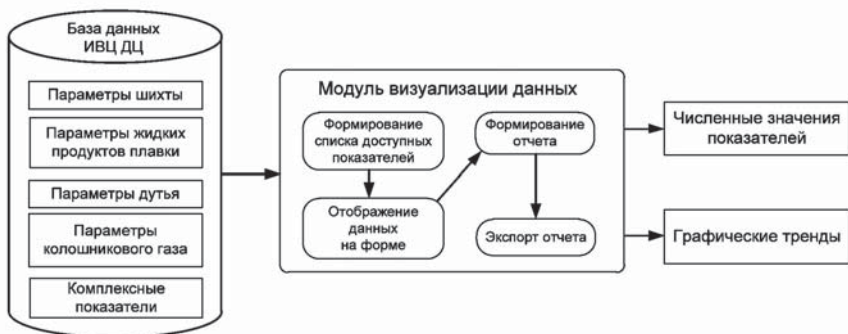


Рис. 11.4. Структура подсистемы визуализации данных

комбината. В процессе функционирования подсистемы производится регулярное автоматическое наполнение этой базы из серверов АСУ ТП показателями работы всех доменных печей, усреднёнными по сменам и за сутки. Модуль визуализации подсистемы обеспечивает по запросу пользователя отображение на форме или экспорт в виде отчётных файлов сведений о динамике изменения одного или нескольких показателей в течение любого временного периода. Выбор показателя производится из списка, который загружается из блока НСИ базы данных доменного цеха и сохраняется локально на рабочем компьютере пользователя в виде файла конфигурационных параметров.

Показатели работы доменных печей при отображении в подсистеме сгруппированы на следующие категории: параметры шихты; жидкие продукты плавки; параметры дутья; параметры колошниково-го газа; комплексные показатели.

В каждой категории выделены фактические и расчётные показатели. Процедура визуализации позволяет отобразить данные за выбранный пользователем период в двух режимах: изменения данных по всем доступным показателям для отдельной доменной печи; изменения по одному выбранному показателю для всех доменных печей.

Процедура формирования отчётов формирует показатели работы доменного цеха в виде, пригодном для их обработки, распечатки и сохранения во внешнем файле (формат Microsoft Office Excel) для последующего расчётного анализа.

*11.1.3. Подсистема формирования технического отчёта о работе доменных печей и цеха* является одной из основных, поскольку именно здесь создаётся фактическая отчётная информация, касающаяся всех аспектов производства доменных печей и цеха в целом за календарный месяц. Одной из основных функций подсистемы формирования отчётных данных о работе доменных печей является подготовка технического отчёта доменного цеха. Структура подсистемы представлена на рис. 11.5. Основными компонентами подсистемы являются база данных ИВЦ ДЦ и модуль формирования технического отчёта.

На основе анализа требований технологического персонала и нормативно-справочной информации доменного производства для каждого из перечисленных разделов составлено соответствующее математическое обеспечение, которое положено в основу программной реализации подсистемы отображения данных о работе доменных печей. Программный модуль подсистемы позволяет уполномоченным пользователям извлекать, корректировать и сохранять в централизованной базе данных сведения по всем аспектам производственной деятельности доменного цеха в отчётном периоде. Наполнение базы данных осуществляется в автоматизированном режиме с помощью планировщика задач.

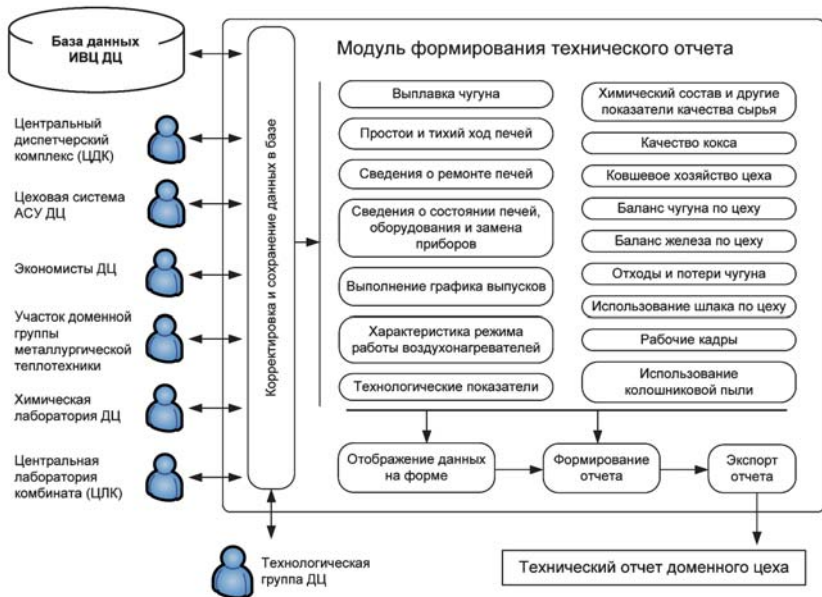


Рис. 11.5. Структура подсистемы формирования технического отчёта доменного цеха

Структурные компоненты модуля, представленные на рис. 11.5, позволяют отображать нормативные разделы технического отчёта и формировать готовый документ на утверждение и подписание. После утверждения отчёта указанные данные становятся недоступными для корректировки, в дальнейшем они используются остальными подсистемами АИС АППС ДЦ для проведения анализа работы и прогнозирования производственных ситуаций в доменном цехе.

*11.1.4. Подсистема сопоставления показателей работы доменного цеха.* Создание подсистемы «Сопоставление показателей работы доменного цеха» направлено на реализацию в АИС АППС ДЦ инструмента, с помощью которого специалисты технологического отдела доменного цеха могут оперативно получать достоверную информацию для осуществления функций контроля и сравнения отчётных показателей работой доменных печей и цеха в целом в различные временные периоды.

Структура подсистемы сопоставления показателей работы доменного цеха представлена на рис. 11.6.



Рис. 11.6. Структура подсистемы «Сопоставление показателей работы доменного цеха» АИС АППС ДЦ

Информационной основой данной подсистемы является описанная ранее подсистема «Технический отчёт доменного цеха», с помощью которой производится наполнение базы данных ИВЦ ДЦ фактическими показателями работы.

Каждый из представленных на рис. 11.6 информационных блоков содержит набор показателей, которые должны быть автоматически извлечены из базы данных доменного цеха и отображены на пользовательской форме. Большинство показателей являются отчётными и генерируются в базе данных в регламентируемые моменты времени (в начале месяца). Другая категория показателей является производной и должна быть рассчитана на основе отчётных показателей.

Реализация функций подсистемы «Сопоставление показателей работы доменного цеха» производится в автоматизированном режиме, в ходе которого пользователь выбирает отчётный и сравнительный период работы доменного цеха, режим сравнения (календарный месяц или с начала года до указанного месяца), отчётный показатель из списка соответствующего раздела технического отчёта или блока отчётных показателей. Основной функцией подсистемы является предоставление пользователям в наглядном структурированном виде информации по всем основным отчётным показателям. Полнота и наглядность в предоставлении информации позволяют своевременно принимать решения об изменении параметров техно-



Рис. 11.7. Структура подсистемы расчёта балансов доменной плавки

логических процессов для повышения качества продукции и экономии кокса. Кроме того, данная подсистема способствует быстрой обработке, сравнительной оценке данных и предоставляет широкие возможности в выборе и генерации отчётов.

*11.1.5. Подсистема модельной поддержки принятия решений в доменном производстве* должна включать следующие взаимосвязанные подсистемы более низкого уровня декомпозиции: расчёта балансов доменной плавки; шлакового режима; газодинамического режима; теплового режима; диагностики хода доменной плавки; оптимального распределения топливно-энергетических ресурсов; оптимального выбора состава доменной шихты.

*Подсистема расчёта балансов.* Структура подсистемы расчёта балансов условно отображена на рис. 11.7. Подсистема позволяет определить удельные массы прихода и расхода Fe, S, Zn, Cr, V, Ti, CaO и щелочей. Входными данными для подсистемы являются дутьевые параметры, физические свойства, химический состав и расходы загружаемых шихтовых материалов и параметры жидких продуктов плавки.

Для реализации программной части подсистемы расчёта балансов использованы известные математические зависимости [13; 30; 41].

*Подсистема газодинамического режима.* Структура подсистемы газодинамического режима условно отображена на рис. 11.8. В основу работы подсистемы положена математическая модель газодинамики доменной плавки. Исходными данными являются дутьевые параметры работы печи, её конструктивные параметры и состав доменной шихты. Результатом работы подсистемы являются:

- газодинамические характеристики доменной плавки (степень уравнивания шихты, значения расхода дутья и перепада давления);
- диагностика газодинамического режима.

*Подсистема шлакового режима.* Структура подсистемы шлакового режима условно отображена на рис. 11.9. Исходными данными

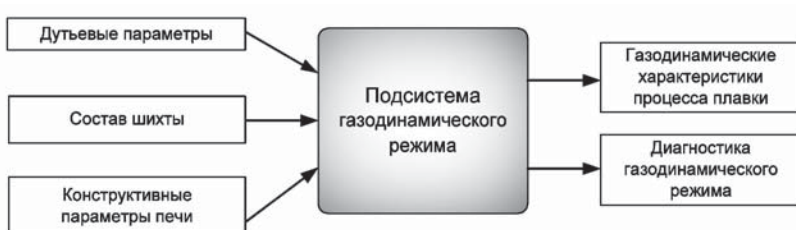


Рис. 11.8. Структура подсистемы газодинамического режима



Рис. 11.9. Структура подсистемы шлакового режима



Рис. 11.10. Структура подсистемы теплового режима

являются дутьевые параметры работы печи, химический состав и расходы загружаемых шихтовых материалов и параметры жидких продуктов плавки. Подсистема шлакового режима [30; 41] позволяет определить:

- выход и состав первичного и конечного шлака;
- вязкость шлака при различных температурах;
- содержание серы в чугуне;
- диагностику шлакового режима.

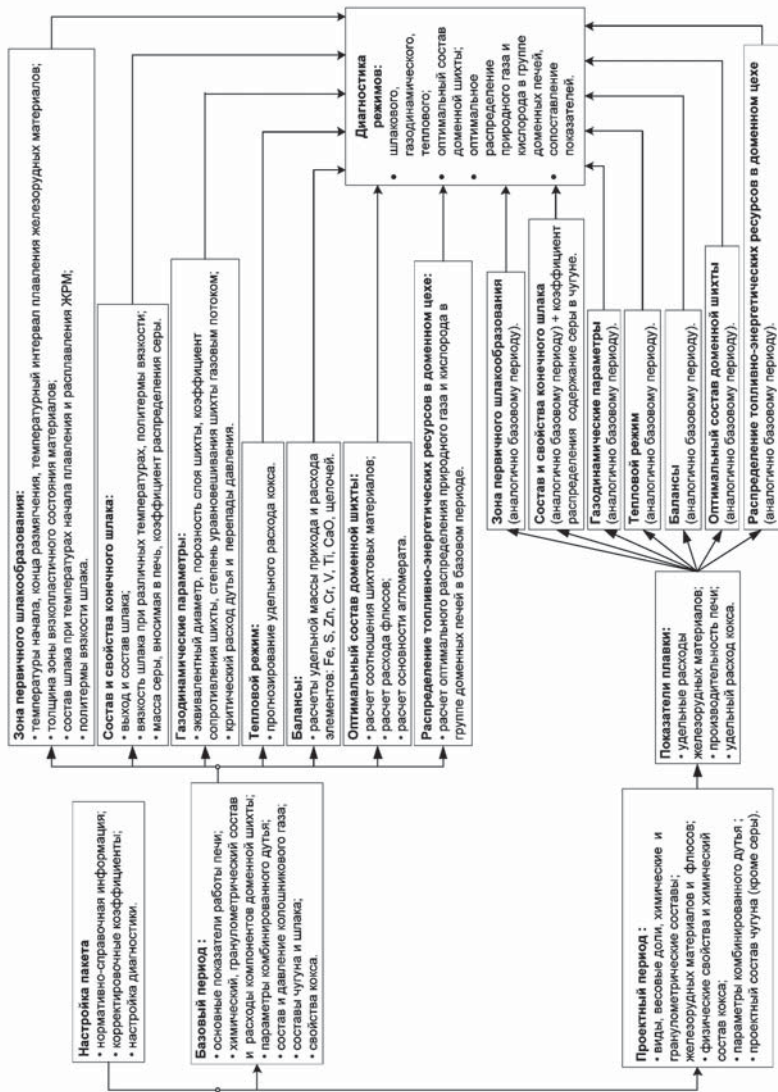


Рис. 11.11. Структура подсистемы моделирования доменной плавки

*Подсистема теплового режима.* Структура подсистемы шлакового режима условно отображена на рис. 11.10. Подсистема теплового режима позволяет определить расход кокса [30; 41]. При этом требуемый химический состав чугуна для проектного периода задается пользователем.

*Подсистема диагностики работы печей и прогнозирования технологических ситуаций.* Структура подсистемы диагностики работы печей и прогнозирования технологических ситуаций отображена на рис. 11.11. Основным принцип, положенный в основу модели – принцип натурно-математического моделирования [42; 57].

Указанные подсистемы охватывают основные явления, свойственные доменному процессу. Каждая из этих подсистем взаимодействует с другими блоками, подсистемами и внешней средой. Для прогнозирования технологических ситуаций также используются подсистемы шлакового, газодинамического и теплового режимов, расчета технико-экономических показателей доменной плавки (расхода кокса, производительности) при изменении дутьевых параметров, свойств кокса, соотношения компонентов железорудной части шихты и расхода флюсов.

*11.1.6. Подсистема визуализации показателей работы доменных печей для OLAP.* Основной целью разработки подсистемы визуализации показателей работы доменных печей для OLAP являлась возможность обеспечения доступа ко всей интересующей пользователей информации по доменному производству с использованием удобных и простых средств представления и работы с этой информацией. На достижение этой цели, как показал анализ современного состояния в области разработки информационных систем, направлены информационные технологии, объединяющиеся под общим названием хранилищ данных и бизнес-анализа BI (Business Intelligence) [32; 33]. Business Intelligence – это категория приложений и технологий для сбора, хранения, анализа и публикации данных, позволяющая корпоративным пользователям принимать лучшие решения. В русскоязычной терминологии подобные системы называются также системами поддержки принятия решений (СППР). Обобщенная архитектура построения системы Business Intelligence представлена на рис. 11.12.

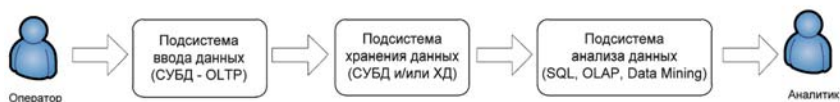


Рис. 11.12. Архитектура построения системы Business Intelligence



Сбор и хранение информации, а также решение задач информационно-поискового запроса эффективно реализуются средствами систем управления базами данных. В OLTP-подсистемах реализуется транзакционная обработка данных. Непосредственно OLTP-системы не подходят для полноценного анализа информации в силу противоречивости требований, предъявляемых к OLTP-системам и СППР. Для предоставления необходимой для принятия решений информации обычно приходится собирать данные из нескольких транзакционных баз данных различной структуры и содержания. Основная проблема при этом состоит в несогласованности и противоречивости этих баз-источников, отсутствии единого логического взгляда на корпоративные данные.

Поэтому для объединения в одной системе OLTP и СППР для реализации подсистемы хранения используется концепция хранилищ данных (ХД). В основе концепции ХД лежит идея разделения данных, используемых для оперативной обработки и для решения задач анализа, что позволяет оптимизировать структуры хранения.

Как показал практический опыт, для реализации автоматизированной системы анализа и прогнозирования технологических ситуаций доменного производства целесообразно построение подсистемы анализа, основанной на алгоритмах информационно-поискового анализа и оперативной аналитической обработки данных OLAP. С учётом этого разработана архитектура построения подсистемы анализа АИС АППС ДЦ, представленная на рис. 11.13.

С целью сокращения затрат на проектирование и разработку вместо ХД было принято решение использовать витрины данных (ВД). ВД – это упрощённый вариант ХД, содержащий только тематически объединённые данные. ВД содержит данные, ориентированные на конкретного пользователя, существенно меньше по объёму, и для её реализации требуется меньше затрат.

В общем случае, ВД могут строиться как самостоятельно, так и вместе с централизованной СУБД. На рис. 11.13 представлено совмещение ВД и базы данных доменного цеха в рамках единой подсистемы хранения данных. База данных доменного цеха в этом случае представляет собой единый источник данных для всей предметной области, а витрины данных являются подмножествами данных из базы данных, организованными для представления информации по тематическим разделам данной области.

Для реализации подсистемы анализа, представленной на рис. 11.13, разработаны следующие витрины данных:

1. «Производство чугуна».
2. «Технологические показатели».

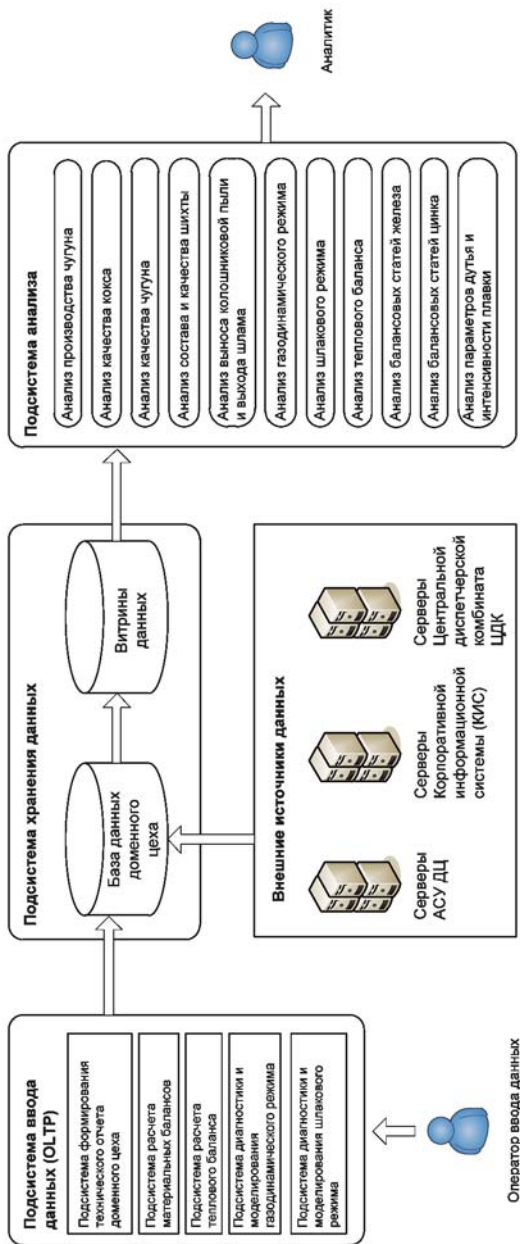


Рис. 11.13. Архитектура построения подсистемы анализа АИС АПЭС ДЦ

3. «Качество кокса».
4. «Химический состав шихтовых материалов».
5. «Удельные расходы материалов и ресурсов».
6. «Материальные балансы чугуна, железа, серы, оксида кальция, хрома, титана и цинка».
7. «Баланс природного газа».
8. «Тепловой баланс».
9. «Шлаковый режим доменной плавки».
10. «Газодинамика доменной плавки».
11. «Выпуски чугуна».
12. «Простои доменных печей».
13. «Состояние оборудования доменных печей и цеха».
14. «Ковшовое хозяйство доменного цеха».
15. «Колошниковая пыль».

Достоинствами такого решения являются простота создания и наполнения ВД, поскольку наполнение происходит из единого стандартизированного источника данных, простота расширения за счёт добавления новых витрин данных, а также снижение нагрузки на базу данных доменного цеха.

После создания общей структуры АИС АППС ДЦ для качественной и продуктивной реализации программного обеспечения необходимым является процесс функционального моделирования системы.

## **11.2. Функциональное моделирование системы**

В основу метода, используемого при проектировании функций автоматизированной информационной системы инженерно-технологического персонала доменного цеха, положены идеи и нотации методики структурного анализа и проектирования IDEF0 [22; 39; 43]. Методология IDEF0 является развитием хорошо известного графического языка описания функциональных систем SADT (Structural Analysis and Design Technique), предложенного Дугласом Россом [43]. IDEF0, как стандарт, был разработан в 1981 г. департаментом Военно-Воздушных Сил США в рамках программы автоматизации промышленных предприятий, которая носила обозначение ICAM (Integrated Computer Aided Manufacturing). Набор стандартов IDEF унаследовал своё название от этой программы (IDEF=ICAM DEFinition).

Использование методики IDEF0 позволило смоделировать функциональную структуру АИС АППС ДЦ, выявить производимые им действия и связи между этими действиями, управляющие воздей-

ствия и механизмы выполнения каждой функции, что, в конечном итоге, позволило на ранней стадии проектирования предотвратить возможные ошибки.

11.2.1. *Верхний (первый) уровень функциональной модели.* Внешний вид контекстной диаграммы функциональной модели АИС АППС ДЦ представлен на рис. 11.14. Общее количество декомпозированных блоков функциональной модели АИС АППС ДЦ составляет свыше 150.

На первом уровне функциональной модели выделены два основных потока входной информации в систему: данные из систем АСУ ТП и корпоративной информационной системы, а также отчетные документы по производству. Конкретизация входных данных представлена на последующих этапах декомпозиции системы.

Интерфейс управления можно разбить на четыре логических блока: совокупность документов (технологических инструкций, руководств пользователей); нормативно-справочной информации (НСИ); требований пользователей; описание математических моделей и алгоритмов, на основе которых проведена разработка программного обеспечения по анализу и прогнозированию работы доменных печей и цеха. Заметим, что под документами понимаются инструкции ведения технологических процессов, существующих на предприятии и утвержденных в качестве стандарта предприятия и руководства пользователей для работы с автоматизированными рабочими местами.

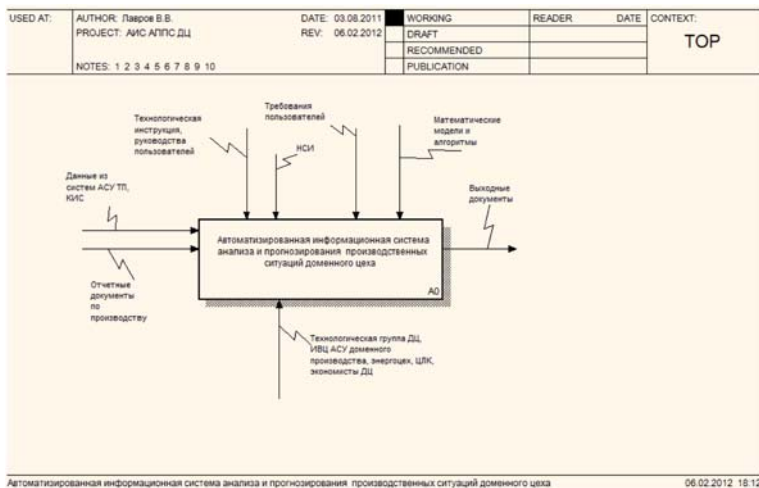


Рис. 11.14. Контекстная диаграмма функциональной модели АИС АППС ДЦ

Первый блок интерфейса однотипен практически для всех уровней декомпозиции, так как деятельность инженерно-технологического персонала цеха и подразделений, участвующих в работе автоматизированной информационной системы регламентируется указанными выше документами и нормативными актами. Поэтому он представлен на всех уровнях декомпозиции системы.

Механизмы, представленные на контекстной диаграмме функциональной модели и участвующие в реализации данной функции, представлены набором основных структурных подразделений и производств, которые являются поставщиками и потребителями той или иной части информации АИС АППС ДП: технологическая группа доменного цеха, информационно-вычислительный центр АСУ доменного производства, энергоцех, центральная лаборатория комбината, экономисты доменного цеха.

В качестве выходной информации АИС АППС ДП понимается набор отчётных документов, характеризующих итоговые показатели работы доменных печей и цеха в целом за отчётный период, а также результаты прогнозной оценки работы печей с использованием модельных систем поддержки принятых решений. Первая часть документов имеет чисто статистический характер, вторая – результаты расчёта по математическим моделям доменного процесса, которая имеет своей целью провести анализ работы доменных печей и цеха в проектный период при изменении топливно-сырьевых условий их работы. В последнем случае с помощью АИС АППС ДП инженер-технолог может количественно оценить тепловое состояние доменных печей, спрогнозировать дутьевой, газодинамический и шлаковый режимы доменной плавки.

*11.2.2. Декомпозиция первого уровня функциональной модели.* АИС АППС ДЦ можно разбить на законченные, но информационно, с точки зрения использования данных для анализа, взаимосвязанные подсистемы. Диаграмма первого уровня декомпозиции модели представлена на рис. 11.15.

Функция «Сбор и первичная обработка данных» (A1) обеспечивает автоматическое наполнение системы данными из АСУ ТП и КИС. Сбор первичных данных производится в строго регламентированные моменты времени, которое установлено согласно требованиям инженерно-технологического персонала доменного цеха. Функция A1 наиболее информативна с точки зрения как количества параметров, так и с точки зрения объёмов информации. Набор подключаемых параметров по конкретной доменной печи определяется условиями технического задания, разрабатываемого при реконструкции или капитальном ремонте доменной печи.

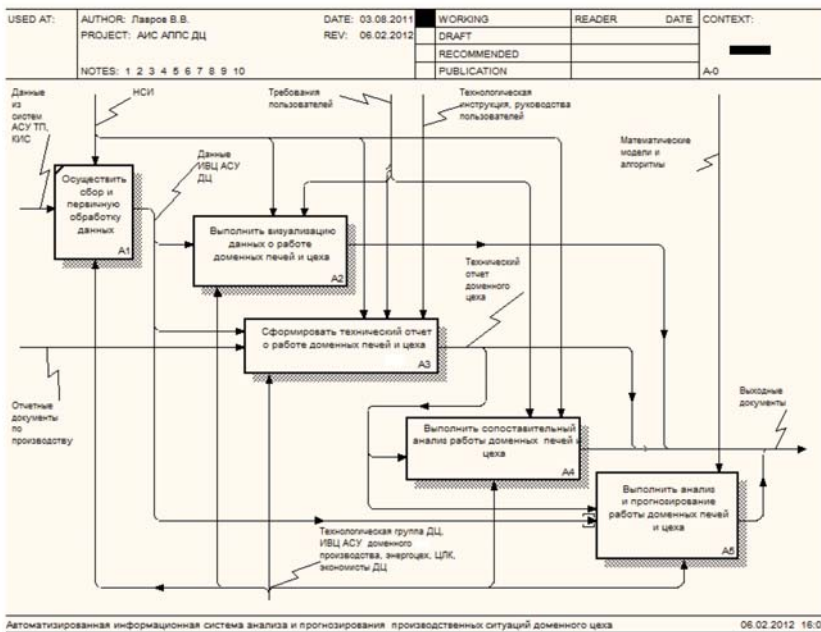


Рис. 11.15. Первый уровень декомпозиции функциональной модели АИС АППС ДЦ

Среднее количество параметров, отслеживаемое в АСУ ТП на ОАО «ММК» на одной доменной печи, составляет около 500, число работающих доменных печей 8. В зависимости от характера измеряемого параметра и требований технологических алгоритмов по использованию данного параметра в расчетах периодичности опроса параметров составляет от одной до нескольких секунд.

В первичной обработке данных участвуют работники различных подразделений комбината (технологическая группа доменного цеха (ДЦ), информационно-вычислительный центр АСУ (ИВЦ АСУ) доменного производства, энергоцех, центральная лаборатория комбината (ЦЛК), экономисты доменного цеха). Технологический персонал при выполнении этой функции руководствуется соответствующими технологическими инструкциями и руководствами пользователей существующих автоматизированных рабочих мест (АРМ) корпоративной сети комбината (АРМ мастера доменной печи, АРМ газовщика, АРМ весовщика и др.).

Выходная информация служит источником для всех других подсистем, в частности визуализации данных о работе доменных печей, сопоставительной оценки отчётных показателей, формирования технического отчёта доменного цеха, проведения анализа и прогнозирования работы доменных печей и цеха в целом при возможных изменениях топливно-сырьевых условий их работы.

Функция «*Визуализация данных*» (A2) обеспечивает возможность построения графических трендов фактических и расчетных технико-экономических показателей работы доменных печей и цеха по среднесменным и суточным данным. Выбор показателей работы осуществляется на основе требований пользователей системы и блока нормативно-справочной информации. Выполнение этой функции обеспечивают, главным образом, работники технологической группы доменного цеха.

Результатом выполнения функции является набор отчётных документов с результатами визуальной оценки, а также численные данные, используемые для построения гистограмм, которые можно использовать для более детального анализа технологических режимов доменной плавки.

Функция «*Технический отчёт*» (A3) обеспечивает подготовку и формирование всех сведений о работе доменного цеха за календарный месяц или за период с начала года до указанного месяца. Выполнение этой функции обеспечивается сотрудниками технологической группы доменного цеха, ИВЦ АСУ доменного производства, энергоцеха, ЦЛК, экономистами доменного цеха. Руководящими документами для этой подсистемы являются технологическая инструкция доменного цеха, руководства пользователей автоматизированных рабочих мест, нормативно-справочная информация корпоративной сети комбината и требования пользователей к обработке данных.

Выходом подсистемы являются отчётные документы по основным разделам доменного производства.

Функция «*Сопоставительный анализ*» (A4) обеспечивает возможность сравнения отчётных показателей работы доменных печей за месяц или за период с начала календарного года до указанного месяца. Источником данных этой функции являются сведения о работе доменных печей, которые были подготовлены подсистемой «Технический отчёт» и утверждены официально руководством доменного цеха.

Функция «*Анализ и прогнозирование*» (A5) позволяет проводить оценку и прогнозирование работы доменных печей и цеха в условиях, когда планируются изменения топливно-сырьевых условий их

работы. Входные данные в эту подсистему поступают из подсистем *A1* и *A3*. Обработку данных производят с помощью специального программного модуля, основу которого составляют математические модели газодинамического и шлакового режимов доменной плавки.

Данная подсистема выполняет одну из наиболее важных с информационной точки зрения задач – предоставляет технологическому персоналу данные для проведения анализа работы доменных печей и цеха в целом и осуществление прогнозирования возможных событий, связанных с изменением критичных для технологического процесса входных параметров. Результаты прогнозной оценки фиксируются в виде специальных табличных и графических форм, экспортированных в популярные форматы отчётных документов.

Основываясь на результатах анализа информации, собранной при реализации предыдущих функций, по определённым алгоритмам производится анализ работы доменных печей и цеха в целом, оценивается текущее состояние хода доменного процесса, производится анализ наметившихся отклонений ключевых показателей, выявляются причины, повлёкшие эти отклонения, осуществляется прогнозирование технологических ситуаций.

Полученная информация используется инженерно-технологическим персоналом для решения ряда технологических задач, разработки мероприятий по повышению эффективности работы доменных печей и цеха, а также принятия обоснованных управленческих решений по их внедрению в практику доменного производства.

Проиллюстрируем методологию дальнейшей декомпозиции только на рассмотрении функций *A2*, *A3*, *A4* и *A5*, вклад которых, с точки зрения информации, наиболее существенен для успешного функционирования. При этом ограничимся только третьим уровнем декомпозиции системы.

*11.2.3. Декомпозиция функции A2 «Выполнить визуализацию данных о работе доменных печей и цеха».* Функция *A2* системы декомпозируется на три составляющие, которые моделируют действия пользователя при работе с АИС АППС ДП (рис. 11.16).

В качестве входной информации функций *A21* и *A22* используются данные ИВЦ АСУ ДЦ, которые извлекаются путём обращения к таблицам сервера базы данных. Выполнение функции *A23* производится на основе результатов функций *A21* и *A22*. В результате выполнения функции *A2* инженерно-технологический персонал имеет числовую и графическую информацию по всем основным разделам доменного производства.



USED AT:	AUTHOR: Лавров В.В. PROJECT: АИС АЛПС ДЦ	DATE: 03.08.2011 REV: 06.02.2012	WORKING	READER	DATE	CONTEXT:
			DRAFT			<input type="checkbox"/>
			RECOMMENDED			<input type="checkbox"/>
			PUBLICATION			<input type="checkbox"/>
	NOTES: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10					АО

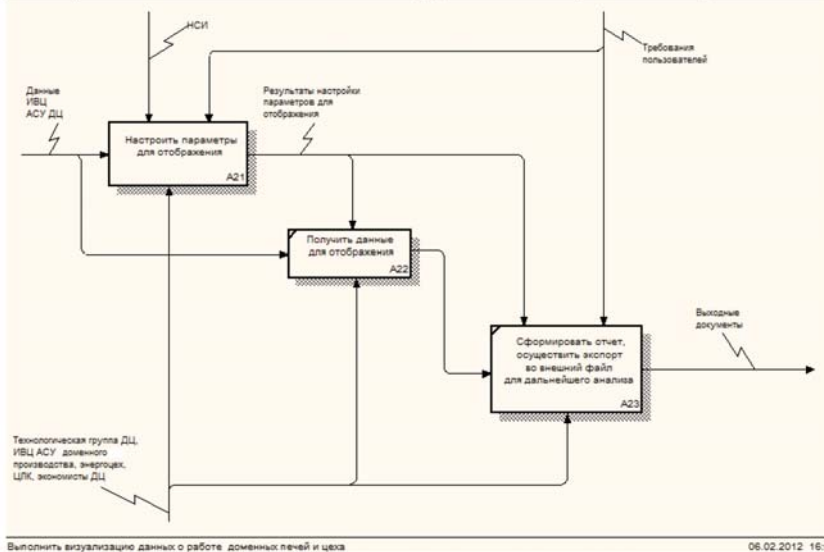


Рис. 11.16. Декомпозиция функции A2 «Выполнить визуализацию данных о работе доменных печей и цеха»

Согласно требованиям пользователей реализация функции A2 должна предусматривать возможность отображения показателей работы доменных печей в двух режимах: «одна печь – несколько параметров» и «один параметр – несколько печей». В первом режиме отображения после выбора пользователем конкретной доменной печи необходимо предоставить ему возможность множественного выбора параметров для построения графических трендов. Таким образом, пользователю обеспечена возможность оперативно установить тенденцию распределения нескольких произвольно выбранных показателей на конкретной доменной печи с целью вскрыть закономерности и причины их изменения.

Во втором режиме пользователь сначала должен выбрать конкретный параметр, доступный для отображения, и затем указать одну или несколько доменных печей, в которых он желает увидеть динамику изменения этого показателя. В этом случае пользователь сможет выполнить визуальную сравнительную оценку распределения конкретного показателя и выявить причины отклонения его величины на различных доменных печах.

Показатели, которые доступны для выбора в ходе выполнения функции настройки *A21*, условно можно подразделить на две категории – фактические и расчётные. Величины фактических показателей извлекаются путем прямого обращения к таблицам сервера базы данных, которые, в свою очередь, наполняются из систем АСУ ТП и с помощью автоматизированных рабочих мест производственного персонала различных служб доменного цеха. Расчётные показатели определяются по специальным математическим алгоритмам путём обработки фактических показателей. Использование расчётных показателей позволяет технологическому персоналу провести более глубокий анализ закономерностей и явлений доменной плавки.

Ещё одним результатом подсистемы настройки параметров *A21* является установка периода усреднения показателей для отображения на трендах. Согласно требованиям специалистов технологической группы в качестве периода усреднения показателей достаточно выбирать смену или сутки.

*11.2.4. Декомпозиция функции А3 «Сформировать технический отчёт о работе доменных печей и цеха».* Данная функция является одной из основных, так как именно здесь создаётся отчётная информация, касающаяся всех аспектов производства доменных печей и цеха в целом за календарный месяц. Подсистема *A3*, как видно из рис. 11.17, декомпозирована на следующие подсистемы:

- учёт поступления и расходов шихтовых материалов и кокса (*A31*);
- учёт выплавленного чугуна и выхода шлака (*A32*);
- ввод данных по химическому составу и показателям качества сырья, топливно-энергетических ресурсов (ТЭР) и продуктов плавки (*A33*);
- учёт простоев печей и состояния оборудования (*A34*);
- ввод показателей работы воздухонагревателей (*A35*);
- ввод данных из систем АСУ ТП и КИС (*A36*);
- данные по использованию ковшей в доменном цехе (*A37*);
- учёт производственных кадров (*A38*);
- проверить и подписать технический отчёт (*A39*).

В качестве входной информации использованы отчётные документы по производству (справки, отчёты, распоряжения и пр.) и данные ИВЦ АСУ доменного цеха. Реализацию подсистем осуществляют работники технологической группы ДЦ, ИВЦ АСУ доменного производства, энергоцеха, ЦЛК и экономисты ДЦ на основании технологической инструкции, НСИ и требований к обработке данных. Выходная информация функций *A31–A38* является входной для подсистемы *A39*.

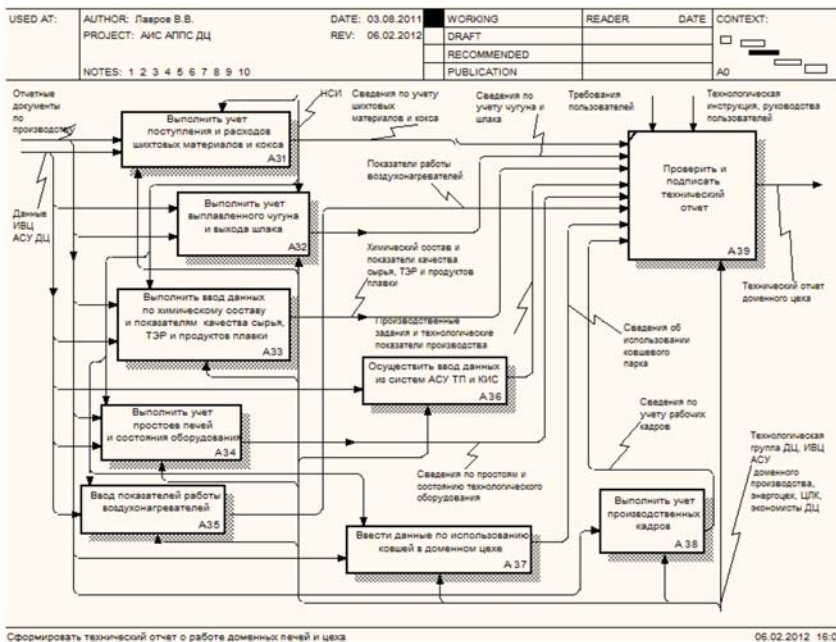


Рис. 11.17. Декомпозиция функции А3 «Сформировать технический отчет о работе доменных печей и цеха»

Функция А31 производит учёт поступления, расхода и остатка на конец месяца каждого вида шихтового материала, расхода скипового кокса (влажного и сухого), расхода сухой коксовой мелочи, расхода сухого металлургического кокса.

Функция А32 формирует сведения по: графику выпусков чугуна и шлака (количества плановых и фактических выпусков, процент выполнения графика выпусков); плановым и производственным показателям выплавки передельного и литейного чугунов, выходу шлака (план производства чугуна, план с учётом простоев, налив и слив передельного чистого (без шлака) и «грязного» (вместе со шлаком) чугуна, выплавленный чугун с кислородом, природным газом, количество шлака, процент выполнения производства по чугуну); производству передельного и литейного чугуна в чушках; потерях чугуна и шлака; потребителях чугуна (количество ковшей, миксеров и средний налив чугуна для каждого потребителя); использованию шлака по доменному цеху.

Функция *A33* позволяет получить сведения по: химическому составу компонентов доменной шихты, золы кокса, природного газа, выплавленного чугуна и полученного шлака; показателям качества кокса (M10, M25, M40, влажности, содержанию золы, летучих, серы, углерода, фракционному составу, реакционной способности кокса (CRI), горячей прочности (CSR)) и чугуна (процент выплавленного чугуна с содержанием серы выше нормативной величины и др.).

Функция *A34* производит формирование сведений по простоям и состоянию технологического оборудования. Сведения о простоях доменных печей поступают автоматически из АСУ ТП и включают в себя учёт типа, категории и вида каждого простоя, реального времени его начала и окончания, продолжительности простоя. Оценка состояния технологического оборудования включает в себя выбор типа оборудования из блока НСИ и указание варианта его состояния (неудовлетворительное, удовлетворительное, хорошее).

Функция *A35* позволяет зафиксировать характеристики работы работу воздухонагревателей доменных печей, в частности температуру купола, температуру дымовых газов и продолжительность цикла, в том числе воздушного периода.

Функция *A36* реализует ввод данных из систем АСУ ТП и КИС. Сведения, поступающие из АСУ ТП, включают в себя данные по влажности кокса, параметрам воздушного дутья и колошникового газа, температуре чугуна, использованию энергоресурсов в доменных печах и цехе. Из КИС поступают данные по расходам сырья, кокса, энергоресурсов для каждого производственного задания.

Функция *A37* позволяет отследить работу ковшевого парка доменного цеха. Сведения, формируемые функцией *A37*, включают в себя данные о наличии ковшей, количестве ковшей в работе, ремонте, резерве, отремонтированных, службе ковшей наливов и количестве сменённых шлаковых чаш.

Функция *A38* учёта рабочих кадров формирует сведения о количестве людей по плану, фактическому среднесписочному составу, количестве рабочих на конец месяца, величине отработанных человеко-часов.

Окончательная реализация данного этапа декомпозиции системы зависит от реализации функции проверки и подписания технического отчёта (функция *A39*). Функция *A39* осуществляет предварительное отображение следующих разделов технического отчёта доменного цеха.

После предварительного просмотра отчёта функция *A39* позволяет выполнить его подписание. Подписание отчёта делает недоступным любые изменения данных в отчётном месяце. С помощью этой функции пользователь может скорректировать фамилии и должности сотрудников, которые несут ответственность за содержание технического отчёта.

Выполнение этой функции, согласно технологической инструкции доменного цеха, возложено на пользователя из состава технологической группы, наделённого соответствующими полномочиями. При необходимости возможно отложить подписание отчёта, в этом случае станет возможным редактирование данных в текущем месяце.

11.2.5. Декомпозиция функции А4 «Выполнить сопоставительный анализ работы доменных печей и цеха». Функция А4 тесно интегрирована с функцией подготовки технического отчёта доменного цеха А3, поскольку в качестве входной информации использует данные, реализованные функцией А3. В результате работы функции А4 инженерно-технологический персонал обеспечивается достоверной информацией для осуществления функций контроля и сравнительного анализа за работой доменных печей и цеха в целом в различные временные периоды, а также данными для использования в компьютерных системах поддержки принятия решений.

Подсистема А4 декомпозируется на четыре составляющие, которые моделируют действия пользователя при работе с АИС АППС ДЦ (рис. 11.18).

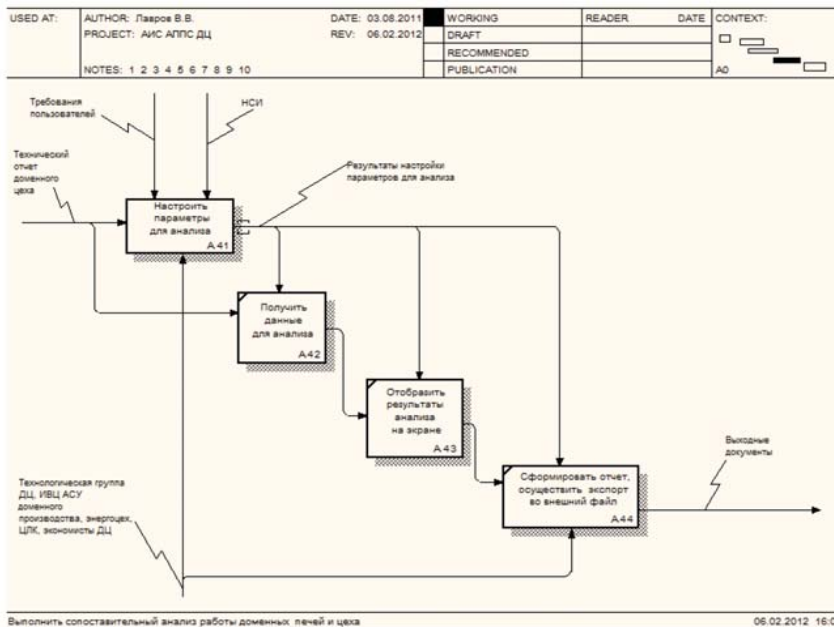


Рис. 11.18. Декомпозиция функции А4 «Выполнить сопоставительный анализ работы доменных печей и цеха»

Реализация функции *A41* производится в автоматизированном режиме, в ходе которого пользователь выбирает отчётный и сравнительный период работы доменного цеха, режим сравнения (календарный месяц или с начала года до указанного месяца), отчётный показатель из списка соответствующего раздела технического отчёта или блока отчётных показателей. Согласно требованиям специалистов инженерно-технологической группы для проведения более детального сопоставительного анализа информации и оперативного выявления причин отклонения плановых показателей от фактически полученных в отчётном периоде сформированы блоки показателей, в которые входят сведения по оценке комплекса показателей.

Реализация функции получения данных *A42* производится на основании результатов выполнения функции *A41* в автоматическом режиме. Полученные данные отображаются с помощью подсистемы *A43* на экране и служат источником входной информации для формирования функцией *A44* отчёта с возможностью его немедленной распечатки или экспорта во внешний файл офисного документа.

*11.2.6. Декомпозиция функции A5 «Выполнить анализ и прогнозирование работы доменных печей и цеха».* Реализация функции *A5* производится на основании комплекса математических моделей и алгоритмов, которые позволяют производить расчёт (рис. 11.19):

- материальных балансов чугуна, железа, серы, цинка, ванадия, титана, оксида кальция, хрома, щелочей и теплового баланса (функция *A51*);
- анализ шлакового режима доменной плавки (функция *A52*);
- газодинамического режима доменной плавки (функция *A53*);
- теплового режима доменной плавки (функция *A54*);
- оптимального состава доменной шихты (функция *A55*);
- оптимального распределения топливно-энергетических ресурсов в группе доменных печей (функция *A56*);
- проектного режима работы доменных печей при изменении топливно-сырьевых условий (функция *A57*).

В качестве входной информации в подсистеме *A5* используются фактические данные о работе доменных печей, поступающие из подсистем *A1–A4*. В результате реализации данной функции инженерно-технологический персонал качественно и количественно оценивает возможности использования различных видов сырья и топлива с учётом заданных требований по производству чугуна, составу жидких продуктов плавки, шлаковому, газодинамическому и тепловому режимов в доменной плавки.



ванием CASE-методологии проектирования [22], которая включает в себя следующие этапы:

- 1) определение сущностей;
- 2) определение связей (зависимостей) между сущностями;
- 3) задание первичных и составных (альтернативных) ключей;
- 4) определение атрибутов сущностей;
- 5) приведение модели к требуемому уровню нормальной формы;
- 6) переход к физическому описанию модели: назначение соответствий имя сущности – имя таблицы, атрибут сущности – атрибут таблицы; задание ограничений предметной области;
- 7) генерация базы данных, т.е. формирование физической схемы для конкретной выбранной (целевой) СУБД.

В ходе инфологического моделирования учтены следующие общие требования к базе данных: централизованное хранение данных; разделение прав пользователей; обеспечение безопасности и надёжности данных; обеспечение целостности и согласованности данных.

Поскольку инфологическая модель базы данных АИС АППС ДЦ достаточно сложная и объёмная, ограничимся в настоящей работе описанием специфических требований и подходов к построению внешних моделей отдельных подсистем. На основе разработанной инфологической модели с помощью CASE-средства проектирования AllFusion Erwin Data Modeler версии 7.1 сгенерирована даталогическая модель базы данных, которая развёрнута на сервере базы данных информационно-вычислительного центра доменного цеха ОАО «ММК».

*11.3.1. Подсистема визуализации среднесменных и среднесуточных показателей работы доменных печей.* Подсистема визуализации АИС АППС ДЦ предназначена для построения графических трендов фактических и расчётных показателей работы доменных печей и цеха по среднесменным и суточным данным. Выбор показателей работы осуществляется на основе требований пользователей подсистемы с помощью блока нормативно-справочной информации. Результатом выполнения функции является набор отчётных документов с результатами визуальной оценки, а также численные данные, используемые для построения гистограмм, которые можно использовать для более детального анализа технологических режимов доменной плавки.

Показатели работы доменных печей при отображении в подсистеме для удобства пользователей сгруппированы в следующие категории:

- параметры шихты;
- жидкие продукты плавки;



- параметры дутья;
- параметры колошникового газа;
- комплексные показатели.

В каждой категории выделены фактические и расчётные показатели. Подсистема визуализации позволяет отобразить данные за выбранный пользователем период в двух режимах: изменения данных по всем доступным показателям для отдельной доменной печи; изменения по одному выбранному показателю для всех доменных печей.

Процедура формирования отчётов отображает показатели работы доменного цеха в виде, пригодном для их обработки, распечатки и сохранения во внешнем файле (формат Microsoft Office Excel) для последующего расчётного анализа.

Основной задачей данного этапа явилась разработка базы данных блока НСИ для хранения списка среднесменных и среднесуточных показателей работы доменных печей. В результате проведения инфологического моделирования разработана внешняя модель базы данных, представленная на рис. 11.20.

Представленные на рис. 11.20 сущности отражают структуру хранения в базе данных набора показателей для визуализации. Базовыми сущностями являются Trend\_Groups и Trend\_Groups. Сущность Trend\_Groups условно отображает типы показателей (фактический или расчётный), сущность Trend\_Groups моделирует справочник возможных категорий параметров визуализации. Обе сущности связаны неидентифицирующей связью типа

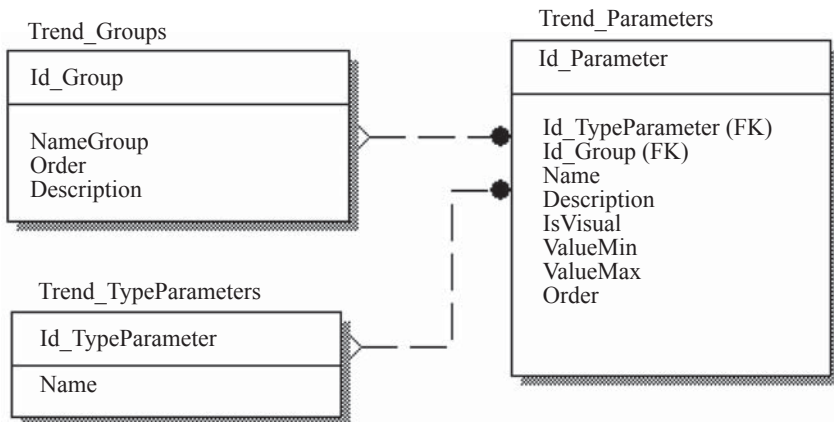


Рис. 11.20. Внешняя модель базы данных подсистемы визуализации среднесменных и среднесуточных показателей работы доменных печей

«один-ко-многим» с информационным объектом модели, сущностью Trend\_Parameters, в которой отражены сведения о всех параметрах для визуализации с указанием принадлежности к определённой группе, граничных значений (минимум и максимум), порядка отображения в списке на пользовательской форме приложения и характеристики выбора.

Структура атрибутов сущностей представлена в табл. 11.1–11.3.

В дальнейшем на основе разработанной инфологической модели с помощью CASE-средства проектирования AllFusion Erwin Data

Таблица 11.1

**Спецификация сущности Trend\_TypeParameters**

Наименование атрибута	Описание атрибута
Id_TypeParameter	Идентификатор типа параметра
Name	Название типа параметра

Таблица 11.2

**Спецификация сущности Trend\_Groups**

Наименование атрибута	Описание атрибута
Id_Group	Идентификатор группы параметра
NameGroup	Название группы параметра
Order	Порядок группы при выводе на форму
Description	Примечание для группы

Таблица 11.3

**Спецификация сущности Trend\_Parameters**

Наименование атрибута	Описание атрибута
Id_Parameter	Идентификатор параметра
Id_TypeParameter	Идентификатор типа параметра
Id_Group	Идентификатор группы параметра
Name	Название параметра
Description	Описание параметра для пояснения
IsVisual	Логическая переменная для указания выбора параметра пользователем для отображения
ValueMin	Минимальная величина параметра
ValueMax	Максимальная величина параметра
Order	Порядок параметра при выводе на форму

Modeler сгенерирована даталогическая модель базы данных подсистемы визуализации среднесменных и среднесуточных показателей работы доменных печей. Указанная структура развёрнута на сервере базы данных информационно-вычислительного центра доменного цеха ОАО «ММК».

*11.3.2. Подсистема формирования технического отчёта о работе доменных печей и цеха.* Инфологическая модель базы данных подсистемы формирования технического отчёта включает в себя набор внешних моделей, каждая из которых отражает отдельный аспект доменного производства и используется системой для реализации соответствующих функций.

1. Простой и тихий ход печей.
2. Производство чугуна.
3. Сведения о состоянии печей, оборудования и замена приборов.
4. График выпусков.
5. Характеристика работы воздухонагревателей.
6. АСУ ТП и химический состав газов.
7. Качество чугуна.
8. Химия чугуна и шлака.
9. Качество кокса.
10. Расходы шихтового сырья и химический состав шихты.
11. Энергоресурсы по данным ЦЭСТА.
12. Состав природного газа.
13. Ковшовое хозяйство цеха.
14. Отходы и потери чугуна.
15. Использование шлака по цеху.
16. Производственные кадры.
17. Сведения из КИС.

Процесс разработки внешних моделей базы данных подсистемы формирования технического отчёта проиллюстрируем на примере создания схемы «Простой и тихий ход печей». Внешняя модель «Простой и тихий ход печей» отражает в базе данных информацию о простоях доменных печей, которые поступают автоматически из АСУ ТП. Сведения включают в себя учёт типа, категории и вида каждого простоя, реального времени его начала и окончания, продолжительности простоя.

Сущности, формирующие внешнюю модель «Простой и тихий ход печей», можно условно разбить на две составляющие: сущности НСИ и сущность для отображения детальной информации о простоях. Первый блок включает в себя две базовые сущности monthPech, которая является справочником доменных печей, и monthNSISStand, выражающую сведения о типах простоев доменных печей; две дочер-

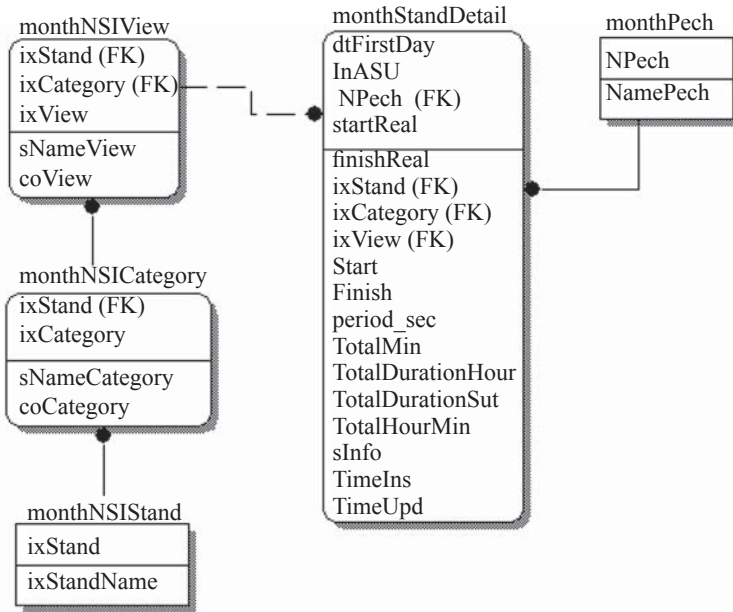


Рис. 11.21. Внешняя модель «Простои и тихий ход печей»

ние сущности monthNSICategory, в которой фиксируются категории простоев, и monthNSIView, моделирующую сведения о видах простоев. Отображение детальной информации о фактах простоев доменных печей в отчётном месяце производится в сущности monthStandDetail.

Схема внешней модели «Простои и тихий ход печей» продемонстрирована на рис. 11.21. Особенностью представленной схемы является наличие идентифицирующих связей в блоке НСИ по простоям между сущностями monthNSISStand, monthNSICategory и monthNSIView, что обусловлено требованием приведения отношений к 3-й нормальной форме в целях универсальности и снижения трудозатрат на сопровождение данных. Идентифицирующая связь между ними отражает существующие функциональные зависимости предметной области, в частности, сущность по видам простоев monthNSIView зависит от сущности по категориям простоев monthNSICategory, которая, в свою очередь, определена экземплярами сущности по типам простоев monthNSISStand. Это означает, что каждый вид простоя не может быть определён без указания категории и типа простоя.

Подключение блока по простоям к сущности monthStandDetail реализовано в виде неидентифицирующей связи «один-ко-многим», в результате атрибуты ixStand, ixCategory, ixView мигрировали в monthStandDetail как неключевые. Необходимость такой реализации вызвана потребностями оперативного занесения в базу данных самого факта простоя доменной печи, без предварительного указания его вида, категории и типа. В дальнейшем, эта информация в базе данных корректируется технологом. Необходимо отметить, что доменная печь в одном месяце может быть остановлена несколько раз, т.е. иметь несколько простоев. Поэтому первичный ключ сущности monthStandDetail выполнен составным, состоящим из четырёх атрибутов dtFirstDay, InASU, NPech и startReal, одновременное повторение данных в которых невозможно. Установленную мощность связи можно трактовать следующим образом: одинаковое сочетание экземпляров данных «тип простоя», «категория простоя» и «вид простоя» может быть использовано не только на разных доменных печах, но даже на одной печи в разные временные отрезки времени в течение одного месяца. С другой стороны, отдельный факт простоя должен быть определён своим типом, категорией и видом.

Связь сущности monthPech с сущностью monthStandDetail выполнена как идентифицирующая по типу «один-ко-многим», т.е. является для неё родительской сущностью. Мощность установленной между ними связи отражает тот факт, что для одной печи должно быть обеспечено хранение информации по всем простоям за всё время, с другой стороны каждый факт простоя может быть зафиксирован только на конкретной печи. Идентифицирующая связь в данном случае отражает факт владения: каждый отдельный экземпляр сущности monthStandDetail не может быть определён без своей связи с экземпляром сущности monthPech. В свою очередь, каждый факт простоя обязательно должен быть соотнесён с конкретной доменной печью.

В результате разработки блок сущностей НСИ по простоям удалось сделать универсальным, использовать в других информационных системах и реализовать на его основе занесение сведений по простоям для АРМов мастера, газовщика и весовщика доменного цеха.

Характеристики атрибутов сущностей внешней модели «Простои и тихий ход печей» представлены в табл. 11.4–11.8.

*11.3.3. Подсистема сопоставления показателей работы доменного цеха.* Информационной основой данной подсистемы является описанная ранее подсистема «Технический отчёт доменного цеха». Реализация функций подсистемы «Сопоставление показателей работы доменного цеха» производится в автоматизированном режиме, в ходе которого пользователь выбирает отчётный и сравнительный период работы

Таблица 11.4

**Спецификация сущности monthPech**

Наименование атрибута	Описание атрибута
NPech	Идентификатор доменной печи
NamePech	Название доменной печи

Таблица 11.5

**Спецификация сущности monthNSISStand**

Наименование атрибута	Описание атрибута
ixStand	Идентификатор типа простоя
sStandName	Тип простоя

Таблица 11.6

**Спецификация сущности monthNSICategory**

Наименование атрибута	Описание атрибута
ixStand	Идентификатор типа простоя
ixCategory	Идентификатор категории простоя
sNameCategory	Категория простоя

Таблица 11.7

**Спецификация сущности monthNSIView**

Наименование атрибута	Описание атрибута
ixStand	Идентификатор типа простоя
ixCategory	Идентификатор категории простоя
ixView	Идентификатор вида простоя
sNameView	Вид простоя

## Спецификация сущности monthStandDetail

Наименование атрибута	Описание атрибута
dtFirstDay	Дата начала месяца
InASU	Идентификатор загрузки данных
NPech	Номер доменной печи
startReal	Реальное время начала простоя
finishReal	Реальное время окончания простоя
ixStand	Идентификатор типа простоя
ixCategory	Идентификатор категории простоя
ixView	Идентификатор вида простоя
Start	Время начала простоя в пределах месяца
Finish	Время окончания простоя в пределах месяца
period_sec	Период простоя в течение месяца в секундах
TotalMin	Общая продолжительность простоя в минутах
TotalDurationHour	Общая продолжительность простоя в часах
TotalDurationSut	Общая продолжительность простоя в сутках
TotalHourMin	Общий простой, часы:минуты
sInfo	Текст для пояснения (служебное)
TimeIn	Дата и время ввода данных
TimeUpd	Дата и время последней корректировки данных

доменного цеха, режим сравнения (календарный месяц или с начала года до указанного месяца), отчётный показатель из списка соответствующего раздела технического отчёта или блока отчётных показателей.

Инфологическая модель базы данных подсистемы сопоставления показателей работы доменного цеха отражена на рис. 11.22. Содержание модели, как следует из этого рисунка, представлено тремя сущностями – diffRep\_PartsReport, diffRep\_StoredProcedures и diffRep\_Parameters, которые отражают своего рода метаданные проекта. Экземпляры этих сущностей используются системой для извлечения необходимых таблиц и хранимых процедур, участвующих в расчёте отчётных показателей информационных блоков.

Сущность diffRep\_PartsReport представляет собой справочник разделов технического отчёта, сущность diffRep\_StoredProcedures – справочник всех хранимых процедур, которые участвуют в работе

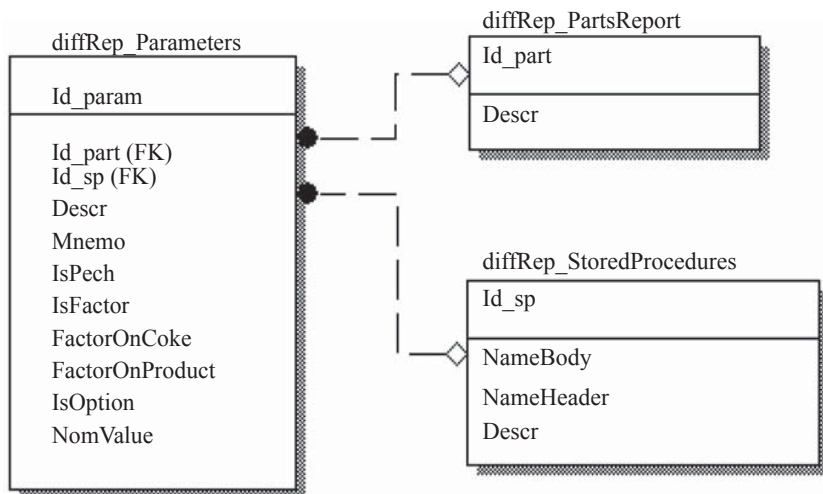


Рис. 11.22. Инфологическая модель базы данных подсистемы сопоставление показателей работы доменного цеха

подсистемы. Содержанием сущности `diffRep_Parameters` являются сведения о том, каким образом извлекать из базы данных конкретные значения показателей для сопоставления.

Как видно из представленной на рис. 11.22 схемы, сущности `diffRep_PartsReport`, `diffRep_StoredProcedures` связаны неидентифицирующей связью типа «один-ко-многим» с сущностью `diffRep_Parameters`. Установленная мощность связи между сущностями отражает требования предметной области. В частности, один раздел отчёта и одна хранимая процедура может быть использованы для извлечения нескольких отчётных показателей; с другой стороны конкретный показатель в подсистеме определяется своей, отдельной хранимой процедурой и присутствует в техническом отчёте только в одном разделе.

Описание атрибутов информационных сущностей базы данных подсистемы приведено в табл. 11.9–11.11.

*11.3.4. Подсистема визуализации показателей работы доменных печей для OLAP.* Концептуальная модель системы отображения отчётных показателей в корпоративной сети включает в себя набор внешних моделей, каждая из которых отражает отдельный аспект



Таблица 11.9

**Спецификация сущности diffRep\_PartsReport**

Наименование атрибута	Описание атрибута
Id_part	Идентификатор раздела технического отчёта
Descr	Название раздела технического отчёта

Таблица 11.10

**Спецификация сущности diffRep\_StoredProcedures**

Наименование атрибута	Описание атрибута
Id_sp	Идентификатор хранимой процедуры
NameBody	Название хранимой процедуры для извлечения отчётных показателей
NameHeader	Название хранимой процедуры для извлечения заголовка таблицы вывода показателей
Descr	Примечание для использования справочника

Таблица 11.11

**Спецификация сущности diffRep\_Parameters**

Наименование атрибута	Описание атрибута
Id_param	Идентификатор параметра
Id_part	Идентификатор раздела технического отчёта
Id_sp	Идентификатор хранимой процедуры
Descr	Описание параметра для вывода на форму или в отчёт
Mnemo	Название параметра для извлечения из базы данных
IsPech	Принадлежность показателя на каждой печи
IsFactor	Использование показателя для факторного анализа
FactorOnCoke	Коэффициент влияния показателя на удельный расход кокса (в случае использования факторного анализа)
FactorOnProduct	Коэффициент влияния показателя на производительность доменной печи (в случае использования факторного анализа)
IsOption	Использование показателя в блоке НСИ подсистемы
NomValue	Численное значение показателя (в случае использования в блоке НСИ)

доменного производства и используется системой OLAP для реализации функций отображения набора показателей:

- 1) простой доменных печей;
- 2) производство чугуна;
- 3) технологические показатели;
- 4) качество кокса;
- 5) химический состав шихтовых материалов;
- 6) удельные расходы материалов и ресурсов;
- 7) материальные балансы чугуна, Fe, S, CaO, Cr, Ti, Zn;
- 8) баланс природного газа;
- 9) тепловой баланс;
- 10) шлаковый режим доменной плавки;
- 11) газодинамика доменной плавки;
- 12) выпуски чугуна;
- 13) состояние оборудования;
- 14) ковшевое хозяйство;
- 15) колошниковая пыль.

Все информационные сущности условно подразделяются на две категории: справочные и содержащие отчётные данные. Справочные информационные сущности описывают номенклатурные характеристики и свойства объектов – печей, материалов, коксовых батарей, отчётных периодов и пр. Сущности, используемые для описания структуры отчётных данных, связаны со справочными сущностями и содержат перечень атрибутов, отражающих отчётные характеристики различных аспектов доменного производства (простой доменных печей, химический состав шихтовых материалов, технологические показатели, показатели качества кокса, удельные расходы материалов и ресурсов и др.).

В качестве примера на рис. 11.23 представлена внешняя модель «Анализ данных о простоях доменных печей», которая отражает сведения о фактах простоя доменных печей по различным причинам, которые определены в технологической инструкции доменного цеха. Как видно из этого рисунка, сущности DimTime и DimPech являются родительскими для сущностей StandDetailFact и StandDetailFactUnion, связаны с ними идентифицирующей связью по типу «один-ко-многим». Выбор типа и мощности связи обоснован требованиями предметной области: каждый экземпляр сущностей StandDetailFact и StandDetailFactUnion не может быть определён без своей связи с сущностями DimTime и DimPech.

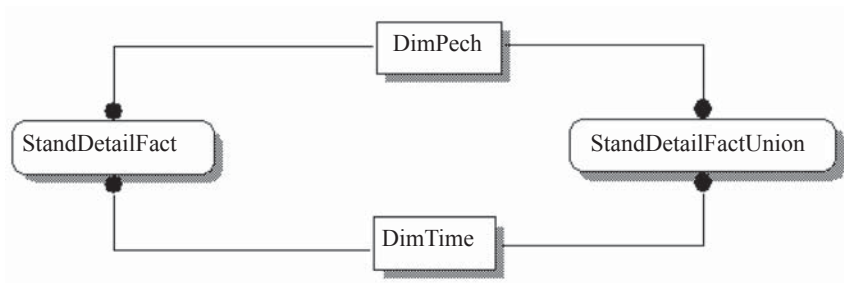


Рис. 11.23. Внешняя модель «Анализ данных о простых доменных печах»

Характеристика атрибутов сущностей внешней модели «Анализ данных о простых доменных печах» представлена в табл. 11.12–11.15.

Разработанная структура предназначена для накопления и хранения отчётных показателей работы доменных печей и цеха ОАО «ММК» с возможностью оперативного отображения динамики изменения любого показателя технического отчёта.

Таблица 11.12

#### Атрибуты сущности DimPech

Наименование атрибута	Тип данных	Примечание
[PK_Номер печи]	tinyint	Первичный ключ
[Наименование печи]	varchar(5)	

Таблица 11.13

#### Атрибуты сущности DimTime

Наименование атрибута	Тип данных	Примечание
PK_Дата	smalldatetime	Первичный ключ
Месяц		Функция
Год		Функция
[Месяц и год]		Функция

Таблица 11.14

## Атрибуты сущности StandDetailFact

Наименование атрибута	Тип данных	Примечание
FK_Дата	smalldatetime	Первичный ключ
[FK_Номер печи]	tinyint	Первичный ключ
[Текущие простои, % к номинальному времени]	[decimal](7, 2)	
[Текущие простои: замена возд. фурм и амбразур, часы, минуты]	[decimal](7, 2)	
[ППР, часы, минуты]	[decimal](7, 2)	
[Выпуск чугуна и шлака, часы, минуты]	[decimal](7, 2)	
[Простои: инциденты, часы, минуты]	[decimal](7, 2)	
[Простои: ремонт механического оборудования, часы, минуты]	[decimal](7, 2)	
[Простои: ремонт электрического оборудования, часы, минуты]	[decimal](7, 2)	
[Простои: отсутствие кокса, часы, минуты]	[decimal](7, 2)	
[Простои: отсутствие сырья, часы, минуты]	[decimal](7, 2)	
[Простои: отсутствие потребителя чугуна, часы, минуты]	[decimal](7, 2)	
[Простои: прочие причины, часы, минуты]	[decimal](7, 2)	
[Тихие хода, % к номинальному времени]	[decimal](7, 2)	

Таблица 11.15

## Атрибуты сущности StandDetailFactUnion

Наименование атрибута	Тип данных	Примечание
FK_Дата	smalldatetime	Первичный ключ
[FK_Номер печи]	tinyint	Первичный ключ
Показатель	varchar(100)	Первичный ключ
Величина	decimal(10, 2)	

## 11.4. Функциональные возможности программного комплекса

Программный комплекс «Анализ и прогнозирование производственных ситуаций доменного цеха» включает в себя набор нескольких программных модулей, разработанных в соответствии с ранее описанной в п.11.1 структурной декомпозицией. В дальнейшем прокомментируем функциональные возможности отдельных модулей.

*11.4.1. Программный модуль отображения среднесменных и среднесуточных показателей работы доменных печей* входит в состав комплекса АИС АППС ДЦ. В ходе разработки программного обеспечения подсистемы спроектированы и реализованы серверная часть системы и приложение. Назначением программного обеспечения разрабатываемой подсистемы является предоставление пользователю возможностей отображения в удобном виде показателей работы доменных печей за определённый период, формирования отчётов и экспорта численных данных в стандартном формате для дальнейшего анализа программными средствами.

Программное обеспечение позволяет извлечь и представить в удобной графической форме показатели работы доменного цеха и отдельных печей в соответствии с информационными потребностями пользователя. Программа включает две основные процедуры: визуализации и формирования отчётов.

При нажатии кнопки «Построить» (рис. 11.24) происходит графическое представление выбранных параметров по печи и за период, указанными пользователем.

В случае отсутствия данных программа покажет информацию в соответствующем окне, расположенном на форме. После этого активизируется кнопка «В файл», с помощью которой пользователь может экспортировать численные значения данных и выбранные графические зависимости в файл электронных таблиц Microsoft Office Excel.

*11.4.2. Программный модуль формирования технического отчёта доменного цеха* обеспечивает подготовку и формирование всех сведений о работе доменного цеха за календарный месяц или за период с начала года до указанного месяца. Выполнение этой функции обеспечивается сотрудниками технологической группы доменного цеха, информационно-вычислительного центра (ИВЦ) АСУ аглодоменного производства, энергоцеха, центральной лаборатории комбината (ЦЛК), экономистами доменного цеха. Руководящими документами для этой подсистемы являются технологическая инструкция доменного цеха, руководства пользователей автоматизированных рабочих

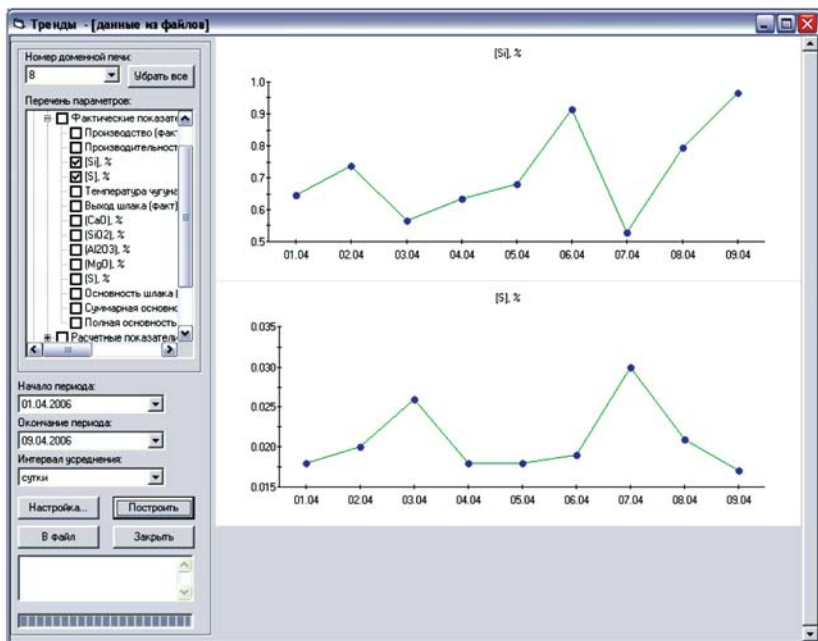


Рис. 11.24. Главное окно программы (вариант «Одна печь – много показателей»)

мест, нормативно-справочная информация корпоративной сети комбината и требования пользователей к обработке данных.

Исходными данными для программы являются данные Центра АСУ ОАО «ММК», а также твёрдые копии отчётных документов различных служб доменного цеха. Все сведения, входящие в технический отчёт, сгруппированы по отдельным разделам. Пользователь с помощью диалоговых окон заполняет сведения по отдельным разделам и сохраняет их в базе данных.

Интерфейс пользователя можно разделить на две части: разделы технического отчёта и данные, относящиеся к разделу. Отчётные данные раздела отображаются за указанный период. Период может составлять либо месяц, либо с начала года до указанного месяца. Помимо этого данные могут относиться к печи или ко всему цеху сразу. В качестве примера, рассмотрим раздел технического отчёта «Выплавка чугуна – Передельный». Заполнение сведений этого раздела производится через пользовательскую форму, представленную на рис. 11.25.

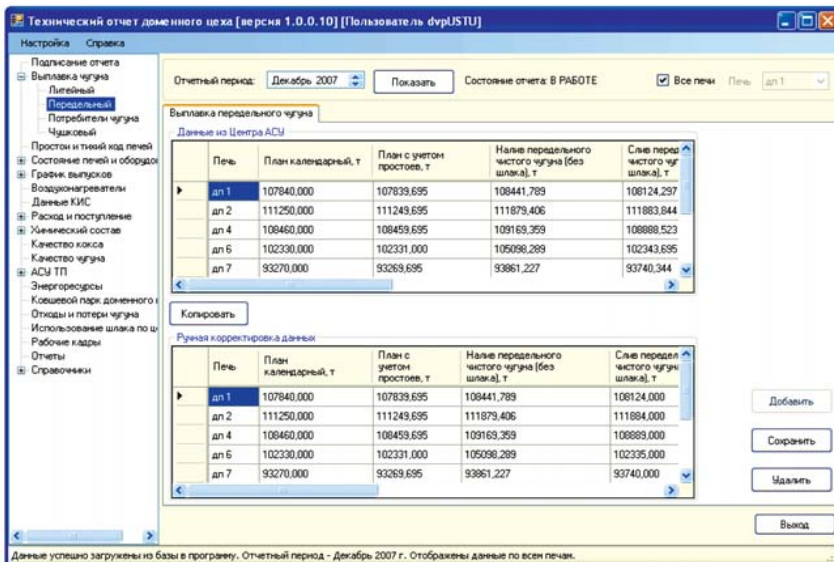


Рис. 11.25. Форма «Выплавка передельного чугуна»

Технический отчет ДЦ (лист 1): предварительный просмотр

Технический отчет доменного цеха  
Отчетный период: Декабрь 2007 г.

1. Выплавка чугуна.

Наименование	дп 1			дп 2			дп 4			дп 6			дп 7	
	план	отчет	%	план	отчет	%	план	отчет	%	план	отчет	%	план	отчет
Передельный	107840	108124	100,3	111250	111884	100,6	108460	108889	100,4	102330	102335	100,0	93270	93740
Всего в натуре	107840	108124	100,3	111250	111884	100,6	108460	108889	100,4	102330	102335	100,0	93270	93740
Всего в натуре с нач. года	1275680	1273244	99,8	1272585	1292710	101,6	1251775	1211645	96,8	1071970	1062285	99,1	964440	957356
Всего в перед. с нач. года	1275680	1273244	99,8	1272585	1292710	101,6	1251775	1211645	96,8	1071970	1062285	99,1	964440	957356
Отклонение от плана за месяц		284			634			429			5			470
Отклонение от плана с нач. года		-2436			20145			-40131			-9705			-7084
Выплавлено чугуна с кислородом, т		108124			111884			108889			102335			93740
Выплавлено чугуна с кислородом с нач. года, т		1273244			1292710			1211645			1062285			957356
Выплавлено чугуна с природным газом, т		108124			111884			108889			102335			93740
Выплавлено чугуна с природным газом с нач. года, т		1273244			1292710			1211645			1062285			957356

2. Простои и тихий ход печей.

	дп 1	дп 2	дп 4	дп 6
1. Текущие простои, всего, час. мин.	1,00	2,15	9,45	3,30
% к номинальному времени	0,134	0,302	1,310	0,470

Рис. 11.26. Предварительный просмотр отчета в формате ReportViewer

Форма содержит две таблицы, в которых отображены соответственно данные из Центра АСУ (верхняя таблица) и данные для ручной корректировки (нижняя таблица). Данные из Центра АСУ носят информативный характер и используются как шаблон для формирования раздела технического отчёта, их корректировка исключена. Чтобы заполнить сведениями соответствующий раздел, необходимо сначала скопировать данные из верхней таблицы в нижнюю с помощью кнопки «Копировать», а затем в таблице «Ручная корректировка данных» при необходимости добавить, изменить или удалить данные с помощью кнопок в правой части формы. Все действия по корректировке необходимо завершать нажатием на кнопку «Сохранить», в результате чего данные будут сохранены в базе данных доменного цеха Центра АСУ комбината.

Пользователь может выбрать: отчётный месяц; разделы, которые перейдут в отчёт; формат отчёта; настроить выбранные форматы Microsoft Office Excel или Report Viewer. Чтобы сформировать и отобразить его на экране отчёт, надо выбрать разделы и нажать кнопку «Отчёт». Предварительный просмотр отчёта в формате ReportViewer представлен на рис. 11.26.

Подписание отчёта делает недоступным любые изменения данных в отчётном месяце. В этом разделе пользователь может скорректировать фамилии и должности сотрудников, которые несут ответственность за содержание технического отчёта (рис. 11.27).

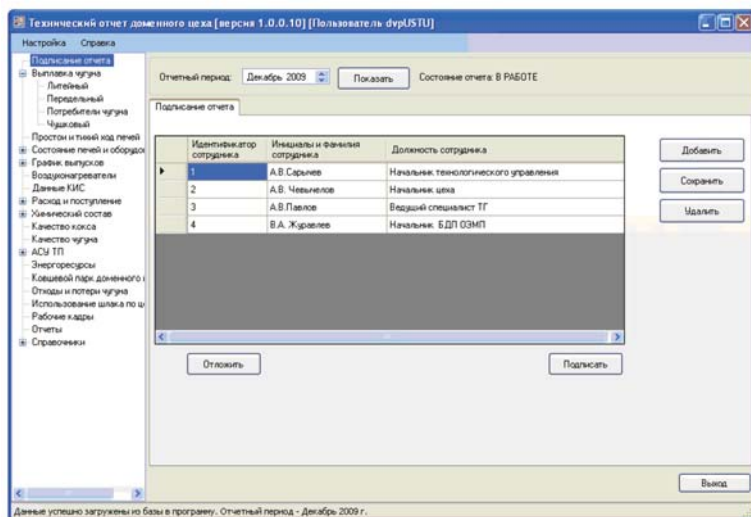


Рис. 11.27. Окно подписания отчёта



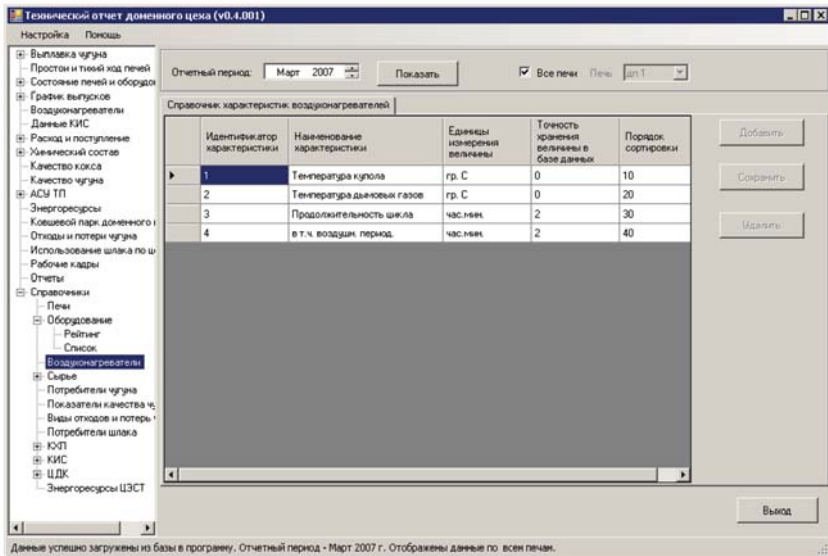


Рис. 11.28. Форма «Справочник характеристик воздухонагревателей»

Правом подписания отчёта обладает пользователь, наделённый соответствующими полномочиями. При необходимости, возможно отложить подписание отчёта (кнопка «Отложить»). В этом случае станет возможным редактирование данных в текущем месяце.

Программный модуль содержит возможность просмотра нормативно-справочной информации (НСИ). Все справочники представлены в программе в качестве сопроводительной информации, они не подлежат корректировке. Внесение данных в справочники производится уполномоченными пользователями из корпоративной информационной системы комбината. Фрагмент окна с представлением разделов справочной информации представлен на рис. 11.28.

*11.4.3. Программный модуль сопоставления отчётных показателей работы доменного цеха* является компьютерной системой для автоматического извлечения отчётных показателей из базы данных Центра АСУ аглодоменного производства и сравнения результатов работы печей и цеха по фактическим данным за два произвольно выбранных периода работы цеха. Содержанием данных являются разделы технического отчёта доменного цеха. Данный программный модуль входит в состав программного комплекса «АРМ инженерно-технологического персонала доменного цеха».

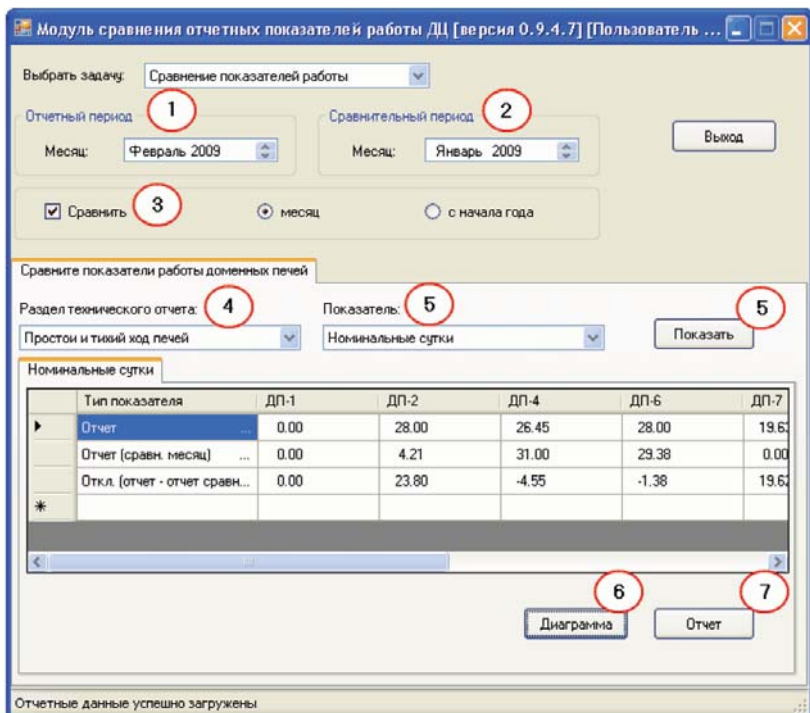


Рис. 11.29. Главная форма приложения «Сопоставление отчётных показателей работы доменного цеха»

В программе задаются два сравниваемых периода: отчётный и сравнительный. В качестве отчётного и сравнительного периодов можно выбрать месяц или установить расчёт показателей с начала года до указанного месяца.

Имеется ряд показателей, по которым можно сравнить два периода, для удобства все показатели разделены на группы, которые называются «Разделы технического» отчёта. Чтобы выбрать необходимый показатель, сначала необходимо выбрать нужный раздел технического отчёта.

После успешного подключения к базе данных пользователю отображается главная форма приложения (рис. 11.29).

В программе доступны все имеющиеся разделы технического отчёта, перечисленные в пп. 11.1.3. В качестве примера приведём подробности раздела «Производство чугуна». В этом разделе технического отчёта пользователь имеет возможность выполнить количе-

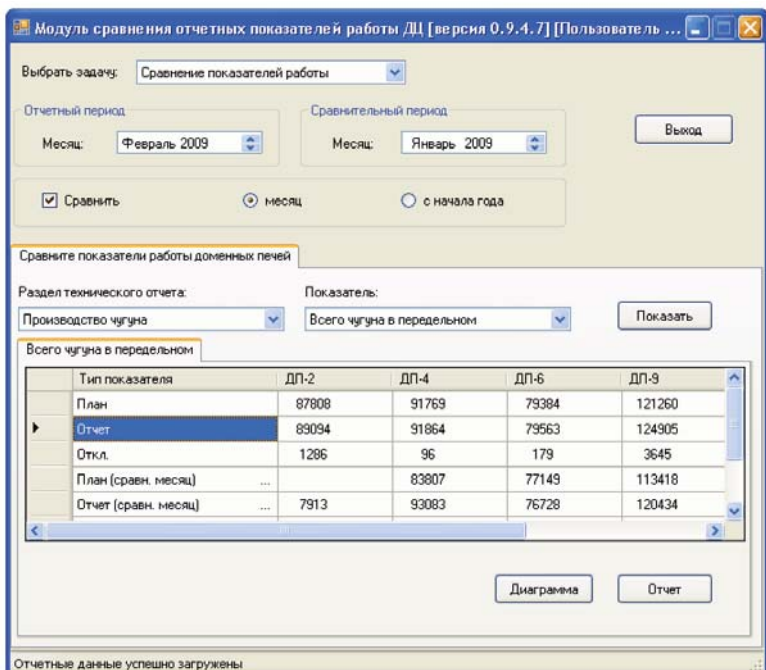


Рис. 11.30. Отображение отчётных показателей из раздела «Производство чугуна»

ственную и визуальную оценки показателей за отчётный и сравнительный периоды. Выбор отчётного и сравнительного периодов осуществляется по соответствующим календарям. Отчётная дата должна быть установлена позже сравнительной, иначе программа запретит выход из календаря. Показатель раздела технического отчёта «Производство чугуна», доступный для сравнения, «Всего чугуна в передельном». В качестве периодов сравнения возможна установка с помощью переключателя варианта «с начала года». В этом случае показатели будут автоматически пересчитаны с начала календарного года до установленного месяца. Отображение показателей производится на пользовательской форме следующего вида (рис. 11.30).

На форме представлена таблица, в которой отображены количественные данные выбранного показателя за отчётный и сравнительный периоды, а также их отклонения от отчётного периода. Если существует возможность графического отображения, то в нижней части формы активизируется кнопка «Диаграмма». Фрагмент формы с диаграммой представлен на рис. 11.31.

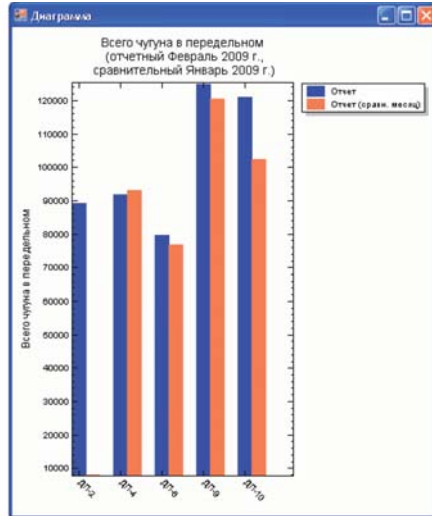


Рис. 11.31. Визуализация показателя из раздела «Производство чугуна»

Программа позволяет формировать отчёт по результатам сравнения показателей работы доменного цеха с возможностью его предварительного просмотра. После некоторого промежутка времени на экране в отдельной форме появится отчёт, фрагмент которого представлен на рис. 11.32.

11.4.4. Программный модуль расчета теплового баланса доменной плавки предназначен для расчёта приходных и расходных статей теплового баланса доменных печей ОАО «ММК», что позволяет инженерно-технологическому персоналу выполнить обоснованный анализ тепловой работы печи и сделать конкретные выводы о возможных путях сокращения удельного расхода кокса при доменной плавке. Программа интегрирована в информационную структуру комбината. В качестве источника используют данные базы данных аглодоменного производства, функционирующей на платформе Microsoft SQL Server.

Использование системы помогает пользователям проводить ретроспективный анализ тепловой работы доменных печей по итогам их работы за прошедшие периоды и принимать обоснованные управленческие решения благодаря наглядности и удобству восприятия информации.

Перед началом расчёта производится автоматическая загрузка фактических отчётных данных по любой доменной печи, предусмотрена возможность сохранения результатов расчёта приходных и

Отчет: предварительный просмотр

1 of 1 150%

### Сравнение отчетных показателей работы доменного цеха ОАО "ММК"

Отчетный период:                    месяц Февраль 2009 г.  
Сравнительный период:            месяц Январь 2009 г.

**Влажность дутья, г/м3**

Тип показателя	ДП-1	ДП-2	ДП-4	ДП-6	ДП-7	ДП-8	ДП-9	ДП-10	По цеху за месяц	По цеху с начал а года
Отчет		3.7	4.2	2.8	3.8		1.9	1.6	2.9	3.4
Отчет (сравн. месяц)		10.0	3.5	4.8			2.3	3.2	3.9	3.9
Откл. (отчет - отчет сравн. месяц)		-6.3	0.7	-2.0			-0.4	-1.6	-1.0	-0.6

Рис. 11.32. Окно предварительного просмотра отчёта

ТЕПЛОВОЙ БАЛАНС ДОМЕННОЙ ПЛАВКИ [версия 1.11.1.1]

Файл    Результаты    Отчет    Справка

Сохранить    Данные    Результаты    Диаграмма    Отчет    Выход

Данные из Центра АСУ ДП

Месяц: Июнь 2011    Печь: 2    Обновить

Исходные данные

**Дутьевые параметры**

Расход, м3/мин.	3000
Температура, °C	1083
Влажность, г/м3	5,1
Естественная влажность дутья (зависит от вр	11
Содержание кислорода, %	26,64
Расход природного газа, м3/т чугуна	96,1
Состав природного газа: CH4, %	100
Состав природного газа: C2H6, %	0
Состав природного газа: CO2, %	0
Содержание C в природном газе, м3/м3	1
Содержание H2 в природном газе, м3/м3	2

**Жидкие продукты доменной плавки: чугун**

[Si], %	0,958
[Mn], %	0,322

**[Si], %**  
Содержание кремния в чугуне, [Si], % (масс.)

Рис. 11.33. Главная форма приложения «Тепловой баланс доменной плавки»

расходных статей в централизованную базу данных Центра АСУ для дальнейшего отображения динамики их изменения в корпоративной сети комбината. После успешного подключения к базе данных пользователю отображается главная форма приложения (рис. 11.33).

Основным результатом работы программы является расчёт приходных и расходных статей теплового баланса доменной печи по фактическим данным о её работе за отчётный месяц. Отображение результатов на экране осуществляется на вкладке главной формы после нажатия кнопки «Результаты» (рис. 11.34).

В программе предусмотрена графическая визуализация результатов расчёта: статьи прихода и расхода тепла в доменную печь отображаются в отдельном окне в виде круговой диаграммы. На рис. 11.35 представлены фрагменты экранных окон с результатами отображе-

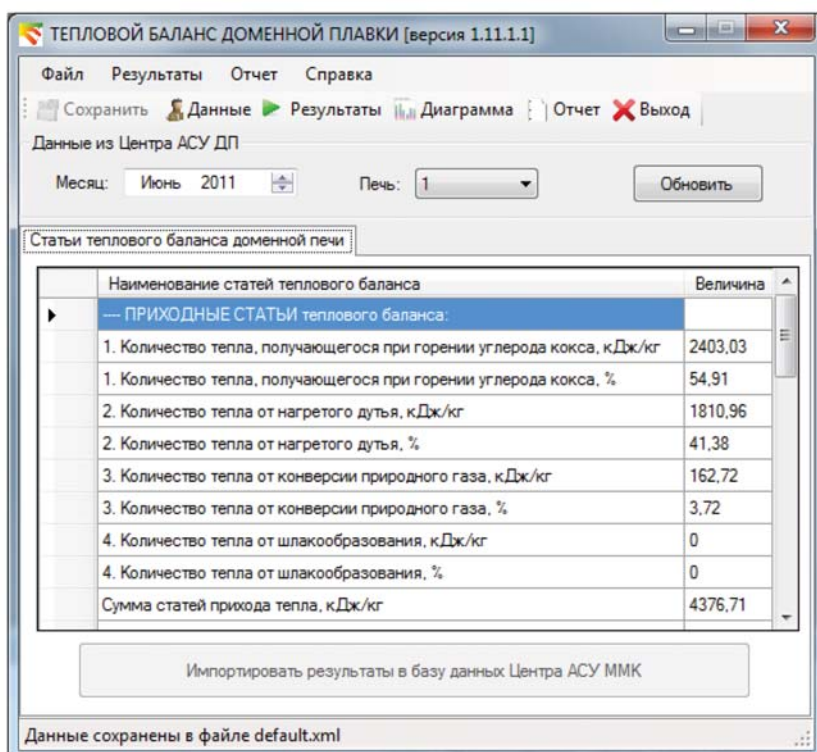


Рис. 11.34. Отображение результатов расчёта на главной форме

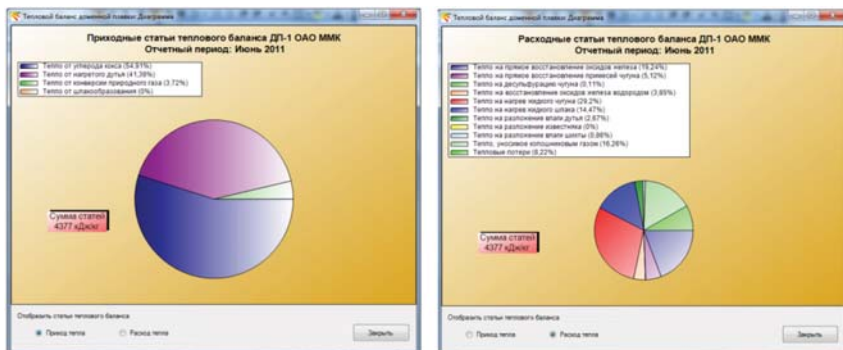


Рис. 11.35. Окно с круговой диаграммой приходных (а) и расходных (б) статей теплового баланса доменной печи

ния круговых диаграмм. Переключение режимов просмотра статей теплового баланса (приходные или расходные) осуществляется с помощью переключателей. В пояснениях к диаграмме (легенде) перечислены наименования отдельных статей баланса с указанием процентной доли соответствующей статьи в общей сумме всех статей.

На рис. 11.36 представлено окно предварительного просмотра отчёта с результатами расчёта статей теплового баланса. В отчет дополнительно по желанию пользователя может быть выведена гистограмма относительного распределения статей теплового баланса и таблицы результатов расчёта влияния технологических мероприятий на удельный расход кокса доменной плавки и производительность печи.

*11.4.5. Программный модуль расчёта газодинамики доменной плавки позволяет выполнить:*

- расчёт газодинамических характеристик слоя шихтовых материалов;
- оценку изменения перепадов давления и степени уравнивания шихты в отдельных зонах печи при изменении расхода дутья;
- оценку изменения перепадов давления и степени уравнивания шихты в отдельных зонах печи при изменении параметров загружаемой шихты.

В качестве информационного хранилища используется реляционная база данных доменного цеха, в которой содержится информация о работе доменного производства комбината. В основу построения программного модуля положена математическая библиотека dll, разработанная на основании функциональных спецификаций

ТЕПЛОЙ БАЛАНС ДОМЕННОЙ ПЛАВКИ: предварительный просмотр отчета

of 2 | 100% | Find | Next

Доменная печь № 1			Отчетный период: Июнь 2011 г.				
№ п/п	Статьи прихода тепла	кДж/кг	%	№ п/п	Статьи расхода тепла	кДж/кг	%
1.	Количество тепла, получающегося при горении углерода кокса	2403,03	54,91	1.	Расход тепла на прямое восстановление оксидов железа	842,01	19,24
2.	Количество тепла от нагретого дутья	1810,96	41,38	2.	Расход тепла на прямое восстановление примесей чугуна	224,07	5,12
3.	Количество тепла от конверсии природного газа	162,72	3,72	3.	Расход тепла на процесс десульфурации чугуна	4,62	0,11
4.	Количество тепла от шлакообразования	0	0	4.	Расход тепла на восстановление оксидов железа водородом	168,7	3,85
				5.	Расход тепла на нагрев жидкого чугуна	1278	29,2
				6.	Расход тепла на нагрев жидкого шлака	633,21	14,47
				7.	Расход тепла на разложение влаги дутья	116,93	2,67
				8.	Расход тепла на разложение известняка	0	0
				9.	Расход тепла на разложение влаги шихты	37,73	0,86
				10.	Расход тепла, уносимое колошниковым газом	711,69	16,26
				11.	Тепловые потери доменной печи	359,75	8,22
	Итого	4376,71	100	Итого	4376,71	100	

Рис. 11.36. Окно предварительного просмотра отчёта: таблица теплового баланса доменной плавки

с использованием объектно-ориентированного подхода. Задачи, которые позволяет решить программное обеспечение:

- расчёт верхнего, нижнего и общего перепадов давления; степени уравновешивания шихты; расхода дутья; скоростей фильтрации газа в области горна, распара и колошника;
- визуальное отображение результатов расчётов в виде графиков;
- расчёт величин в проектном периоде при изменении входных параметров:

- уровня засыпи;
- гранулометрического состава и порозности слоёв ЖРМ и кокса;
- параметров комбинированного дутья;
- давления колошникового газа;
- удельного выхода шлака.

После регистрации пользователя в программе и загрузки главной формы на экране будут отражены отчётные данные для базового периода работы доменной печи, которые автоматически считываются из базы данных центра АСУ «ММК» за предыдущий месяц (рис. 11.37). Отчётные данные в базе формируются специали-



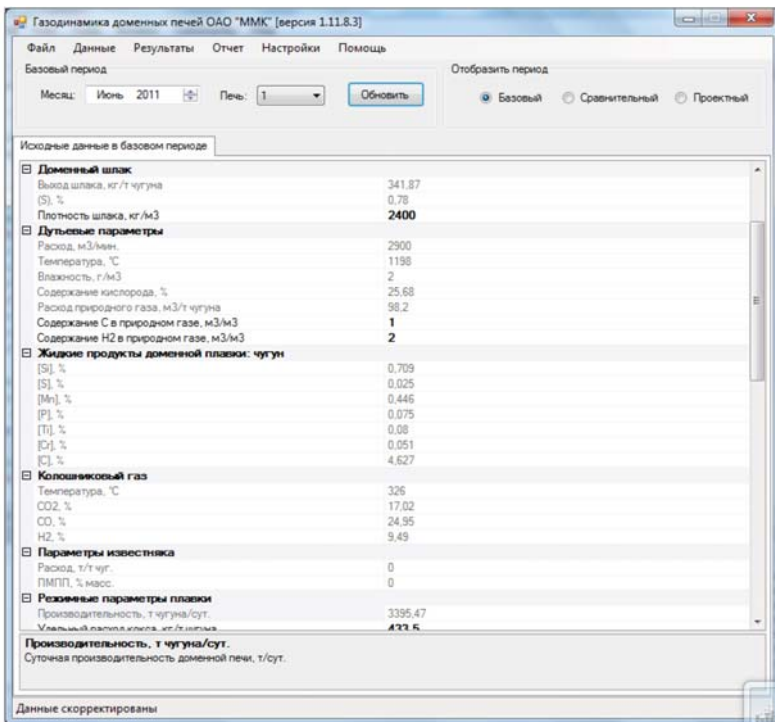


Рис. 11.37. Главное окно программы расчёта газодинамики доменной плавки

стами инженерно-технологической группы доменного цеха ежемесячно с помощью программного модуля «Технический отчёт доменного цеха».

Главное меню программы содержит следующие основные пункты: «Файл», «Данные», «Результаты», «Отчёт», «Настройки» и «Помощь».

С помощью пункта меню «Файл» пользователь может загрузить в программу один из вариантов исходных данных, соответствующих какому-либо режиму работы доменной печи, сохранить вариант исходных данных во внешнем файле на диске, описать его свойства, а также корректно завершить выполнение программы.

С помощью пункта меню «Данные» пользователь может вызвать на экран исходные данные одного из периодов плавки – базового, сравнительного или проектного, а также корректно завер-

шить выполнение программы. Аналогичные действия происходят при выборе одного из соответствующих переключателей в группе «Отобразить период».

Подпункты меню «Результаты» позволяют пользователю отобразить в численном и графическом виде расчётные показатели газодинамического режима доменной плавки. В численном виде возможно увидеть результаты как для базового периода работы печи, так и для проектного с возможностью их сопоставления. Конкретную дату базового периода пользователь выбирает на главной форме с помощью календаря, а выбор номера доменной печи – с помощью выпадающего списка работающих в этот период печей.

Подпункт меню «Влияние факторов в проектный период» позволяет рассчитать перепады давления по высоте печи (нижний, верхний и общий), расход дутья, производительность и удельный расход кокса в зависимости от выбранных технологических мероприятий (факторов) в проектный период.

Графическая визуализация отображает зависимость перепада давления от расхода дутья. Соответствующие подпункты меню позволяют выполнить это для базового или проектного периодов работы печи.

Пункт меню «Отчёт» даёт возможность пользователю сформировать отчётный документ в твёрдой копии по итогам расчётов с возможностью его предварительного просмотра на экране.

С использованием меню «Настройки» пользователь может вручную корректировать коэффициенты пофакторного счета, учитывающих влияние различных технологических мероприятий на производительность печи и удельный расход кокса, настраивать вывод показателей в твёрдую копию отчёта, а также работать со справочниками.

В меню «Помощь» приведены подпункты для вызова файла справочного руководства пользователя, а также формы со сведениями по программе.

Основной функцией программы является расчёт газодинамического режима доменной плавки при фактических среднемесячных показателях работы доменной печи. По исходным данным, полученным по выбранной доменной печи за указанный пользователем отчётный месяц (см. рис. 11.37), автоматически будут рассчитаны показатели газодинамики для базового периода.

Пользователь может отобразить расчётную графическую зависимость перепада давления по высоте доменной печи от расхода дутья для фактических показателей работы печи. Для этого надо выбрать пункт меню «Результаты / Перепад давления от расхода дутья».

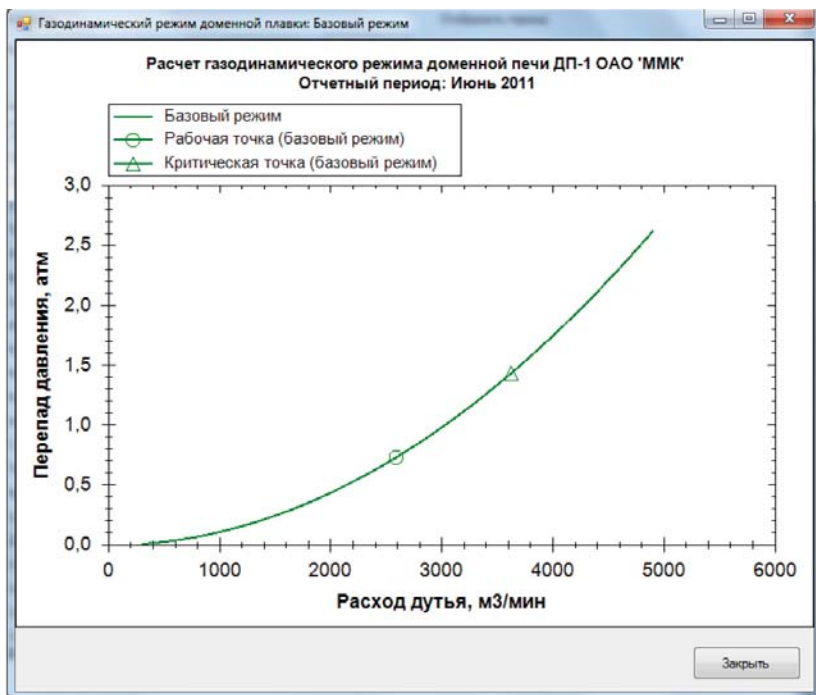


Рис. 11.38. График зависимости перепада давления по высоте доменной печи от расхода дутья для базового режима её работы

в базовом периоде». Фрагмент графической зависимости представлен на рис. 11.38.

Сравнительный период служит для сопоставления показателей газодинамического режима работы доменной печи с аналогичными показателями в базовом периоде. Возможно сопоставление показателей газодинамического режима разных доменных печей за разные отчётные периоды. Данные сравнительного периода извлекаются из централизованной базы данных Центра АСУ «ММК», которая ежемесячно наполняется специалистами инженерно-технологической группы доменного цеха с помощью модуля «Технический отчёт доменного цеха».

Возможность загрузки данных сравнительного периода появляется после выбора на главной форме переключателя «Сравнительный» из группы «Отобразить период» или пункта меню «Данные / Сравнительный период». На вкладке «Сравнительный период» (рис. 11.39) уже

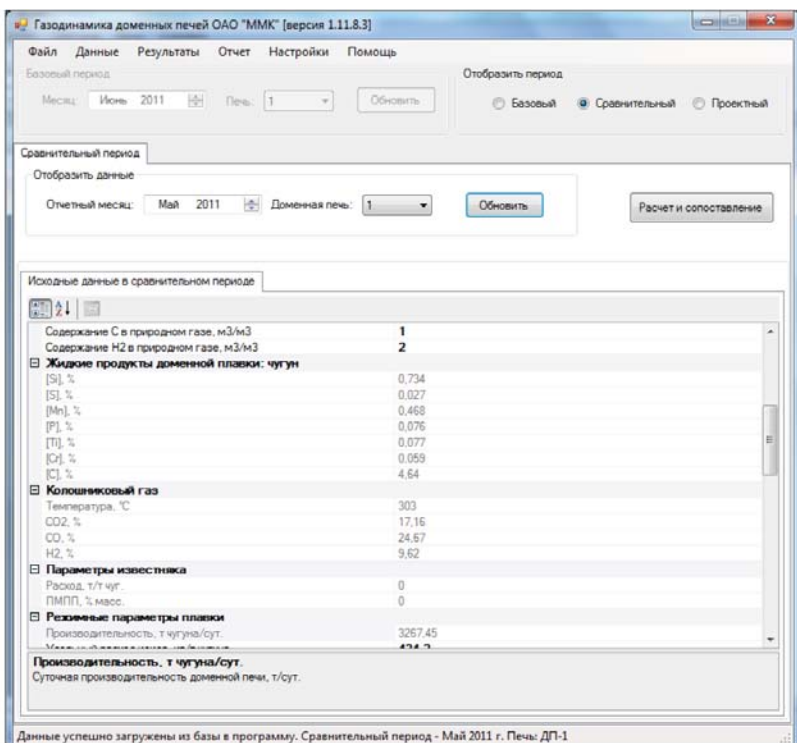


Рис. 11.39. Окно работы с данными сравнительного периода

автоматически загружены данные, однако пользователь может указать другой период с помощью календаря в группе «Отчётный период» и нажать кнопку «Обновить». В этом случае автоматически наполняется список доменных печей, работающих в заданный отчётный период.

После загрузки данных сравнительного периода у пользователя появляется возможность сопоставления показателей газодинамического режима двух периодов – базового и сравнительного. Это можно сделать с помощью кнопки «Расчёт и сопоставление», а также выбором пункта меню «Результаты / Сопоставление базового и проектного периодов». Фрагмент результатов сопоставления показателей в численном виде представлены на рис. 11.40. В таблице указан перечень показателей, в отдельных колонках представлены численные значения показателей для базового и проектного периодов, а также отклонения базовых величин от проектных.

Газодинамика доменных печей ОАО "ММК" [версия 1.11.8.3]

Файл Данные Результаты Отчет Настройки Помощь

Базовый период: Месяц: Июнь 2011 Печь: 1 Обновить

Отобразить период:  Базовый  Сравнительный  Проектный

Результаты расчета газодинамического режима (сопоставление периодов)

Наименование параметра, ед.измерения	Величина (базовый период)	Величина (проектный период)	Отклонение (баз-проект)
Насыпная масса слоя кокса, т/м <sup>3</sup>	0,468	0,462	0,006
Насыпная масса слоя шихты, т/м <sup>3</sup>	1,13	1,117	0,013
Объемные доли компонентов шихты: агломерат, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	0,354	0,379	-0,025
Объемные доли компонентов шихты: окатыши, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	0,139	0,113	0,026
Объемные доли компонентов шихты: кокс, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	0,506	0,508	-0,002
Порозность слоя шихты в верхней зоне печи, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	0,432	0,435	-0,003
Эквивалентный диаметр куска шихты в верхней зоне, ...	22,212	21,232	0,98
Высота слоя шихты в верхней зоне печи, м	15,45	15,45	0
Средняя температура в верхней зоне, °C	663	651,5	11,5
Абсолютное среднее давление в верхней зоне, атм	2,784	2,782	0,002
Коэффициент сопротивления слоя шихты в верхней зо...	0,063	0,064	-0,001
Коэффициент пропорциональности между минутным р...	45,562	47,23	-1,668
Коэффициент сопротивления в верхней зоне доменной...	0	0	0
Активная высота слоя шихты, продаваемая газами, м	20,75	20,75	0
Степень уравновешивания шихты, %	39,166	37,758	1,408
Перепад давления газов по высоте слоя шихты, атм	1,432	1,468	-0,036
Критический расход дутья, м <sup>3</sup> /мин	3622,443	3777,475	-155,032
Скорость фильтрации газового потока через верхнюю ...	1,121	1,102	0,019
Действительная скорость движения газа в верхней ча...	5,783	5,632	0,151
Скорость фильтрации газового потока в области расп...	0,895	0,868	0,027
Скорость движения газа в области распара с учётом д...	4,293	4,16	0,133
Скорость фильтрации газового потока через колошаки...	1,86	1,805	0,055
Скорость движения газа через колошаки с учётом дей...	3,907	3,6	0,307

Расчеты выполнены. Базовый период - Июнь 2011 г.

Рис. 11.40. Окно сопоставления показателей газодинамического режима в базовом и проектном периодах работы доменной печи

Пользователь может сформировать отчет по итогам расчета газодинамического режима в базовом и проектном периодах работы доменных печей с помощью меню «Отчет / Сопоставление базового и проектного периодов». Предварительный вид отчета появляется в отдельном окне, внешний вид которого представлен на рис. 11.41. В колонках таблицы представлены численные значения показателей в базовом и проектном периодах работы доменных печей, в отдельной колонке отражено отклонение базовой от проектной величины соответствующего показателя. Перечень выводимых в отчет показателей аналогичен списку показателей в базовом периоде.

Проектный период служит для расчета показателей газодинамического режима работы доменной печи при ручной корректировке отдельных исходных данных. Основной перечень исходных



- уровень засыпи, м;
- параметры комбинированного дутья: расход природного газа, м<sup>3</sup>/т чугуна; содержание кислорода в дутье, %; температура дутья, °С; влажность дутья, г/м<sup>3</sup>.

Для удобства пользователю предусмотрено автоматическое заполнение всех текстовых полей данными за базовый или сравнительный период. Эти действия можно выполнить с помощью кнопок «Равный базовому» и «Равный сравнительному», расположенным на форме в группе элементов управления «Автоматически установить проектный период». Если пользователь скорректировал какой-либо показатель, то величина в текстовом поле выделяется красным цветом. При наведении мыши на текстовое поле показателя автоматически появляется всплывающее сообщение, в котором указана соответствующая величина показателя в базовом периоде работы доменной печи. Двойной щелчок мыши на текстовом поле автоматически устанавливает величину показателя, равную величине в базовом периоде. Предусмотрена защита текстовых полей от неправильного ввода численных величин.

После нажатия кнопки «Расчёт и сопоставление» в окне отображаются результаты модельной оценки показателей газодинамического режима (рис. 11.42). Для удобства восприятия приведены результаты расчёта аналогичных показателей для базового периода работы печи. Величины для проектного периода, которые отличаются от расчётных величин для базового периода, отображаются красным цветом шрифта.

На вкладке «Влияние факторов в проектном периоде» отображаются результаты расчёта перепадов давления по высоте печи (нижнего, верхнего и общего), расхода дутья, производительности и удельного расхода кокса в зависимости от выбранных технологических мероприятий (факторов) в проектном периоде (рис. 11.43).

Пользователь с использованием меню «Результаты / Перепад давления от расхода дутья в проектном периоде» может получить графические зависимости перепада давления по высоте доменной печи от расхода дутья для базового и проектного режимов работы доменной печи. Фрагмент окна с результатами графической зависимости представлен на рис. 11.44.

Корректировка параметров настройки программы осуществляется после выбора пользователем пункта главного меню «Настройки». Подпункт меню «Настройки / Корректировочные коэффициенты на расход кокса» (рис. 11.45) предоставляет пользователю возможность просмотреть и при необходимости изменить корректировочные коэффициенты пофакторного счета, характеризующие влияние усло-

Газодинамика доменных печей ОАО "ММК" [версия 1.11.8.3]

Файл Данные Результаты Отчет Настройки Помощь

Базовый период:

Месяц: Июнь, 2011 Печь: 1

Обновить

Отобразить период:  Базовый  Сравнительный  Проектный

Результаты расчета газодинамического режима (сопоставление периодов) Влияние факторов в проектном периоде

Наименование параметра, единица измерения	Величина (Базовый период)	Величина (Проектный период)	Отклонение (Баз./проект)
Насыщенная масса слоя кокса, т/м <sup>3</sup>	0,468	0,468	0
Насыщенная масса слоя шихты, т/м <sup>3</sup>	1,13	1,13	0
Объемные доли компонентов шихты: агломерат, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	0,354	0,354	0
Объемные доли компонентов шихты: окатыши, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	0,139	0,139	0
Объемные доли компонентов шихты: кокс, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	0,506	0,506	0
Пористость слоя шихты в верхней зоне печи, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	0,432	0,432	0
Эквивалентный диаметр коука шихты в верхней зоне...	22,212	22,212	0
Высота слоя шихты в верхней зоне печи, м	15,45	15,45	0
Средняя температура в верхней зоне, °С	663	663	0
Абсолютное среднее давление в верхней зоне, атм	2,784	2,81	-0,026
Коэффициент сопротивления слоя шихты в верхней зо...	0,063	0,057	0,006
Коэффициент пропорциональности между мультиметр р...	45,562	42,864	2,698
Коэффициент сопротивления в верхней зоне доменной р...	0	0	0
Активная высота слоя шихты, продвигаемая газам, м	20,75	20,75	0
Степень уравновешивания шихты, %	39,166	36,976	2,19
Перепад давления газов по высоте слоя шихты, атм	1,432	1,432	0
Критический расход дутья, м <sup>3</sup> /сек	3622,443	3728,203	-105,76
Скорость фильтрации газового потока через верхнюю ...	1,121	1,221	-0,1
Действительная скорость движения газа в верхней ча...	5,783	6,135	-0,352
Скорость фильтрации газового потока в области распл...	0,895	0,951	-0,056
Скорость движения газа в области расплора с учетом д...	4,293	4,491	-0,198
Скорость фильтрации газового потока через колошник...	1,86	1,978	-0,118
Скорость движения газа через колошник с учетом дей...	3,907	4,153	-0,246

Расчеты выполнены. Базовый период: - Июнь 2011 г.

Рис. 11.42. Результаты расчёта газодинамики доменной печи в базовом и проектном периодах

Газодинамика доменных печей ОАО "ММК" [версия 1.11.8.3]

Файл Данные Результаты Отчет Настройки Помощь

Базовый период:

Месяц: Июнь, 2011 Печь: 1

Обновить

Отобразить период:  Базовый  Сравнительный  Проектный

Результаты расчета газодинамического режима (сопоставление периодов) Влияние факторов в проектном периоде

	ВЕРХНИЙ период, давления, атм	НЮЖНИЙ период, давления, атм	ОБЩИЙ период, давления, атм	Расход дутья, м <sup>3</sup> /сек.	Производительность / Потрост, %	Расход кокса, кг / т / Экономия, %
Базовая величина	0,384	0,896	1,28	2900	3395,47 / 0	433,5
Влияние уровня засыпки	0,384	0,896	1,28	2900	-- / 0	
Влияние параметров комбинированного дутья	0,393	0,901	1,294	2884	-- / -0,62	
Влияние свойств шихты	0,384	0,896	1,28	2900	-- / 0	
Итоговая проектная величина	1,161	2,693	3,854	2900	3394,85 / -0,62	448,76 / -3,52

Расчеты выполнены. Базовый период: - Июнь 2011 г.

Рис. 11.43. Результаты расчёта влияния факторов в проектном периоде работы доменной печи



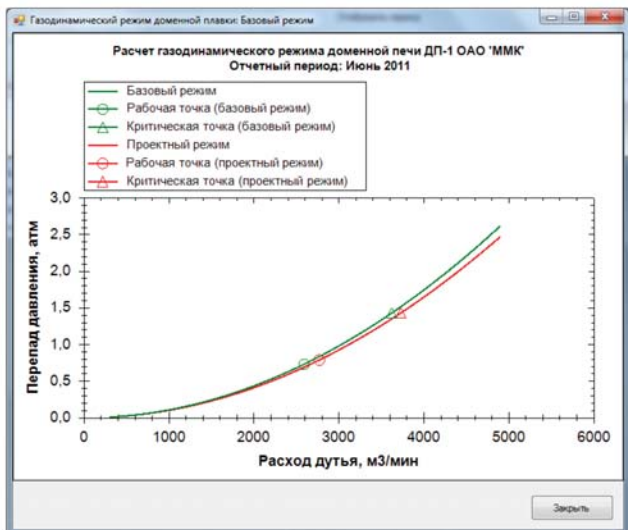


Рис. 11.44. График зависимости перепада давления по высоте доменной печи от расхода дутья для базового и проектного режимов работы

Газодинамика доменных печей ОАО "ММК" (версия 1.11.8.3)

Файл Данные Результаты Отчет Настройки Помощь

Базовый период

Месяц: Июнь 2011 Печь: 1 Обновить

Отображать период:  Базовый  Сравнительный  Проектный

Корректировочные коэффициенты на расход кокса

Наименование коэффициента (мероприятия)	Изменение расхода кокса, %
Повышение температуры горного дутья на 100 градусов в пределах 800-900 град. С	-3.3
Повышение температуры горного дутья на 100 градусов в пределах 901-1000 град. С	-3.0
Повышение температуры горного дутья на 100 градусов в пределах 1001-1100 град.	-2.3
Повышение температуры горного дутья на 100 градусов в пределах 1101-1200 град.	-2.0
Увеличение содержания Fe в рудной части шихты на 1 %	-1.0
Снижение массовой доли Si в чугуне на 0.1 %	-1.2
Уменьшение массовой доли золы в коксе в пределах 11-12 %	-1.5
Уменьшение массовой доли золы в коксе в пределах 12-13 %	-2.0
Повышение давления газа под колошачником на 0.01 МПа	-0.2
Увеличение влажности дутья на 1 г/м3 (без увеличения температуры дутья)	0.1
Увеличение горючей прочности кокса (CSR)	0.0
Увеличение реакционной способности кокса (CRI)	0.0
Увеличение расхода природного газа на 1 м3/ч чугуна	-0.7

Данные скорректированы

Рис. 11.45. Окно корректировки коэффициентов влияния технологических мероприятий на удельный расход кокса

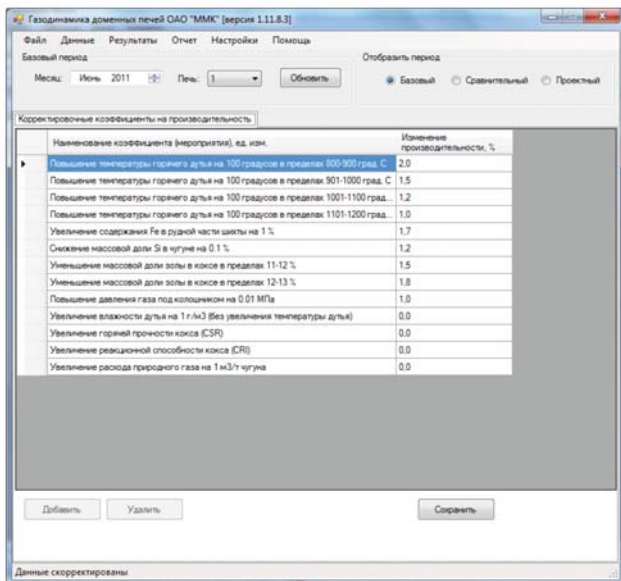


Рис. 11.46. Окно корректировки коэффициентов влияния технологических мероприятий на производительность доменной печи

вий плавки на удельный расход кокса. Введённые величины автоматически сохраняются в централизованной базе данных Центра АСУ «ММК» и в дальнейшем используются также в подсистемах оценки теплового состояния и шлакового режима доменных печей.

Подпункт меню «Настройки / Корректировочные коэффициенты на производительность» (рис. 11.46) предоставляет пользователю возможность просмотреть и при необходимости изменить корректировочные коэффициенты пофакторного счета, характеризующие влияние условий плавки на производительность доменной печи.

В программе предусмотрена возможность ручной настройки вывода показателей в отчёт, которая доступна пользователю в меню «Настройки / Настройка показателей в отчёт». В появившемся окне, вид которого представлен на рис. 11.47, в виде таблиц отображены две группы показателей – исходные данные и результаты. Напротив каждого показателя установлен флажок, который при необходимости пользователь может снять. В последнем случае показатель в отчёте отображаться не будет. Для облегчения множественного выбора пользователь может воспользоваться кнопками «Все»

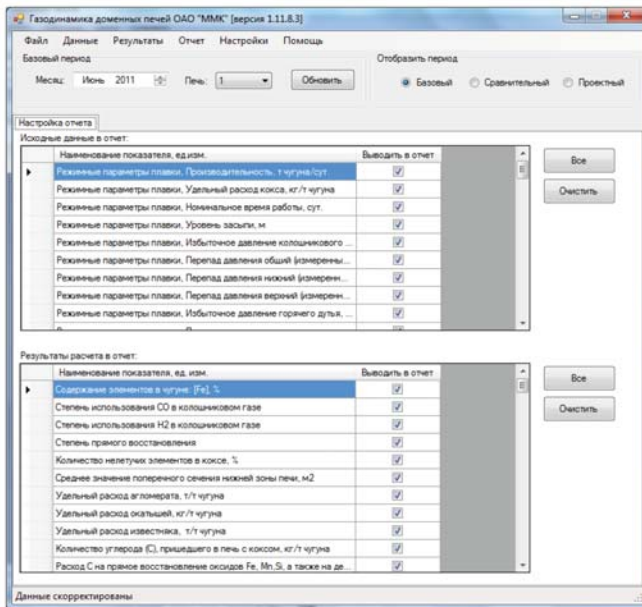


Рис. 11.47. Окно настройки вывода показателей в отчёт

и «Очистить». Нажатие кнопки «Все» помечает сразу все показатели, а кнопка «Очистить» – быстро снимает все флажки. Последний установленный набор показателей запоминается при выходе из программы и будет действовать при следующем сеансе работы пользователя с программой.

11.4.6. Программный модуль расчёта шлакового режима доменной плавки предназначен для решения технологических задач по оценке шлакового режима доменной плавки. После вызова программы активизируется основная экранная форма, внешний вид которой представлен на рис. 11.48. В верхней части формы отображено главное меню программы, которое включает следующие пункты: «Данные», «Результаты», «Отчёт», «Настройка» и «Помощь».

С помощью пункта меню «Данные» пользователь может вызвать на экран исходные данные одного из периодов плавки – базового, сравнительного или проектного, а также корректно завершить выполнение программы. Аналогичные действия произойдут при выборе одного из соответствующих переключателей в группе «Отобразить период».

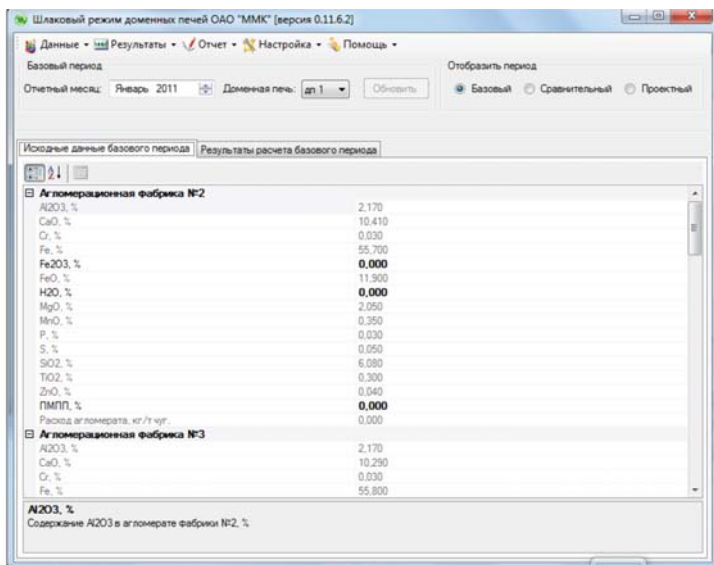


Рис. 11.48. Главная форма программы «Расчёта шлакового режима доменной плавки»

Подпункты меню «Результаты» позволяют пользователю отобразить в численном и графическом виде расчётные показатели шлакового режима доменной плавки. В численном виде возможно увидеть результаты как для базового периода работы печи, так и для сравнительного с возможностью их сопоставления. Конкретные даты отчётных периодов (базового и сравнительного) пользователь на главной форме с помощью календаря, а выбор номера доменной печи – с помощью выпадающего списка работающих в этот период печей. Графическая визуализация отображает полимеры вязкости шлака (зависимость вязкости шлака от его температуры) для выбранного периода.

Пункт меню «Отчёт» даёт возможность пользователю сформировать отчётный документ по итогам расчётов в твёрдой копии с возможностью его предварительного просмотра на экране. Дополнительной возможностью является настройка вывода в отчёт графика полимера вязкости шлака и коэффициентов пофакторного счета, которая осуществляется с помощью установки/снятия флажков в соответствующих подпунктах меню.

С использованием меню «Настройка» пользователь может на отдельной форме корректировать коэффициенты пофакторного счета, учитывающих влияние различных технологических мероприятий на произ-

водительность печи и удельный расход кокса. Предусмотрена корректировка граничных значений коэффициентов для диагностики шлака.

В меню «Помощь» приведены подпункты для вызова файла справочного руководства пользователя, а также формы со сведениями о программе.

После регистрации пользователя в программе и загрузки главной формы на экране будут отражены отчётные данные для базового периода работы доменной печи, которые автоматически считываются из базы данных центра АСУ «ММК» за предыдущий месяц. Отчётные данные в базе формируются специалистами инженерно-технологической группы доменного цеха ежемесячно с помощью программного модуля «Технический отчёт доменного цеха».

Пользователь программы в любой момент может сменить базовый отчётный период с помощью календаря. При этом автоматически произойдёт заполнение списка работающих в этот период доменных печей и активизируется кнопка «Обновить», с помощью которой пользователь может загрузить данные на вкладку «Исходные данные базового периода» (см. рис. 11.48).

Результаты расчёта показателей шлакового режима доменной печи в количественном виде представлены на вкладке «Результаты расчёта базового периода» (рис. 11.49).

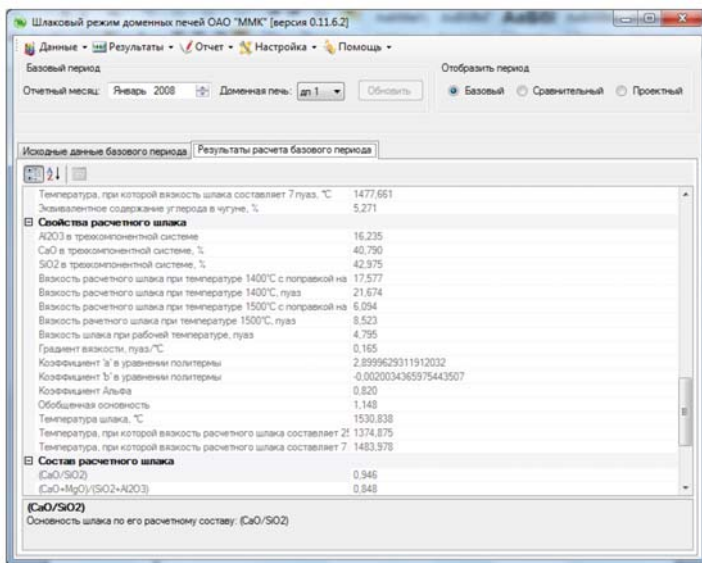


Рис. 11.49. Результаты расчёта шлакового режима доменной печи для базового периода

Чтобы увидеть политерму вязкости шлака пользователю надо выбрать пункт меню «Результаты / Политерма вязкости шлака в базовый период». В появившемся окне рядом с графиком отображаются основные количественные параметры шлака: химический состав (фактический и расчётный), градиенты вязкости в диапазоне 7–25 пуаз и температурном интервале 1400–1500 °С, а также две температуры шлака – при вязкости 7 пуаз и 25 пуаз. Внешний вид окна представлен на рис. 11.50.

Формирование отчёта по итогам расчёта шлакового режима в базовом периоде работы доменной печи производится с помощью выбора меню «Отчёт / Базовый период». Предварительный вид отчёта появляется в окне, внешний вид которого представлен на рис. 11.51.

Сравнительный период служит для сопоставления показателей шлакового режима работы доменной печи с аналогичными показателями в базовом периоде. Возможно сопоставление показателей шлакового режима разных доменных печей за разные отчётные периоды. Данные сравнительного периода извлекаются из централизованной базы данных Центра АСУ «ММК», которая ежемесячно пополняется специалистами инженерно-технологической группы доменного цеха с помощью модуля «Технический отчёт доменного цеха».

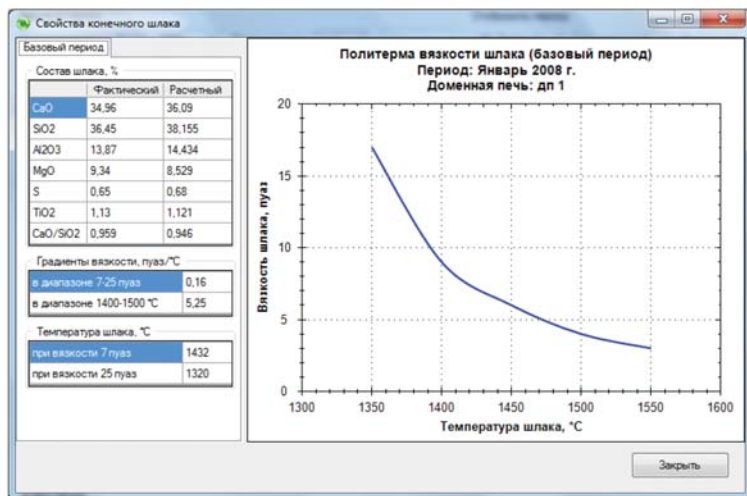


Рис. 11.50. Политерма вязкости шлака для базового периода

Предварительный просмотр отчета для базового периода работы доменной печи

АРМ инженерно-технологического персонала доменного цеха ОАО "ММК"

**Расчет шлакового режима доменной плавки для базового периода работы**  
**Доменная печь: дп 1. Отчетный период: Январь 2008 г.**

**Показатели работы печи**

Наименование показателя, ед. измерения	Величина
Производительность печи, т/сут.	3368
Удельный расход кокса, кг/т чугуна	459,7
Выход шлака (фактический), кг/т чугуна	329,3
Расход Fe из рудной части шихты, кг/т чугуна	972,5
Масса шихты, кг/т чугуна	1685,6
Содержание Fe в железорудной части шихты, %	58,08
Содержание Fe в рудной части шихты, %	58,08
Выход коллоидной пыли, кг/т чугуна	18,5
Параметры дутья:	
давление, ати	2,67
температура, °C	1201

Рис. 11.51. Предварительный просмотр отчёта для базового периода

Шлаковый режим доменных печей ОАО "ММК" [версия 0.11.6.2]

Данные - Результаты - Отчет - Настройка - Помощь

Базовый период: Январь 2008, Доменная печь: дп 1

Отобразить период: Базовый  Сравнительный  Проектный

Результаты расчета проектного периода

Наименование показателя, ед. изм.	Величина в базовом периоде	Величина в проектном периоде	Отклонение (База-проект)
▶ Производительность печи, т/сут.	3368	3449	-81
Удельный расход кокса, кг/т чугуна	459,7	457,23	2,47
Выход шлака (фактический), кг/т чугуна	329,3	313,1	16,2
Расход Fe из рудной части шихты, кг/т чугуна	972,5	988,8	-16,3
Масса шихты, кг/т чугуна	1685,6	1687	-1,4
Содержание Fe в железорудной части шихты, %	58,08	32,81	25,27
Содержание Fe в рудной части шихты, %	58,08	32,81	25,27
Выход коллоидной пыли, кг/т чугуна	18,5	16	2,5
Параметры дутья:			
давление, ати	2,67	2,72	-0,05
температура, °C	1201	1201	0
влажность, г/лн3	1,7	2,2	-0,5
содержание кислорода, %	24	24,8	-0,8
расход природного газа, м3/т чугуна	102,3	89,1	13,2
Температуры, °C:			
чугуна	1470	1470	0
шлака (расчетная)	1531	1513	18
средняя продуктов плавки	1500	1492	8

Рис. 11.52. Окно сопоставления показателей шлакового режима в базовом и проектном периодах работы доменной печи

После загрузки данных сравнительного периода у пользователя появляется возможность сопоставления показателей шлакового режима двух периодов – базового и сравнительного. Это можно сделать с помощью кнопки «Расчёт и сопоставление», а также выбором пункта меню «Результаты / Показатели в базовый и проектный периоды». Фрагмент результатов сопоставления показателей в численном виде представлен на рис. 11.52. В таблице указан перечень показателей, в отдельных колонках представлены численные значения показателей для базового и проектного периодов, а также отклонения базовых величин от проектных.

Чтобы сопоставить политермы вязкости шлака в базовом и проектном режимах пользователю надо выбрать пункт меню «Результаты / Сопоставление политерм вязкости шлака». В отдельном окне отображены две политермы, а рядом с графиком в закладках «Базовый период» и «Проектный период» отображаются основные количественные параметры шлака: химический состав (фактический и расчётный), градиенты вязкости в диапазоне 7–25 пуаз и температурном интервале 1400–1500 °С, а также две температуры шлака – при вязкости 7 пуаз и 25 пуаз. Внешний вид окна представлен на рис. 11.53.

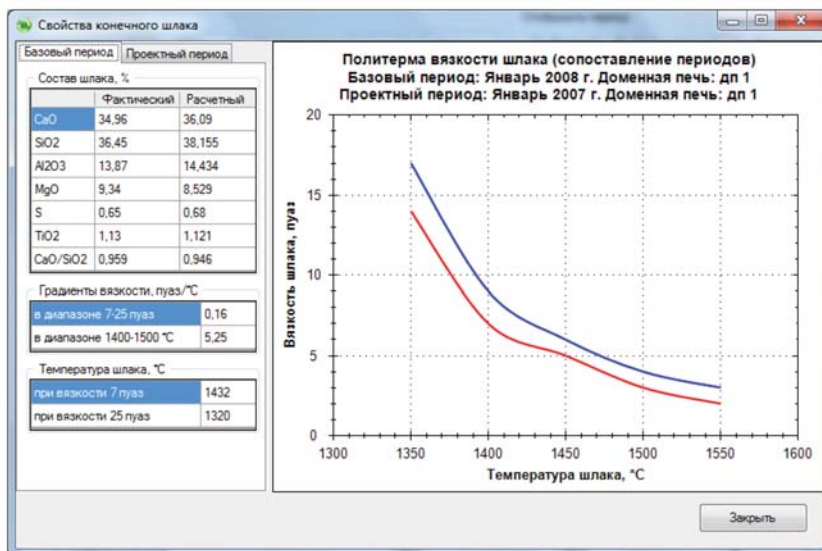


Рис. 11.53. Отображение политерм вязкости шлака для базового и проектного периодов



Предварительный просмотр отчета для базового и проектного периодов работы доменной печи

АРМ инженерно-технологического персонала доменного цеха ОАО "ММК"

**Расчет шлакового режима доменной плавки.  
Сопоставление базового и проектного периодов работы печей**

Доменная печь: дп 1. Базовый период: Январь 2008 г.  
Доменная печь: дп 1. Проектный период: Январь 2007 г.

**Показатели работы печи**

Наименование показателя, ед. измерения	Величина в базовом периоде	Величина в проектном периоде	Отклонение (база-проект)
Производительность печи, т/сут.	3368	3449	-81
Удельный расход кокса, кг/т чугу.	459,7	457,23	2,47
Выход шлака (фактический), кг/т чугу.	329,3	313,1	16,2
Расход Fe из рудной части шихты, кг/т чугу.	972,5	988,8	-16,3
Масса шихты, кг/т чугу.	1685,6	1687	-1,4
Содержание Fe в железорудной части шихты, %	58,08	32,81	25,27
Содержание Fe в рудной части шихты, %	58,08	32,81	25,27
Выход колошниковой пыли, кг/т чугу.	18,5	16	2,5

Рис. 11.54. Предварительный просмотр отчёта по расчёту шлакового режима в базовом и проектном периодах работы доменных печей

Пользователь может сформировать отчёт по итогам расчёта шлакового режима в базовом и проектном периодах работы доменных печей с помощью меню «Отчёт / Сопоставление периодов». Предварительный вид отчёта появляется в отдельном окне, внешний вид которого представлен на рис. 11.54. В колонках таблицы представлены численные значения показателей в базовом и проектном периодах работы доменных печей, в отдельной колонке отражено отклонение базовой от проектной величины соответствующего показателя. Перечень выводимых в отчёт показателей аналогичен списку показателей в базовом периоде.

Итоговый вид отчёта можно экспортировать в форматы документов, с помощью которых можно будет передать отчёт конечному пользователю. Форматы представления отчётов в программе являются презентационными, они сохраняют в неизменном виде макет отчёта, его шрифты, цвет и графику.

Проектный период служит для расчёта показателей шлакового режима работы доменной печи при ручной корректировке отдельных исходных данных. Основной перечень исходных данных пользователь формирует на основе либо базового периода, либо сравнительного. Возможно сопоставление проектных показателей шлакового режима разных доменных печей за разные отчётные периоды с базовым периодом. Данные проектного периода извлекаются из централизованной

базы данных Центра АСУ «ММК», которая ежемесячно наполняется специалистами инженерно-технологической группы доменного цеха с помощью модуля «Технический отчёт доменного цеха».

После формирования исходных данных проектного периода необходимо нажать кнопку «Расчёт и сопоставление», после чего на экране отобразятся численные результаты расчёта показателей шлакового режима (см. рис. 11.52), а в главном меню станут доступными пункты меню, отвечающие за представление численных и графических результатов, а также формирование отчёта.

Корректировка параметров настройки программы осуществляется после выбора пользователем пункта главного меню «Настройка». В появившемся окне, внешний вид которого представлен на рис. 11.55, пользователю предоставлена возможность просмотреть и при необходимости изменить корректировочные коэффициенты пофакторного счёта, характеризующие влияние условий плавки на её показатели (удельный расход кокса и производительность печи). Введённые величины автоматически сохраняются в централизованной базе данных Центра АСУ «ММК» и в дальнейшем используются также в подсистемах оценки теплового состояния и газодинамики доменных печей.

Выбор типа корректировочных коэффициентов осуществляет пользователь в древовидном списке левой части окна формы, отображение соответствующих коэффициентов осуществляется в закладках. На рис. 11.55 представлены корректировочные коэффициенты

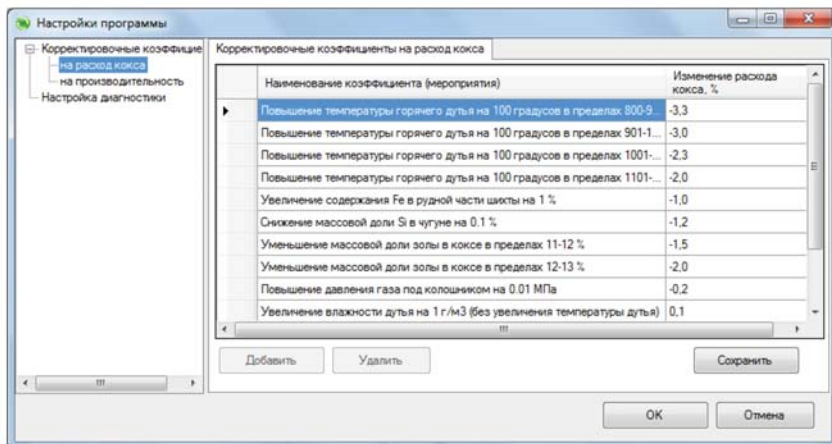


Рис. 11.55. Окно корректировки коэффициентов влияния технологических мероприятий на удельный расход кокса

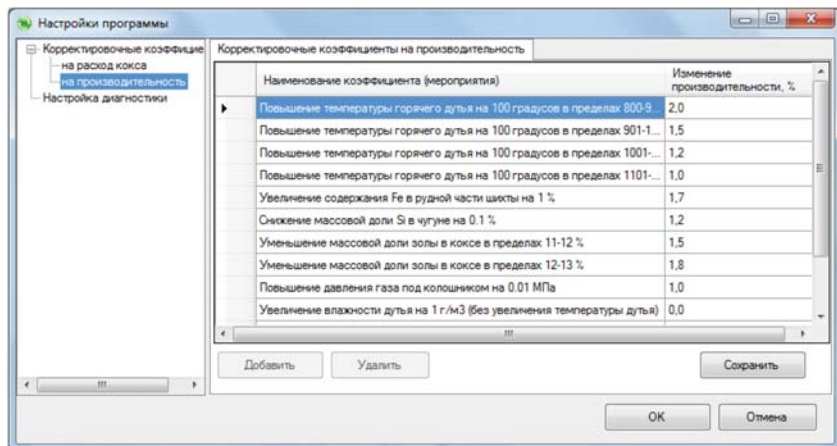


Рис. 11.56. Окно корректировки коэффициентов влияния технологических мероприятий на производительность доменной печи

пофакторного счета, учитывающие влияние различных технологических мероприятий на удельный расход кокса, а на рис. 11.56 – влияние мероприятий на производительность доменной печи.

11.4.7. Программный модуль расчёта оптимального состава доменной шихты предназначен для решения задачи выбора оптимального состава доменной шихты с учётом ограничений на шлаковый режим доменной плавки. Предусмотрено решение следующих технологических задач:

1) подбор оптимального соотношения долей агломерата ОАО «ММК» и одного из видов привозных окатышей (из выпадающего списка выбирается материал, с помощью которого должна производиться корректировка шихты для получения заданной основности шлака);

2) подбор расхода одного из видов флюсующих материалов (из выпадающего списка выбирается вид флюса, с помощью которого должна производиться корректировка шихты для получения заданной основности шлака);

3) подбор химии (основности) агломерата в проектном периоде при заданных расходах или долях железорудных материалов и флюсах.

После регистрации пользователя в программе и загрузки главной формы на экране будут отражены отчётные данные для базового периода работы доменной печи, которые автоматически считываются из базы данных центра АСУ «ММК» за предыдущий

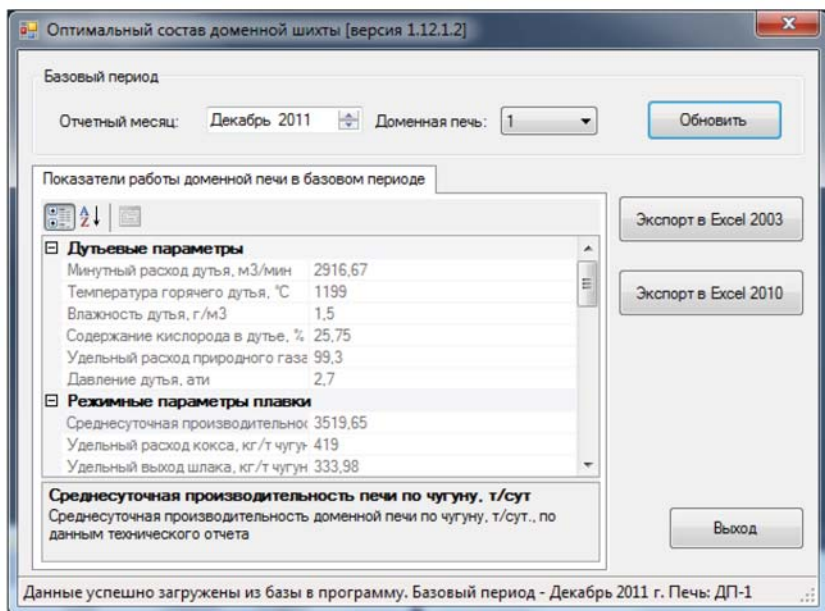


Рис. 11.57. Главное окно программы расчета оптимального состава доменной шихты

месяц (рис. 11.57). Отчётные данные в базе формируются специалистами инженерно-технологической группы доменного цеха ежемесячно с помощью программного модуля «Технический отчёт доменного цеха».

Пользователь может изменить данные отчётного периода с помощью календаря, а также выбрать из списка необходимую доменную печь. Чтобы получить из базы обновлённые данные, необходимо нажать кнопку «Обновить».

Список отчётных данных, которые загружаются в программу, сгруппирован по категориям: дутьевые параметры; режимные параметры плавки; состав золы кокса; технический состав кокса; химический состав чугуна; химический состав шлака.

Чтобы осуществить решение описанных выше технологических задач, пользователь должен экспортировать отчётные данные по доменной печи в специальный шаблон формата Microsoft Office Excel, в котором содержится с моделью выбора оптимального состава доменной шихты. Для этого в зависимости от установленной на компьютере версии Microsoft Office Excel, необхо-

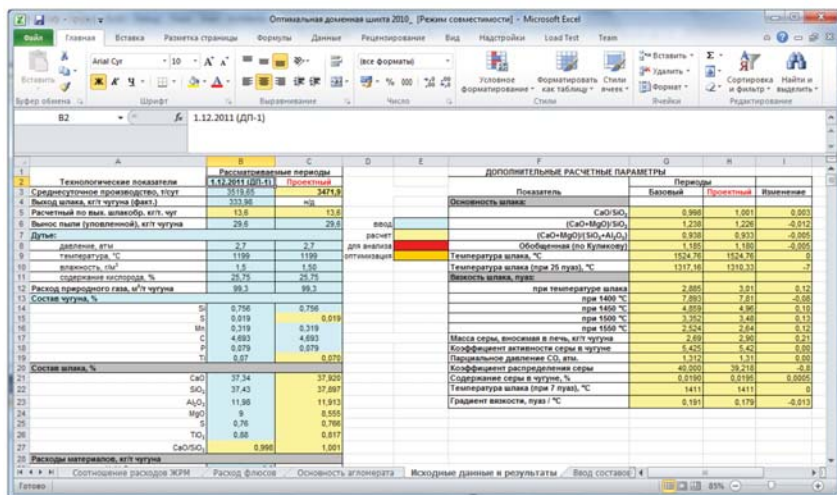


Рис. 11.58. Окно программы Microsoft Office Excel с моделью выбора оптимального состава доменной шихты

можно воспользоваться одной из кнопок «Экспорт в Excel 2003» или «Экспорт в Excel 2010». На экране появится окно программы Microsoft Office Excel с загруженным в неё файлом на основе выбранного шаблона (рис. 11.58). Данные за отчётный период работы доменной печи будут автоматически экспортированы в соответствующие ячейки таблиц.

Файл с моделью выбора оптимального состава доменной шихты Microsoft Office Excel содержит следующие листы:

1. «Соотношение расходов ЖРМ».
2. «Расход флюсов».
3. «Основность агломерата».
4. «Исходные данные и результаты».
5. «Ввод составов (база)».
6. «Ввод составов (проект)».
7. «Печать результатов (стр. 1–2)».
8. «Печать результатов: шихта (стр. 3)».
9. «Диагностика».

На листе «Соотношение расходов ЖРМ» решается задача выбора оптимального соотношения долей агломерата ОАО «ММК» и одного из видов привозных окатышей (выбор из списка). Фрагмент внешнего вида окна программы с указанным листом представлен на рис. 11.59.

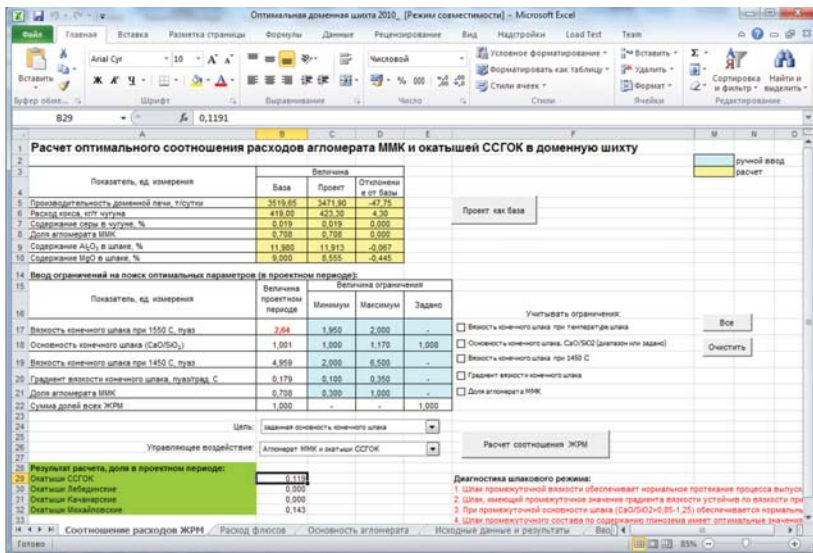


Рис. 11.59. Окно программы Microsoft Office Excel: лист «Соотношение расходов ЖРМ»

На указанном листе пользователь может выбирать из выпадающего списка цель решения задачи (целевую функцию), вид управляющего воздействия (вид окатышей для корректировки долей ЖРМ), а также устанавливать нужные ограничения с помощью флажков.

Виды целевых доступных функций:

- заданная основность конечного шлака;
- минимум содержания серы в чугуне;
- минимум градиента вязкости конечного шлака;
- минимум расхода кокса;
- максимум производительности.

Виды возможных управляющих воздействий:

- агломерат ММК и окатыши ССГОК;
- агломерат ММК и окатыши Лебединские;
- агломерат ММК и окатыши Качанарские;
- агломерат ММК и окатыши Михайловские.

Виды ограничений:

- вязкость конечного шлака при температуре шлака, пуаз;
- основность конечного шлака (CaO/SiO<sub>2</sub>);
- вязкость конечного шлака при 1450 °С, пуаз;
- градиент вязкости конечного шлака, пуаз/°С;
- доля агломерата ММК.

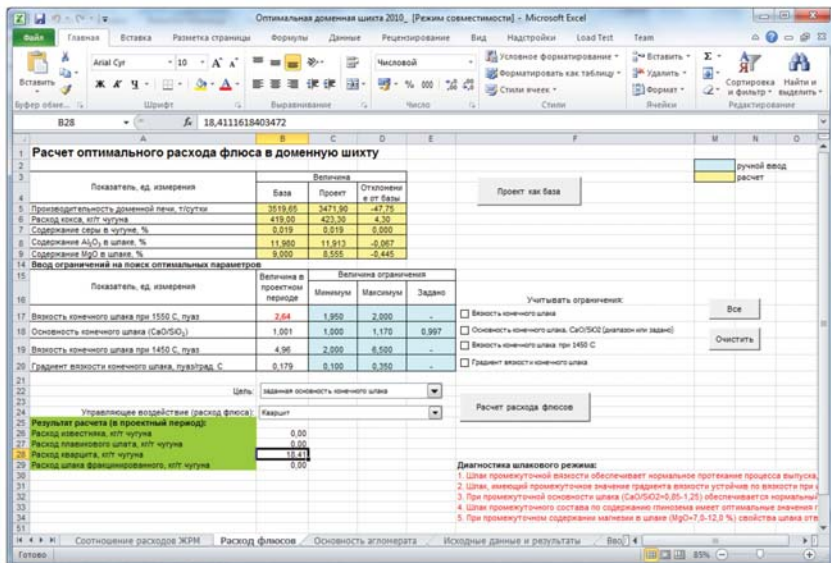


Рис. 11.60. Окно программы Microsoft Office Excel: лист «Расход флюсов»

Поиск решения осуществляется путём нажатия кнопки «Расчёт соотношения ЖРМ». Если установлены ограничения, отмеченные флажками, то при поиске оптимального соотношения долей ЖРМ учитываются установленные «коридоры» соответствующих параметров. Если надо быстро вернуться и установить расходы всех окатышей в проектном режиме, равные базовым значениям, то необходимо нажать кнопку «Проект как база».

На листе «Расход флюсов» решается задача выбора расхода одного из видов флюсующих материалов (выбор из списка). Пользователь может задавать разные цели (выбор из списка) и устанавливать ограничения с помощью флажков. Фрагмент внешнего вида окна программы с указанным листом представлен на рис. 11.60.

На указанном листе пользователь может выбирать из выпадающего списка цель решения задачи (целевую функцию), вид управляющего воздействия (вид флюсующего материала), а также устанавливать нужные ограничения с помощью флажков.

Виды целевых функций:

- заданная основность конечного шлака;
- минимум серы в чугуне;
- минимум градиента вязкости конечного шлака;

- минимум расхода кокса;
  - максимум производительности.
- Виды управляющих воздействий:

- известняк;
- плавиковый шпат;
- кварцит;
- шлак фракционированный.

Виды ограничений:

- вязкость конечного шлака в интервале 1450–1550 °С, пуаз;
- градиент вязкости конечного шлака, пуаз/°С;
- основность конечного шлака ( $\text{CaO}/\text{SiO}_2$ );
- содержание  $\text{Al}_2\text{O}_3$  в шлаке, %;
- содержание  $\text{MgO}$  в шлаке, %.

Поиск решения осуществляется путём нажатия кнопки «Расчёт расхода флюсов». Если установлены ограничения, то при поиске оптимальной величины расхода флюса учитываются установленные «коридоры» соответствующих параметров. Если надо быстро вернуться и установить расходы всех флюсов в проектном режиме, равные базовым значениям, то необходимо нажать кнопку «Проект как база».

На листе «Основность агломерата» решается задача определения расчётного состава агломерата ОАО «ММК» в доменную шихту для обеспечения заданной основности конечного шлака. Управляющим воздействием является содержание  $\text{CaO}$  в агломерате. В базовом периоде возможен один из двух вариантов ввода химического состава загружаемого агломерата: по фактическим отчётным данным прошедшего периода работы доменной печи (кнопка «Проект как база») или скорректированным вручную.

На листе предусмотрен учёт следующих ограничений при поиске решения:

- вязкость конечного шлака при температуре шлака, пуаз;
- основность конечного шлака ( $\text{CaO}/\text{SiO}_2$ );
- вязкость конечного шлака при 1450 °С, пуаз;
- градиент вязкости конечного шлака, пуаз/°С;
- содержание серы в чугунае, %.

Установка или снятие ограничений осуществляется пользователем с помощью флажков. Поиск решения осуществляется путём нажатия кнопки «Расчёт основности агломерата». Если установлены ограничения, то при поиске химического состава агломерата учитываются установленные «коридоры» соответствующих параметров. Фрагмент внешнего вида окна программы с указанным листом представлен на рис. 11.61.



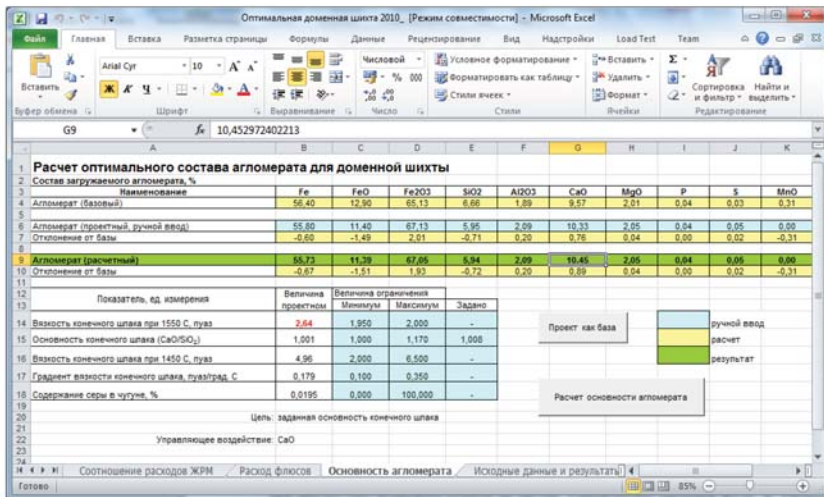


Рис. 11.61. Окно программы Microsoft Office Excel: лист «Основность агломерата»

Лист «Исходные данные и результаты» предназначен для отображения информации по исходным данным и результатам расчёта. Все показатели в базовом и проектном режиме работы доменной печи сгруппированы и представлены в виде таблиц (см. рис. 11.58).

На листе «Ввод составов (база)» представлены составы ЖРМ, флюсов и кокса, используемых в базовом периоде работы доменной печи. Фрагмент внешнего вида окна программы с указанным листом представлен на рис. 11.62. В процессе моделирования пользователь может вручную корректировать данные базового периода. Если надо быстро вернуться и установить составы ЖРМ, флюсов и кокса в проектном режиме, равные базовым значениям, то необходимо нажать кнопку «Проект как база».

На листе «Ввод составов (проект)» представлены составы ЖРМ, флюсов и кокса, используемых в проектном периоде работы доменной печи. Фрагмент внешнего вида окна программы с указанным листом представлен на рис. 11.63.

В первоначальный момент все величины проектного периода равны базовым значениям. В процессе моделирования пользователь может вручную корректировать величину содержания любого элемента ЖРМ, флюсов и кокса. В отдельных строках представлены расчётный и базовый составы агломерата, которые не подлежат корректировке и рассчитываются по данным с других листов.

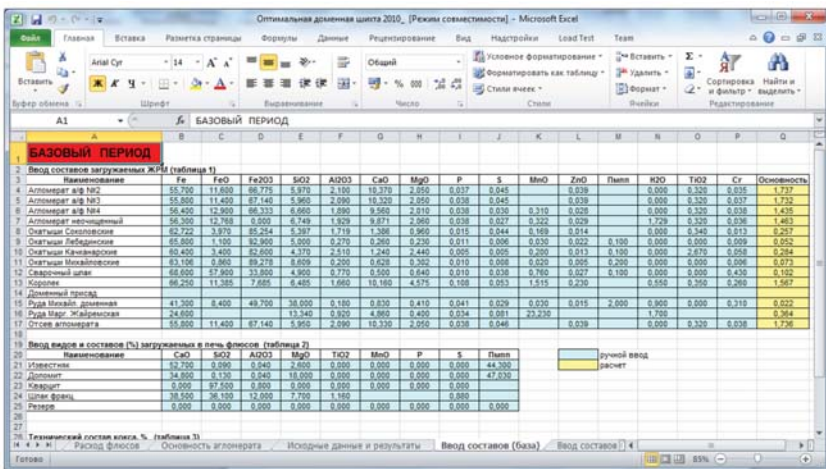


Рис. 11.62. Окно программы Microsoft Office Excel: лист «Ввод составов (база)»

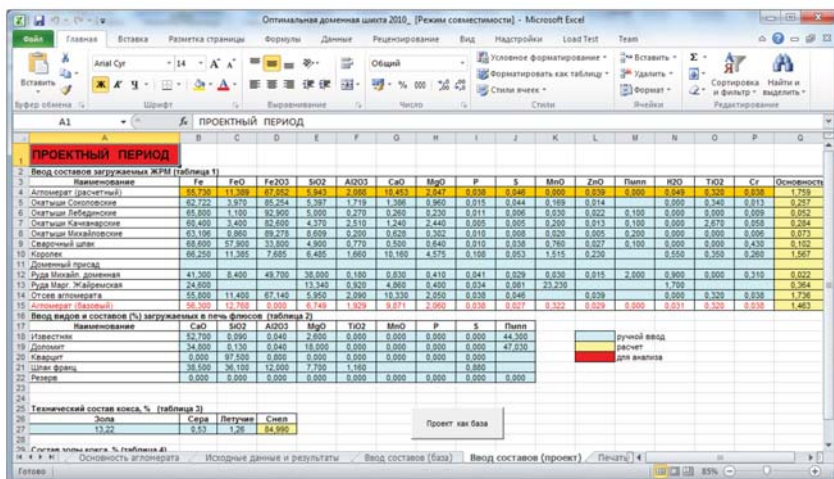


Рис. 11.63. Окно программы Microsoft Office Excel: лист «Ввод составов (проект)»

Показатель	Минимум	Максимум	Сообщения/минимум	Сообщения/максимум	Сообщения/диапазон
Вязкость конечного шлака в интервале 1450-1550 С, пуаз	2,00	6,50	1 Шлак имеет низкую вязкость. Агрессивен к рефракторной шахте и разрушает ее. При выпуске чугуна раздувает канат лещика. Это может быть причиной «бумажного» выпуска. Возможно подпад чугуна к равной лещице и холодильнику.	1 Шлак промежуточного состава обеспечивает нормальное протекание процесса выпуска, процесс фильтрации расплава через коксовую насадку и процесс десульфурации чугуна.	1 Шлак вязкостью более 6,5 пуаз характеризует себя склонностью к образованию известковых настилов в нижней части печи. Снижается сероуплотнительная способность шлака ухудшается процесс фильтрации шлака через коксовую насадку.
Градиент вязкости конечного шлака, пуаз/град. С	0,10	0,31	2 Шлак относится к типу аднатных шлаков и особых опасностей не приносит.	2 Шлак, имеющий промежуточные значения градиента вязкости устойчив по вязкости при изменении температуры и обеспечивает нормальное протекание шлакового режима лавки.	2 Шлак относится к типу сверхтекучих шлаков. Он резко меняет вязкость при изменении температуры, быстро кристаллизуется при охлаждении лавки. Это может привести к подкатушке шихты, потере сероуплотнительной способности и затвердеванию горна.
Основность конечного шлака (CaO/SiO <sub>2</sub> )	0,80	1,20	3 При низкой основности шлака уменьшается десульфурующая способность шлака. Возможно получение брака по содержанию серы в чугуне.	3 При промежуточной основности шлака (CaO/SiO <sub>2</sub> =0,85-1,25) обеспечивается нормальный шлаковый режим лавки.	3. При высокой основности шлака он становится сверхтекучим, может быть причиной образования настилов в печи. Наблюдается взрывоопасное плавление горнового желоба, увеличивается потеря чугуна со шлаком.
Содержание Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> в шлаке, %	0,00	1,20	4 При низком содержании глинозема в шлаке он становится неустойчивым, т.е. резко увеличивается его вязкость.	4 Шлак промежуточного состава по содержанию глинозема имеет оптимальные свойства.	4 Шлак с повышенным содержанием глинозема характеризуется...

Рис. 11.64. Окно программы Microsoft Office Excel: лист «Диагностика»

Листы «Печать результатов (стр. 1–2)» и «Печать результатов: шихта (стр. 3)» содержат данные по исходным данным и результатам моделирования в виде, удобном для распечатки.

Лист «Диагностика» используется как НСИ (рис. 11.64). Здесь установлены «коридоры» (минимальные и максимальные) значения показателей и сообщения, которые автоматически выводятся при диагностике шлакового режима на листах «Соотношение расходов ЖРМ» и «Расход флюсов». Пользователь при необходимости может скорректировать эти данные.

Таким образом, общая последовательность решения задачи выбора оптимального состава доменной шихты заключается в следующем:

1) на листе «Соотношение расходов ЖРМ» пользователь задавая основность конечного шлака и выбрав при этом управляющее воздействие, т.е. вид окатышей, с помощью которого должна производиться корректировка шихты для получения заданной основности шлака, с помощью кнопки «Расчёт соотношения ЖРМ» производит расчёт нового соотношения материалов. При этом автоматически пересчитывается состав шлака и производится диагностика его свойств;

2) если изменением соотношения материалов добиться требуемых свойств шлака не получается или требования к соотношению достаточно «жёсткие», существует возможность рассчитать необходимый расход флюса на листе «Расход флюса».

3) в случае, если расход флюсов окажется большим, можно подобрать требуемую основность агломерата на листе «Основность агломерата», чтобы сократить расход флюса.

При этом автоматически пересчитываются все зависимые от вносимых изменений показатели (производительность, удельный расход кокса, содержание серы, титана в чугуне и др.).

### **11.5. Интеграция отчётной информации в корпоративную сеть предприятия**

Система отображения отчётных показателей доменного производства в корпоративной сети предприятия ОАО «ММК» основана на использовании системы управления базами данных Microsoft SQL Server [32; 33] и встроенного в неё инструмента Reporting Services. Reporting Services представляет собой набор служб, web-приложений и баз данных, объединённых для того, чтобы создать среду для управления отчётами. Разработка внешнего вида отчётов (шаблонов) осуществлена в среде Business Intelligence Development Studio, интегрированной с Microsoft SQL Server. При создании системы отображения отчётных показателей доменного производства необходимо учесть особенности разработки, функционирования и настройки службы Reporting Services.

Первоначальным этапом явилось создание и настройка системы разработки, распространения и хранения отчётов. На рис. 11.65 представлена архитектура системы, основными компонентами которой являются сервер базы данных, сервер отчётов и рабочая станция разработчика.

*Сервер базы данных* служит источником получения информации в итоговый отчёт. Обращение к ней осуществляется с помощью стандартного набора инструкций, который включает в себя:

– тип источника, который планируется использовать для получения данных. Поскольку база данных аглодоменного производства функционирует под управлением Microsoft SQL Server, то следует выбрать именно эту СУБД;

- название сервера базы данных;
- название базы данных;
- логин и пароль для доступа к источнику данных.

Последние три инструкции определяются администратором сервера базы данных информационно-вычислительного центра доменного производства.

На сервере базы данных должна быть запущена служба SQL Server Agent. Она используется в Microsoft SQL Server для выполнения заданий (jobs) в заданное время. Программа задания в системе

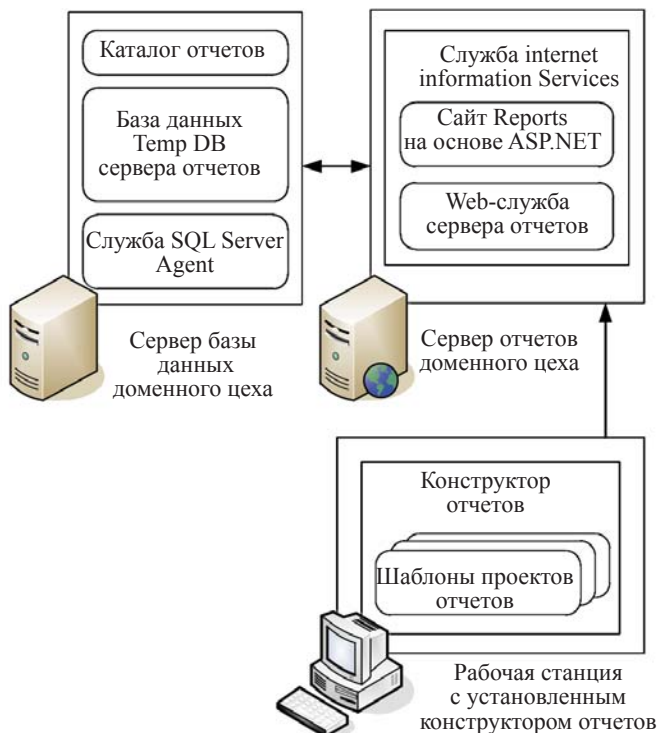


Рис. 11.65. Архитектура системы разработки, распространения и хранения отчётов

отображения отчётных показателей работы доменного производства должна один раз в месяц переносить данные в базе данных доменного цеха из рабочих таблиц в таблицы формирования отчётов. Администратор базы данных определяет дату запуска программы задания для службы SQL Server Agent.

База данных сервера отчётов используется для хранения каталога отчётов, включая сведения о структуре папок web-сайта и настройках безопасности для каждой папки и отчёта. Временная база данных (Temp DB) служит промежуточным хранилищем для текущих операций службы Reporting Services, информация в ней может использоваться администратором для отслеживания действий пользователей web-сайта менеджера отчётов в текущий момент. В Temp DB хранятся также копии наиболее часто используемых отчётов, формируя кэш их выполнения для повышения производительности системы (снижения времени доступа).

Создание макетов отчётов осуществляется на *рабочих станциях разработчиков* с использованием конструктора, работающего под управлением программной среды разработки Business Intelligence Development Studio. Результатом работы является набор отчётов, выполненных на основе выбранных шаблонов, которые помещаются в каталог отчётов в формате RDL-файлов.

Центральным звеном системы является *сервер отчётов*, который представляет собой программную среду для отображения итоговых отчётов пользователям системы, имеющим к ней доступ. Службы Reporting Services не взаимодействуют с пользователями напрямую, они работают в фоновом режиме, обрабатывая запросы различных приложений (браузеров, внешних программ, инструменты доставки отчётов по подписке) через web-службы. Поэтому на сервере отчётов необходимо запустить службу Internet Information Services (IIS). Сайт Reports используется пользователем для получения отчёта на свой компьютер через корпоративную сеть предприятия (технология Intranet). Web-служба позволяет серверу отчётов получать информацию с удалённого компьютера через компьютерную сеть. Поскольку нагрузка трёх серверных приложений – IIS, SQL Server и Reporting Services – разделена между двумя серверами, то система может параллельно доставлять отчёты большему числу пользователей, что делает её легко масштабируемой.

Основные части архитектуры сервера отчётов представлены на рис. 11.66. Как видно из этого рисунка, именно сервер отчётов про-

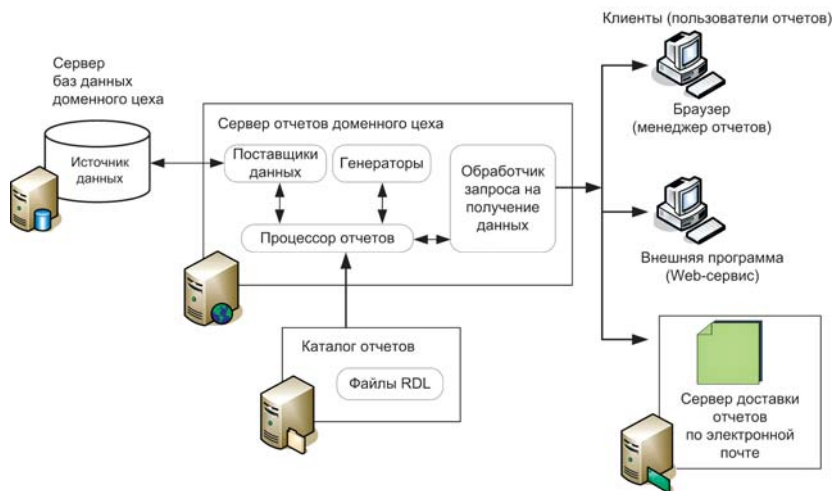


Рис. 11.66. Архитектура сервера доставки отчётов пользователям

изводит обработку любых запросов от клиентов системы. Обработка запросов включает в себя передачу описания отчётов, получение данных и генерацию отчёта в нужном формате.

Процессор отчётов управляет ходом выполнения отчётов: получает RDL-запись для отчёта из каталога отчётов, производит интерпретацию этой записи для получения данных через выбранного поставщика данных и производит генерацию отчёта в итоговом виде. Обработчик запроса на получение данных отвечает за приём запросов пользователей, передачу их процессору отчётов и доставку итогового отчёта пользователям.

После разработки макета отчёта его необходимо развернуть на производственном сервере отчётов в единой базе данных, где он становится доступным для просмотра уполномоченным пользователям корпоративной информационной системы предприятия. Одним из важнейших преимуществ такой технологии является то, что поскольку в единой базе данных сервера отчётов хранится вся информация о настройках, то любые изменения его конфигурации будут немедленно отражаться всем пользователям системы.

В основу системы отображения отчётных показателей работы доменного цеха ОАО «ММК» положена двухуровневая модель построения информационных систем. В процессе разработки системы создана внешняя модель базы данных Report под названием OLAP\_DC, которая включает в себя набор таблиц для использования инструментом подготовки отчётов Reporting Services. Таблицы OLAP\_DC размещаются непосредственно в базе данных Report и заполняются автоматически по расписанию раз в месяц из таблиц системы подготовки технического отчёта доменного производства. Транспортировка данных происходит с помощью пакета Integration Services конструктора отчётов в среде Business Intelligence Development Studio. Готовый отчёт может поступать пользователям в различных форматах, например в виде HTML-отчёта для web-браузеров (например, Internet Explorer) или формата офисных документов (например, Microsoft Office Excel).

В процессе разработки системы отображения отчётных показателей работы доменных печей и цеха были спроектированы изменения в структуре хранения данных на сервере аглодоменного цеха и создан набор необходимых отчётов. На рис. 11.67 представлена архитектура разработанной системы, где отображены набор внешних моделей базы данных и перечень созданных отчётов.

Каталог отчётов включает в себя шаблоны документов с возможностью отображения в табличной и графической форме динамики изменения любого показателя технического отчёта доменного

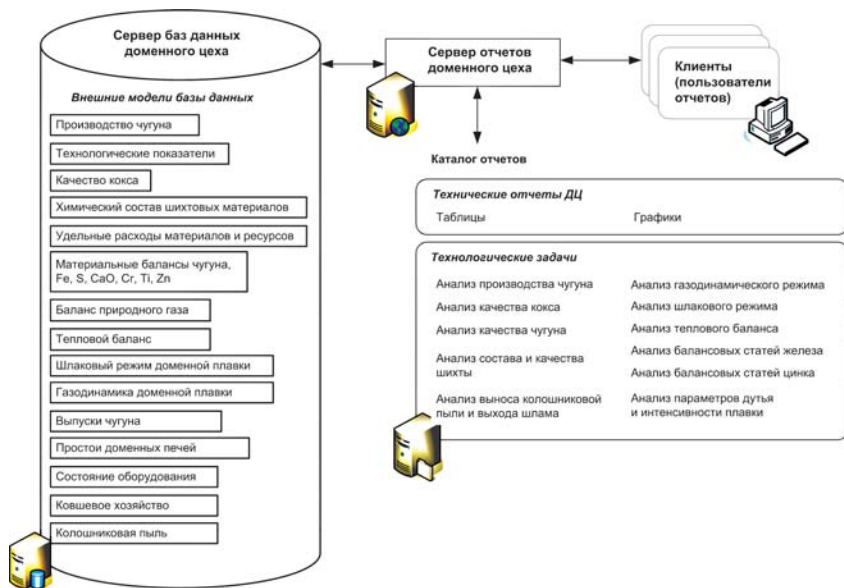


Рис. 11.67. Архитектура системы отображения показателей работы доменного цеха в корпоративной сети предприятия

цеха (свыше 200 по каждой печи) и предоставления средств анализа ключевых производственных показателей для решения технологических задач управления доменной плавкой.

Разработка интерактивных отчетов, как уже было отмечено, осуществляется путем создания пакета Business Intelligence Project в среде Business Intelligence Development Studio на основе службы Reporting Services.

Выбор инструментария Reporting Services осуществлён с учётом следующих обстоятельств. Reporting Services очень прост в использовании, поддерживает среду для создания различных типов отчетов, базирующихся на множестве источников данных. При помощи данной технологии можно увидеть прототип отчёта, очистив его от ненужных деталей. Как только проектирование отчёта завершено, он отправляется на сервер отчетов (Report Server), который делает его доступным через Интернет.

Reporting Services обеспечивает простой подход «drag-and-drop» к созданию отчетов о состоянии базы данных. Применяется визуальное конструирование отчетов и информационные элементы размещаются



на виртуальном листе бумаги (Layout) при помощи мыши. Также для просмотра отчёта на экране Reporting Services могут формировать отчёт в других форматах. Это формат PDF, HTML, XML, разные модификации TIFF-форматов, и даже таблицы Microsoft Office Excel. Все эти форматы хорошо выглядят как на экране, так и в печатном виде. Даже когда отчёты, готовые для печати, уже представлены в формате PDF или TIFF, можно обновить информацию в отчёте, получив свежие данные из базы. Это гарантирует актуальность отчётных данных.

Reporting Services предоставляет несколько способов доставки отчётов конечным пользователям. Web-сайт Менеджера отчётов (Report Manager) даёт возможность получить к ним доступ через Интернет. Он также включает в себя средства контроля безопасности, что гарантирует избирательный доступ пользователей к отчётам. Пользователь может подписаться на отчёты, и тогда он будет получать их через заданный период времени. Существует полезная возможность сервера отчётов отправлять копию отчёта в виде присоединённых файлов в электронном письме каждому подписчику в определённое время. Если необходимо, администратор Reporting Services может настроить отправку копии отчёта в электронном письме пользователям из заранее созданного списка.

Чтобы создать отчёт, первоначально необходимо продумать, какие данные необходимы для отчёта, а также определить источники получения этих данных. Продемонстрируем процесс создания отчёта по отображению численных значений показателя «Среднесуточное производство».

Проект разработки отчёта Reporting Services содержит три вкладки: Data, Layout, Preview.

На закладке Data определены источники данных, в качестве которых использованы элементы пакета, называемые Report Datasets. На рис. 11.68 приведено окно конструктора пакета разработки отчётов в среде Business Intelligence Development Studio, на котором представлен один из Report Datasets под названием «Производство Среднесуточное».

Закладка Data позволяет разработчику при построении результирующего запроса использовать либо графический построитель запросов, либо текстовое окно написания sql-запросов. Существует также возможность немедленно проверить результат выполнения созданного запроса. Для одного отчёта можно использовать несколько элементов Report Datasets.

Для извлечения данных по среднесуточному производству, использованы три таблицы (см. рис. 11.68): Technology Fact (отчётные данные), Dim Pech (справочник печей) и Dim Time (справочник

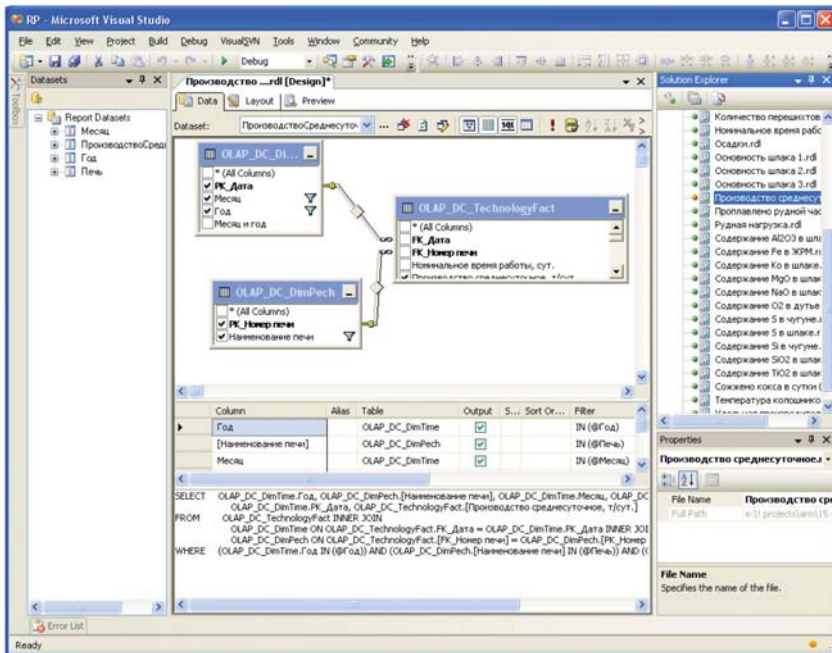


Рис. 11.68. Окно проекта разработки отчётов: вкладка Data

отчётных дат). В результирующем запросе введены три динамических параметра, которые делают отчёт интерактивным и позволяют пользователю произвольно выбирать для отчёта печь (@Печь), год (@Год) и месяц (@Месяц). Выбор этих параметров должен производиться из списков, поэтому в Report Datasets предусмотрено создание дополнительных соответствующих элементов.

Вкладка Layout представляет собой виртуальный лист конструктора, на который с помощью панели инструментов Toolbox помещены графические элементы для настройки и отображения данных в отчёте. На рис. 11.69 представлено окно конструктора с открытой вкладкой Layout, на котором помещена структура таблицы для вывода численных значений данных по среднесуточному производству доменных печей.

Настройка параметров отчёта производится в диалоговом окне Report Parameters, которое вызывается из меню «Report / Report Parameters...» (рис. 11.70). Разработчику предоставляется возможность создать параметр и определить его наименование, тип дан-

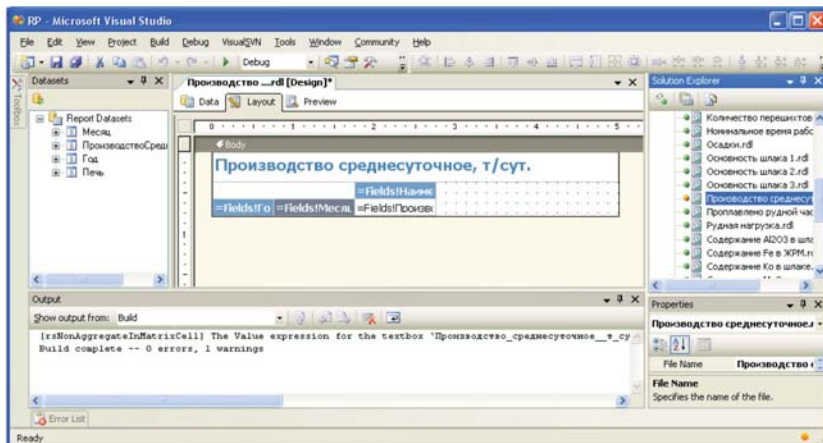


Рис. 11.69. Окно проекта разработки отчётов: вкладка Layout

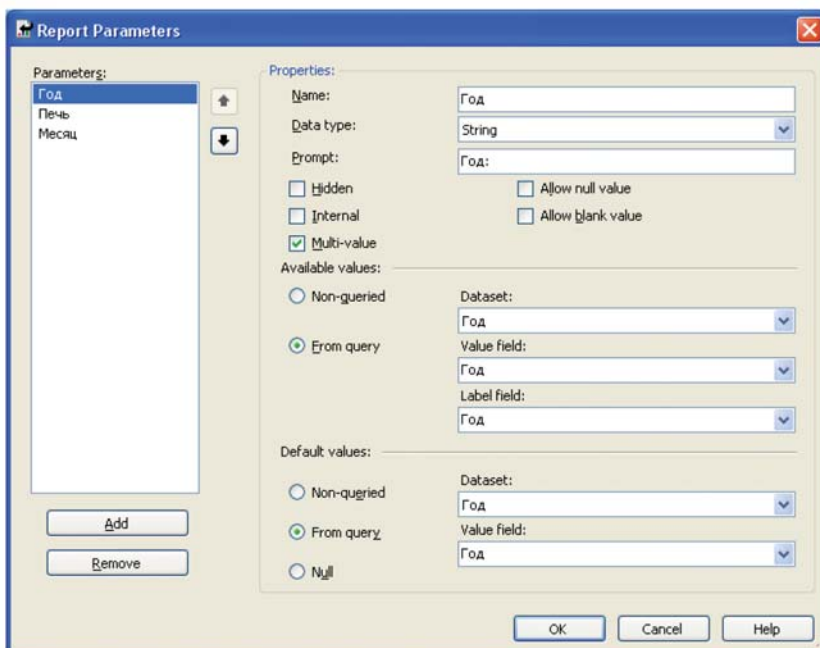


Рис. 11.70. Диалоговое окно настройки параметров отчёта

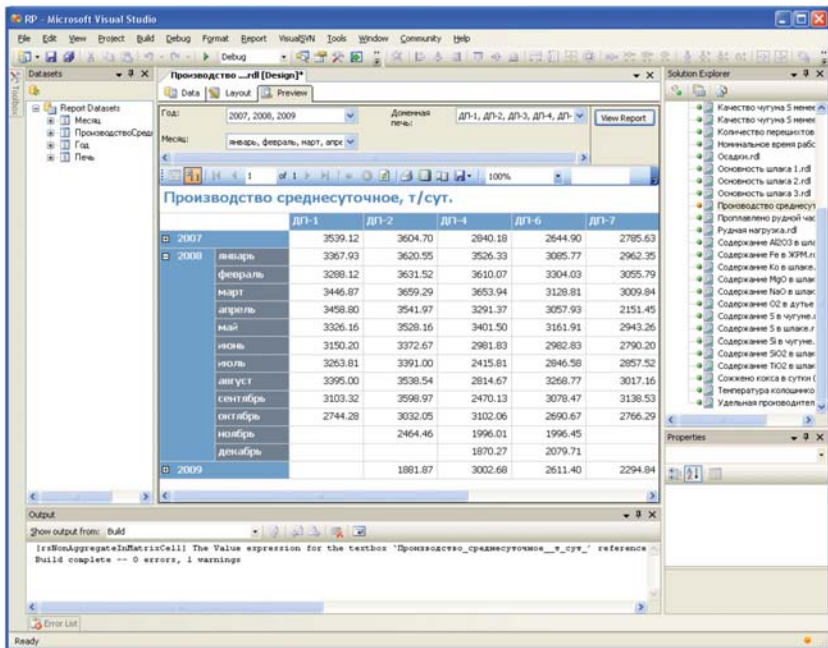


Рис. 11.71. Окно проекта разработки отчётов: вкладка Preview

ных, псевдоним при выводе отчёта на экран, функциональность (например, множественный выбор элементов Multi-value), источник получения и настроить значение по умолчанию.

Вкладка Preview позволяет увидеть готовый отчёт, наполненный данными и включающий все интерактивные элементы для пользователя по управлению отображением. На рис. 11.71 представлен внешний вид отчёта, который содержит реальные данные по среднесуточному производству доменных печей. В качестве интерактивных элементов пользователь может использовать настройку отчётных года и месяца, а также выбирать из списка перечень доменных печей. Гибкая система настройки отображением позволяет ему сворачивать/разворачивать списки месяцев, просматривать отчёт в различном масштабе, осуществлять поиск конкретных данных по содержанию отчёта.

Помимо табличного представления отчётных данных возможна и графическая визуализация показателей на основе элемента управ-

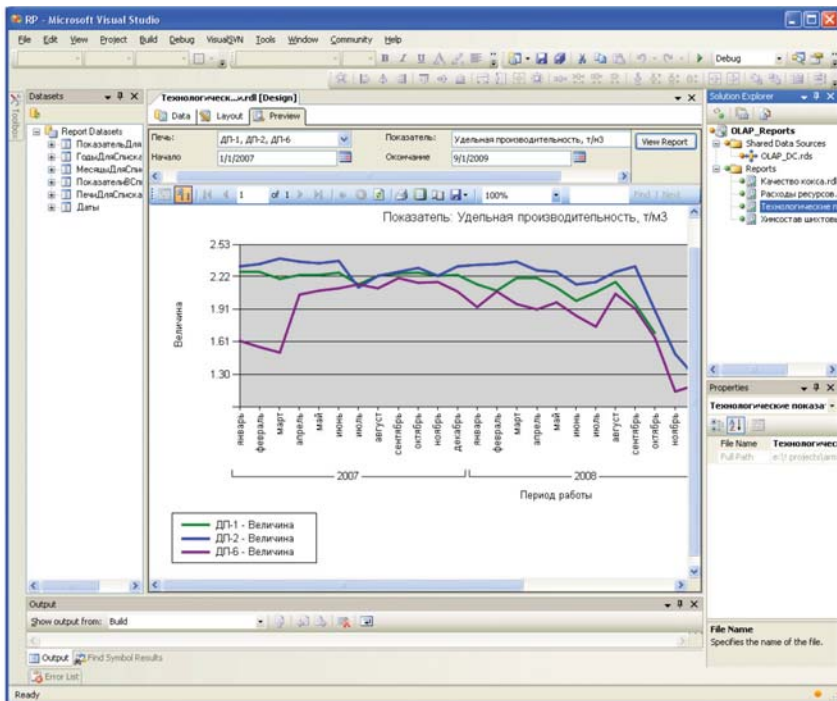


Рис. 11.72. Графическая визуализация отчётных данных удельной производительности доменных печей

ления Chart. Пример отчёта с использованием графических средств отображения данных по удельной производительности доменных печей представлен на рис. 11.72.

Поскольку графическая визуализация отчётных данных, представленная на рис. 11.72, представляет собой набор трендов за временной интервал, пользователю помимо возможности выбора из списков доменных печей и требуемого отчётного показателя предоставлена возможность указать начало и окончание временного периода по календарю.

Итоговый вид отчёта можно экспортировать в форматы документов, с помощью которых можно будет передать отчёт конечному пользователю. Форматы представления отчётов в Reporting Services являются презентационными (presentation), они сохраняют в неизменном виде макет отчёта, его шрифты, цвет и графику. Перечень

возможных форматов следующий: графические образы TIFF; документы Adobe PDF; документы MHTML (web-архивы); рабочие книги MS Office Excel; печатная версия отчёта; HTML (web-страница).

Графический формат TIFF (Tagged Image File Format, формат файлов изображений на основе тегов) является форматом хранения многостраничных графических изображений в одном файле. Такая возможность полезна, например, в случае передачи факсов. При экспорте отчёта в формат TIFF каждая страница преобразуется в точечный (bitmap) рисунок. Просмотр TIFF-файлов осуществляется одной из возможных программ, например, Windows Picture and Fax Viewer, Microsoft Office Document Imaging, ACDSee. Необходимо иметь в виду, что пользователи не смогут копировать данные из отчёта и вставлять их в другой документ для анализа. Экспорт в этот формат лучше всего применять для небольших отчётов, не содержащих интерактивные элементы пользовательского интерфейса (развертывание строк или столбцов, списки и пр.).

Формат Adobe PDF (Portable Document Format, формат переносимого документа) разработан специально для передачи файлов с одного компьютера на другой: даже если на компьютерах установлены разные операционные системы, отчёт будет выглядеть на них одинаково. Когда отчёт формируется в формате PDF, элементы оформления и форматирования сохраняются с помощью языка скриптов, похожего на PostScript. PDF-файлы открываются стандартными средствами производства компании Adobe: Acrobat и Acrobat Reader. Формат поддерживает некоторые функции навигации отчётов Reporting Services: закладки, гипертекстовые ссылки внутри документа. Пользователь имеет возможность переносить информацию из PDF-файла в электронную таблицу или другой документ для анализа. Отчёты, подготовленные в формате PDF, лучше всего использовать для передачи как объёмных, так и небольших документов пользователям, работающим на разных платформах (Windows, Mac OS и др.).

Файлы web-архивов являются специальной формой web-страницы формата HTML, в котором объединены все необходимые средства для корректного отображения. В формате web-архива поддерживается только одна возможность навигации Reporting Services: URL-ссылки в отчёте. Созданные таким образом документы можно просматривать обычным браузером, поэтому web-архивы можно распространять на компьютеры различных платформ. Кроме этого, они открываются многими почтовыми программами, поддерживающими формат HTML почтовых сообщений, благодаря чему эти файлы хорошо подходят для пересылки отчётов в виде прикре-

плённых файлов в электронных письмах. Web-архив можно использовать в случаях, когда нужен дальнейший анализ информации в отчёте другими программами, перенос данных возможен копированием и вставкой.

При экспорте отчёта Reporting Services в формат Microsoft Office Excel автоматически создаётся новая рабочая книга с несколькими вкладками рабочих листов для поддержки логических страниц отчёта (для каждой страницы отдельный рабочий лист). Экспортированный файл Excel поддерживает некоторые возможности навигации отчётов Reporting Services, например, карту документа, закладки и также гиперссылки. Формат MS Office Excel лучше всего использовать в ситуациях, когда пользователю нужно проанализировать данные отчёта после их получения. Электронные таблицы подходят для небольших и средних по размеру отчётов, для объёмных отчётов их лучше не применять, поскольку файлы могут оказаться очень большими.

Печатный вариант экспортированного отчёта поддерживает все форматирование документа, сформированного в Reporting Services, включая физические и логические разрывы страниц. Такую форму лучше всего использовать, когда конечному пользователю нужен отчёт на бумаге, и он не заинтересован в каких-либо функциях навигации или анализа данных, предоставляемых другими программами.

Экспорт в формат HLML подобен созданию Web-архива. В отличие от остальных форматов, создающих документы в виде автономных документов, отображение отчёта в формате HLML осуществляется средствами web-службы Reporting Services. Подключение к Reporting Services позволяет сохранить в HLML-документе все возможные средства навигации (логические и физические разрывы страниц, списки, меню и пр.). Этот формат лучше всего использовать, когда пользователям требуется просматривать отчёт с актуальными данными, полученными с сервера, а также им нужны все заложенные в нем возможности навигации и форматирования.

Отчёты можно также сохранить в файлах двух других форматов, которые содержат только данные отчёта для использования впоследствии другими программами. Это форматы обмена данными: CSV-файлы (Command-Separated Values, значения, разделённые запятыми) и XML-документы.

В результате разработки системы отображения отчётных показателей работы доменного производства создан набор интерактивных отчётов, которые позволяют отображать в численном и графическом виде свыше 200 показателей работы доменных печей за произвольный период их работы, начиная с 2007 г. Система предназначена для

визуализации отчётных показателей работы доменных печей и цеха ОАО «ММК» в корпоративной сети и позволяет оперативно отобразить динамику изменения любого показателя технического отчёта в виде графических трендов и таблиц с использованием интерактивных элементов управления. Основными пользователями информационной системы является инженерно-технологический персонал доменного цеха, а также руководители среднего звена металлургического предприятия. Использование системы помогает пользователям проводить ретроспективный комплексный анализ работы доменного цеха по итогам его работы за прошедшие периоды и принимать обоснованные управленческие решения благодаря наглядности и удобству восприятия информации.

В итоге результаты эксплуатации разработанной системы позволяют:

- повысить качество производимой продукции доменного цеха за счет повышения оперативности работы технологической группы и сокращения времени анализа качественных и количественных показателей доменного производства;

- оперативно предоставлять детализированную информацию о ходе технологического процесса выплавки чугуна для оценки его экономической эффективности;

- своевременно предоставлять фактические данные о состоянии печей и оборудования доменного цеха, автоматически формировать необходимый комплект отчётной документации;

- сократить время поиска необходимой отчётной информации для проведения сопоставительного анализа работы доменного цеха в разные периоды за счет реализации централизованной структуры хранения отчётных данных и дружественного интерфейса программного обеспечения клиентских приложений;

- повысить культуру управления производством, улучшить условия труда и информированность оперативного и производственного персонала доменного цеха.



## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах: учеб. пособие для вузов / И.Л. Акулич. М.: Высшая школа, 1986. 319 с.
2. Ануфриев И.Е. Самоучитель MatLab 5.3/6.x / И.Е. Ануфриев. СПб.: БХВ-Петербург, 2002. 736 с.
3. Арутюнов В.А. Математическое моделирование тепловой работы промышленных печей: учеб. пособие для вузов / В.А. Арутюнов, В.В. Бухмиров, С.А. Крупенников. М.: Металлургия, 1990. 239 с.
4. Ашманов С.А. Линейное программирование / С.А. Ашманов. М.: Мир, Наука, 1981. 340 с.
5. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс / Б. Банди. М.: Радио и связь, 1993. 128 с.
6. Бартенев О.В. Современный Фортран / О.В. Бартенев. 4-е изд., доп. и перераб. М.: Диалог-МИФИ, 2005. 560 с.
7. Бартенев О.В. Фортран для профессионалов. Математическая библиотека IMSL / О.В. Бартенев. М.: Диалог-МИФИ, 2001. Ч.2. 320 с.
8. Бородулин А.В. Математические модели оптимального использования ресурсов в доменном производстве / А.В. Бородулин [и др.]. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1985. 148 с.
9. Бозм Б. Характеристики качества программного обеспечения / Б. Бозм, Дж. Браун, Х. Каспар [и др.]. М.: Мир, 1981. 206 с.
10. Брауде Э. Технология разработки программного обеспечения: [пер. с англ.] / Э. Брауде. СПб.: Питер, 2004. 655 с.
11. Бутковский А.Г. Управление нагревом металла / А.Г. Бутковский, С.А. Малыш, Ю.Н. Андреев. М.: Металлургия, 1981. 272 с.
12. Введение в системный анализ теплофизических процессов в металлургии: учеб. пособие для вузов / Н.А. Спирин, В.С. Швыдкий, В.И. Лобанов, В.В. Лавров. Екатеринбург: УГТУ, 1999. 205 с.
13. Вегман Е.Ф. Металлургия чугуна: учебник для вузов / Е.Ф. Вегман, Б.Н. Жеребин, А.Н. Похвиснев, Ю.С. Юсфин, В.М. Клемперт. М.: Металлургия, 1989. 512 с.
14. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология / Е.С. Вентцель. М.: Высшая школа, 2001. 208 с.
15. Воронов А.А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость / А.А. Воронов. М.: Наука, 1979. 336 с.
16. Габасов Р.Ф. Особые оптимальные управления / Р.Ф. Габасов, Ф.М. Кириллова. М.: Наука, 1973. 256 с.
17. Гамильтон Б. ADO.NET. Сборник рецептов. Для профессионалов. СПб.: Питер, 2005. 576 с.
18. Гилл Ф. Практическая оптимизация / Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райт. М.: Мир, 1985. 509 с.
19. Грабер М. SQL. М.: Лори, 2007. 643 с.
20. Дейт К. Дж. Введение в системы баз данных. Пер. с англ. 8-е изд. М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. 1328 с.
21. Деннис Дж. Численные методы безусловной оптимизации и решение нелинейных уравнений / Дж. Деннис, Р. Шнабель. М.: Мир, 1988. 440 с.
22. Дубейковский В.И. Эффективное моделирование с СА ERwin Process Modeler (BPwin; AllFusion Process Modeler). М.: Диалог-МИФИ, 2009. 384 с.

23. Дьяконов В.П. MatLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5 в математике и моделировании. Полное руководство пользователя / В.П. Дьяконов. М.: Солон-Пресс, 2003. 576 с.
24. Егоров А.И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами / А.И. Егоров. М.: Наука, 1978. 463 с.
25. Кантор М. Управление программными проектами. Практическое руководство по разработке успешного программного обеспечения: пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2002. 176 с.
26. Карл И. Разработка требований к программному обеспечению. М.: Издательско-торговый дом «Русская редакция», 2004. 576 с.
27. Кармайкл Э., Хейвуд Д. Быстрая и качественная разработка программного обеспечения. Пер. с англ. М.: Вильямс, 2003. 400 с.
28. Китаев Б.И. Теплообмен в доменной печи / Б.И. Китаев, Ю.Г. Ярошенко, Б.Д. Лазарев // М.: Metallurgia, 1966. 355 с.
29. Колмогоров В.Л. Решение технологических задач ОМД на микроЭВМ: учеб. пособие для вузов / В.Л. Колмогоров [и др.]. М.: Metallurgia, 1993. 320 с.
30. Компьютерные методы моделирования доменного процесса / О.П. Онорин, Н.А. Спирин, В.Л. Терентьев, Л.Ю. Гилева, В.Ю. Рыболовлев, И.Е. Косаченко, В.В. Лавров, А.В. Терентьев; под ред. Н.А. Спирина. Екатеринбург: УГТУ–УПИ, 2005. 301 с.
31. Красовский А.А. Справочник про теории автоматического управления / под ред. А.А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
32. Ларсон Б. Microsoft SQL Server 2005 Reporting Services. Традиционные и интерактивные отчеты. Создание, редактирование и управление. М.: ИТ Пресс, 2008. 608 с.
33. Ларсон Б. Разработка бизнес-аналитики в Microsoft SQL Server 2005. СПб: Питер, 2007. 684 с.
34. Леоненков А.В. Решение задач оптимизации в среде MSExcel / А.В. Леоненков. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 704 с.
35. Лисиенко В.Г. Математическое моделирование теплообмена в печах и агрегатах / В.Г. Лисиенко, В.В. Волков, А.Л. Гончаров. Киев: Наукова думка, 1984. 232 с.
36. Лисиенко В.Г. Улучшение топливоиспользования и управление теплообменом в металлургических печах / В.Г. Лисиенко, В.В. Волков, Ю.К. Маликов. М.: Metallurgia, 1988. 231 с.
37. Логические основания планирования эксперимента / В.В. Налимов, Т.И. Голикова. Изд. 2-е. М.: Metallurgia, 1981. 152 с.
38. Лукас В.А. Теория автоматического управления: учебник для вузов / В.А. Лукас. М.: Наука, 1990. 416 с.
39. Маклаков С.В. Моделирование бизнес-процессов с AllFusion Process Modeler. М.: Диалог–МИФИ, 2004. 240 с.
40. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Т. Болтянский, Р.В. Гамрелидзе, Е.Ф. Мищенко. М.: Наука, 1983. 392 с.
41. Модельные системы поддержки принятия решений в АСУ ТП доменной плавки / Н.А. Спирин, В.В. Лавров, В.Ю. Рыболовлев, А.В. Краснобаев, О.П. Онорин, И.Е. Косаченко. Под ред. Н.А. Спирина. Екатеринбург: УрФУ, 2011. 462 с.
42. Мышляев Л.П. Прогнозирование в системах управления / Л.П. Мышляев, В.Ф. Евтушенко. СибГИУ. Новокузнецк, 2002. 358 с.
43. Николаев В.Н., Брук В.М. Системотехника: методы и приложения. Л.: Машиностроение, 1985. 199 с.
44. Одинцов И.О. Профессиональное программирование. Системный подход. 2-е изд. перераб. и доп.] / И.О. Одинцов. СПб.: БХВ-Петербург, 2004. 624 с.

45. Оптимальное управление нагревом металла в камерных нагревательных печах: монография / Д.Х. Девятов, В.М. Дубинин, В.М. Рябков, М.В. Бушманова, А.Б. Белявский. Магнитогорск: МГТУ, 2000. 241 с.
46. Пупков К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления: в т.4. Теория оптимальных систем автоматического управления / К.А. Пупков, Н.Д. Егупов, Е.М. Воронов. МГТУ им. Баумана, 2004. 743 с.
47. Растригин Л.А. Современные принципы управления сложными объектами / Л.А. Растригин. М.: Сов. радио, 1980. 232 с.
48. Рей У. Методы управления технологическими процессами: пер. с англ. / У. Рей. М.: Мир, 1983. 368 с.
49. Рейклейтис Г. Оптимизация в технике / Г. Рейклейтис, А. Рейвиндран, К. Рэгсдел. М.: Мир, 1986. 350 с.
50. Салихов З.Г. Системы оптимального управления сложными технологическими объектами: монография / З.Г. Салихов, Г.Г. Арунянц, Л.А. Рутковский. М.: Теплоэнергетик, 2004. 496 с.
51. Салыга В.И. Идентификация и управление процессами в черной металлургии: учебник для вузов / В.И. Салыга, Н.Н. Карабутов. М.: Металлургия, 1986. 192 с.
52. Сейдж Э. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении: пер. с англ. / Э. Сейдж, Дж. Меле. М.: Связь, 1976. 496 с.
53. Современная прикладная теория управления: Оптимизационный подход в теории управления / Под ред. А.А. Колесникова. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. Ч.1. 400 с.
54. Спирин Н.А. Оптимизация и идентификация технологических процессов в металлургии / Н.А. Спирин, В.В. Лавров, С.И. Паршаков, С.Г. Денисенко // Екатеринбург, УГТУ–УПИ, 2006. 307 с.
55. Таха А.Х. Введение в исследование операций: в 2 т. / А.Х. Таха. М.: Мир, 1985. 479 с.
56. Телегин А.С. Тепломассоперенос: учеб. пособие для вузов / А.С. Телегин, В.С. Швыдкий, Ю.Г. Ярошенко. М.: Металлургия, 1995. 400 с.
57. Теория и практика прогнозирования в системах управления / С.В. Емельянов, С.К. Коровин, Л.П. Мышляев, А.С. Рыков, В.Ф. Евтушенко, С.М. Кулаков, Н.Ф. Бондарь. Кемерово; М.: Издат. объединение «Российские университеты»: Кузбассвузиздат – АСТШ, 2008. 487 с.
58. Теплообмен и повышение эффективности доменной плавки / Н.А. Спирин, Ю.Н. Овчинников, В.С. Швыдкий, Ю.Г. Ярошенко. Екатеринбург: УГТУ, 1995. 243 с.
59. Теплообмен и тепловые режимы в промышленных печах: учебник для вузов / Ю.И. Розенгарт, Б.В. Потапов, В.М. Ольшанский, А.Б. Бородулин. Киев: Выща школа, 1988. 296 с.
60. Теплотехнические расчеты металлургических печей: учебник для вузов / под ред. А.С. Телегина. М.: Металлургия, 1993. 369 с.
61. Товаровский И.Г. Совершенствование и оптимизация параметров доменного процесса / И.Г. Товаровский. М.: Металлургия, 1987. 192 с.
62. Фленов М.Е. Библия С#. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 560 с.
63. Химмельблау Д.М. Прикладное нелинейное программирование / Д.М. Химмельблау. М.: Мир, 1974. 519 с.
64. Цирлин А.М. Оптимальное управление технологическими процессами: учеб. пособие для вузов / А.М. Цирлин. М.: Энергоатомиздат, 1986. 400 с.
65. Цымбал В.П. Математическое моделирование металлургических процессов. М.: Металлургия, 1986. 240 с.

66. *Цымбал В.П.* Математическое моделирование сложных систем в металлургии. Кемерово; М.: Издательское объединение «Российские университеты»: Кузбассвуиздат – АСТШ, 2006. 431 с.

67. *Швыдкий В.С.* Механика жидкости и газа: учебное пособие для вузов / В.С. Швыдкий, Ю.Г. Ярошенко, Я.М. Гордон, В.С. Шаврин, А.С. Носков; под ред. В.С. Швыдкого. М.: ИКЦ «Академкнига», 2003. 464 с.

68. Элементы теории систем и численные методы моделирования процессов тепломассопереноса: учебник для вузов / В.С. Швыдкий, Н.А. Спиринов, М.Г. Ладыгин, Ю.Г. Ярошенко, Я.М. Гордон. М.: Интермет-Инжиниринг, 1999. 520 с.

69. *Юсфин Ю.С.* Металлургия железа / Ю.С. Юсфин, Н.Ф. Пашков. М.: ИКЦ «Академкнига», 2007. 464 с.

70. *Юсфин Ю.С.* Металлургия чугуна / Под ред. Ю.С. Юсфина. М.: ИКЦ «Академкнига», 2004. 774 с.

*Учебное пособие*

**Николай Александрович Спирин**  
**Владислав Васильевич Лавров**  
**Валерий Юрьевич Рыболовлев**  
**Лариса Юрьевна Гилёва**  
**Алексей Викторович Краснобаев**  
**Владимир Серафимович Швыдкий**  
**Олег Павлович Онорин**  
**Кирилл Александрович Щипанов**  
**Андрей Александрович Бурыкин**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В АСУ ТП**

Под редакцией профессора, доктора технических наук Н.А. Спирина

Ответственный за выпуск *В.В. Лавров*  
Корректоры: *Н.М. Артемьева, Р.Э. Баграмян*  
Компьютерная верстка *Н.С. Филипповой*

ISBN 978-5-4430-0069-5



9 785443 000695

Подписано в печать 17.10.2014. Формат 60×84 1/16.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 34,8.

Тираж 500 экз. Заказ № 9.

Типография «Уральский центр академического обслуживания»  
620028, Екатеринбург, ул. Крылова, 27

